This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

FROM THE LIBRARY OF

Professor Karl Heinrich Rau

OF THE UNIVERSITY OF HEIDELBERG

PRESENTED TO THE

UNIVERSITY OF MICHIGAN

BY

Mr. Philo Parsons

OF DETROIT

1871

QA
35
.B927
G5
1798
vol.1,pt.2

CRAUS. MDCCCV.

Thomas Bugge,
Justizraths und Professors der Mathematik und Astronomie an der Universität in Kopenhagen, Lectors der Mathematik bey den Seekadetten, Mitgliedes der Gesellschaften der Wissenschaften und der Akademien in London, Stockholm, Paris, Kopenhagen, Manheim und Drontheim,

gründliche und vollständige theoretisch-practische Anleitung zum Feldmessen oder zur practischen Geometrie.

Aus dem Dänischen übersetzt
von
Ludolph Hermann Tobiesen,
Doctor der Philosophie und Mitgliede der physikalischen Gesellschaft in Göttingen.

Nebst einer Vorrede des Herrn Professor J. G. Büsch in Hamburg,
und einer Abhandlung des Uebersetzers über das
geometrische Vertheilen der Felder.

Mit 17 Kupfertafeln.

Altona,
bey Johann Friedrich Hammerich.
1798.

10803

Thomas Bugge,

Justizraths und Professors der Mathematik und Astronomie an der Kopenhagener Universität, Lectors der Mathematik beym See-Etat, Mitgliedes der Gesellschaften der Wissenschaften und Akademien in London, Stockholm, Paris, Kopenhagen, Manheim und Drontheim.

CASINS LIBRARY University of MICHIGAN

Lehrbuch der gesammten Mathematik

oder

Vorlesungen über die mathematischen Wissenschaften.

Ersten Theils zweyte Abtheilung

oder

Anleitung zum Feldmessen.

Aus dem Dänischen übersetzt

von

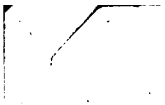
Ludolph Hermann Tobiesen,

Doctor der Philosophie und Mitgliede der physikalischen Gesellschaft in Göttingen.

Altona,

bey Johann Friedrich Hammerich.

1798.



Seinen

geſchätzten und geliebten Eltern

gewidmet

von

Ludolph Hermann Tobieſen.

Vorrede

des

Herrn Professor J. G. Büsch.

Die practische Geometrie hat zwar in Geschäften des bürgerlichen Lebens schon früh einen Theil derjenigen Dienste geleistet, welche dieselben von ihr fodern, und sie nach und nach vollkommner geleistet, je weiter die Theorie der Geometrie gelangte. Doch eilte schon bey den Griechen letztere der erstern in solchen Fortschritten vor, daß fast gar kein Verhältniß zwischen der Vollkommenheit der Wissenschaft selbst und der Kunst verblieb, in welcher jene zum Behuf der bürgerlichen Gesellschaft angewandt wird. Die leicht zu erkennende Ursache davon war diese: Die practische Geometrie stützt sich nicht bloß auf die feine Theorie, deren Wahrheiten nur von den Idealen gelten, von welchen der Mathematiker unvollkommene Bilder bloß zur Leitung seiner Einbildungskraft entwirft und sich begnügt, wenn er an diesen sich das in einer Genauigkeit denken kann, welche in den Figuren unerreichbar ist. Er nimmt z. B. die Tangente als den Cirkel nur in Einem Puncte berührend an, wenn gleich beyde in seiner Figur in eine kleine Linie zusammen fallen, deren Krummheit

oder Geradheit sein Auge nicht unterscheidet, und beweiset dennoch, daß es ungereimt sey, diese Linie für etwas anderes als einen Punct zu halten. Man sehe meine Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften 1. Th. p. 46. §. 4. Geht er jedoch von der **Geometrie** zur **Geodäsie** über, so sagt er sich zwar selbst, daß er in derselben eben so wenig als in seinen unvollkommenen auf dem Papier entworfenen Figuren das Richtige ganz treffen werde. Aber wenn er diesen alle ihre Unvollkommenheit lassen und dennoch ohne Fehl demonstriren konnte, was nur von dem Ideal der Figur gilt, so verliert er bey seinen practischen Arbeiten diese Freyheiten ganz. Er wird, wenn es mit denselben ein Ernst ist, die Foderung an sich selbst machen, oder sie wird von denen, für welche er arbeitet, an ihn gemacht werden, das Resultat seiner Arbeit der theoretischen Wahrheit so nahe zu bringen als möglich, und, weil Fehler unvermeidlich sind, diese möglichst klein zu machen. Dazu aber hilft ihm nicht mehr die Theorie, sondern die Vollkommenheit seiner Werkzeuge, eine nicht schnell zu erwerbende Geschicklichkeit in deren Anwendung und insonderheit ein scharfes Gesicht. Aber die Vervollkommnung dieser Werkzeuge hat Jahrhunderte durch auf die Verbesserung, um nicht zu sagen Vollendung, zweyer andern mathematischen Disciplinen, nämlich der Mechanik und der Optik, gewartet. Doch mußte überdem noch die Natur besser erkannt werden, um die Fehler recht kennen zu lernen, welche diese oder jene Wirkung

der

der Natur in die geodätischen Arbeiten hineinbringt, und welche nur durch eine genaue Kenntniß derselben berichtigt werden können. Ich darf keine Beyspiele davon beybringen, weil eben das Buch, zu dessen Uebersetzung ich diese Vorrede schreibe, derselben so viele angibt. Diejenigen Wahrheiten in der Naturlehre und die daraus fliessenden Regeln, welche für die Geodäsie so wichtig sind, sind allererst in diesem Jahrhundert theils entdeckt, theils genauer berichtigt worden. Von einer derselben werde ich bald näher erweisen, wie wenig gewiß man von derselben sey. Daneben stiegen auch die Foderungen an diese Kunst immer höher. Man entschloß sich zu geodätischen Unternehmungen, an welche unsere Vorfahren sich gar nicht wagten oder mit einer unvollkommenen Ausführung lange zufrieden waren. Eine solche war die Messung einzelner Grade des Meridians, um zu einer bestimmten Schätzung des Umfangs der Erdkugel und folglich ihres Durchmessers zu gelangen. Lange war man mit den unvollkommensten Resultaten zufrieden, die nicht sowohl durch Messung als durch ungefähre Schätzung oder Gissung hervorgebracht wurden. Der erste dieser Versuche, der des Erathostenes, setzte noch drey Jahrhunderte nachher den Plinius so in Erstaunen, daß er ihn ein improbum autum, ein verwegenes Unternehmen, nennt. Aber welch ein Abstand zwischen diesem und dem des Eratholtenis Batavi, des Willebrand Schnells, im Anfange des vorigen Jahrhunderts, des ersten, der

durch eigentliche Messung dies große Problem aufzulösen suchte. Kaum hatte Picard dasselbe in größerer Vollkommenheit aufgelößt, als die Untersuchung über die Figur der Erde an dasselbe geknüpft ward, und weit schärfere Messungen veranlaßte, von denen man noch jetzt nicht sagen kann, daß in ihnen der Zweck des an ihnen verwandten erstaunlichen Fleißes erreicht worden sey. Nun aber ward auch in mehr als einem großen Staate der Wunsch rege, die Geographie des Landes zur möglich größten Vollkommenheit zu bringen. Dies ist für Frankreich so gut als vollendet. Dänemark kann sein unter der Weisung und nach der Vorschrift des Herrn Verfassers dieses Buchs unternommenes Werk dann als ganz vollendet ansehen, wenn die daraus entstandenen vortreflichen Karten alle erschienen seyn werden. In andern Staaten geschieht vieles theilweise und nur für einzelne Provinzen oder Landstriche.

Unter diesen Bemühungen hat denn die Geodäsie erst in diesem Jahrhundert eine Vollkommenheit gewonnen, welche unsere Vorfahren sich nicht als möglich denken konnten. Aber auch die Schriften darüber, insonderheit die seit 30 Jahren erschienenen, unterscheiden sich daher so sehr von den ältern, daß man diese nicht, um aus ihnen zu lernen, zur Hand nehmen, sondern bloß der Literatur wegen aufbewahren darf.

Unter diesen neuesten Schriften haben natürlich diejenigen den Vorzug und können für Meisterwerke

werke gelten, deren Verfasser an sehr wichtigen geographischen Messungen der neuesten Zeit Theil genommen haben, und diese ihre Meisterarbeit selbst beschreiben. Desgleichen sind die Werke der Franzosen über ihre in verschiedenen Gegenden der Erde und insonderheit in Frankreich gemessenen Meridiangrade, und die diesemnächst ausgearbeitete Karte von Frankreich in 176 Blättern. Herr Justizrath Bugge beschrieb die von ihm dirigirte Messung der ganzen Fläche Dänemarks in seiner Schrift: Beskrivelse over den Opmaalingsmaade som er brugt ved de danske geographiske Karter Kiöbenhavn 1779, einem Buche, bey dessen Anführung in meiner mathematischen Encyklopädie ich nicht wußte, daß es schon im Jahre 1787 von dem Herrn Major v. Aster übersetzt erschienen war. Exemplis doceri ist zwar in practischen Kenntnissen und Künsten das Beste. Aber einzelne Beyspiele auch noch so gut erläutert sind dem nicht genug, der im Zusammenhange und über manchen Fall, der nicht in einzelnen Beyspielen vorkommt, unterrichtet seyn will. Der Herr Verfasser hat also sehr wohl gethan, da er auf jenes Buch freylich erst nach mehrern Jahren ein allgemeines folgen ließ. Doch was darüber zu sagen ist, hat der Herr Uebersetzer in seine Vorrede übergetragen.

Aber ist denn nun bey dem allen die practische Geometrie ihrer Vollkommenheit so nahe, daß sich wenig oder gar keine Verbesserung noch erwarten

warten ließe? Ich sage kühnlich: Nein! und werde es beweisen.

Jede geometrisch-practische Arbeit, in welcher es auf die Bestimmung einer genau horizontalen Linie ankömmt, kann nicht genau ausfallen, wenn man nicht weiß, was man dabey auf die horizontale Strahlenbrechung zu rechnen habe. Das ist nicht allein der Fall, wenn man eigentlich nur nivelliren will, sondern auch bey jedem Triangel, dessen lange Seiten durch die Strahlenbrechung zu eigentlich krummen werden. Denn was auf die Krümmung der Erde in Verhältniß der Weiten zu rechnen sey, ist schon lange zur Richtigkeit gebracht, und kann den genauen Meßkünstler nicht mehr irre führen. Von der Wichtigkeit der horizontalen Strahlenbrechung in der Astronomie darf hier nicht die Rede seyn. Ueber die Strahlenbrechung in der Geodäsie hat der Herr Verfasser §. 129 ff. alles gesagt, was der Lehrling der Geodäsie verlangen kann. Aber eben das dort gesagte bestätigt auch, daß die genaue Bestimmung der horizontalen Refraction und ganz zuverlässige Regeln zu deren Schätzung noch zu den frommen Wünschen gehören. Zur Erfüllung dieses frommen Wunsches habe ich in dem ersten meiner Tractatuum duorum opticorum etwas beyzutragen gesucht, aber bisher noch ohne allen Erfolg. Von diesem schlechten Erfolge ist mir auch das ein Beweis, daß Herr Professor Bugge selbst am angeführten Ort nicht einmal meines guten Raths, und was dem zufolge noch zu thun sey, erwähnt.

wähnt. Ich nehme also diese Gelegenheit wahr, um den letzten Versuch zur Erregung einiger Aufmersamkeit auf diese wichtige Sache zu machen. Denn mein Schriftchen erschien nur in einer kleinen Auflage, die längst vergriffen seyn mag. Zwar hat Herr Prof. Jetze in Liegnitz in dem Hindeburgischen mathematischen Magazin einen sehr vollständigen Auszug davon gegeben. Aber auch dieses Magazin hat wegen Mangel des Abgangs aufgehört. Doch ich kann nicht weiter schreiben, ohne von der Sache selbst etwas geschichtliches zu sagen.

Schon als Jüngling und damals noch fast ganz der Mathematik unkundig, bemerkte ich an den Ufern unserer Elbe und insonderheit den mit Deichen eingefaßten, wenn die Gesichtslinie wenigstens eine starke halbe Meile weit bis zu diesen Deichen reichte, zuweilen eine spiegelglatte Fläche zwischen dem Rande des durch Wellen bewegten Wassers und dem Fuße der Deiche. Wenn ich aber zu anderer Zeit nach eben diesen Gegenständen in eben der Richtung sah, so war die spiegelglatte Fläche nicht da und das Ufer war bis zum Wasser deutlich herabgesunken. Ich bin auf diese Erscheinung wenigstens 40 Jahr aufmerksam gewesen, so lange mir meine damals sehr klaren und fernsichtigen Augen zu Hülfe kamen. Lange kannte ich sie nur als an dem Gestade der Gewässer Statt habend. Dann aber bemerkte ich sie auch auf großen Ebenen, wenn der entfernte Rand derselben mit sich unterscheidenden Gegenständen

von

von einiger Höhe, mit Bäumen, Hügeln, Dorfschaften u. dergl. beſetzt war. Nun erfuhr ich auch, daß die Strandbewohner unſerer Gegenden dieſe Erſcheinung kennen und ſie die Kimmung benennen. Aber in gelehrten Schriften und was mich noch mehr wunderte, in Reiſebeſchreibungen fand ich nicht Eine Erwähnung der Sache. Doch war von Italien her die ſogenannte Fata morgana in Schriften und mündlichen Erzählungen bekannt geworden, auch in manche deutſche Schrift eingefloſſen. Mir iſt aber niemand bekannt, der die durch Aberglauben entſtellte Beſchreibung dieſes an der Straße von Meſſina ſich zeigenden Phänomens erklärt hätte, ſo leicht daſſelbe zu beurtheilen iſt, wenn man auf die Kimmung ſeine Aufmerkſamkeit richtet. Mittlerweile häuften ſich meine Beobachtungen, inſonderheit bey jeder Sommerreiſe, die ich über Land oder über Waſſer that. Die Erklärung des Phänomens ſelbſt ward mir nicht ſchwer, aber viel ſchwerer die an daſſelbe ſich knüpfende Abſpiegelung auf der unter den ſich erhebenden Gegenſtänden ſich zeigenden weißen oder vielmehr lichtloßen Fläche. Doch auch damit war ich fertig, als ich im Jahr 1781 folgende Preisaufgabe von der Kopenhagener Societät der Wiſſenſchaften angekündigt las: Accuratis obſervationibus et dimenſionibus determinare, quantum objectum datæ altitudinis, ſi in diverſis videatur diſtantiis, deprimatur infra horizontem, donec tandem evaneſcat, ſimulque invenire, quantum hæ depreſſiones pro diverſo aeris ſtatu et temperie mutentur. Als

ich

ich mich im folgenden Jahre in Kopenhagen befand, sagte ich verschiedenen Mitgliedern der Societät: „Sie werden schwerlich eine Antwort auf diese Ihre Preisfrage bekommen. Noch kenne ich niemand den, der auf die Sache aufmerksam gewesen ist. Das bin ich zwar von meiner Jugend her gewesen und habe eine Menge Beobachtungen darüber gemacht, aber noch keine kunstmäßige und auf die gehörigen Werkzeuge sich stützende. Ohne diese läßt sich die Sache nicht hinlänglich ausmachen. Ich würde Ihnen meine Beobachtungen einschicken, und bey dem Mangel aller Concurrenz vielleicht Ihren Preis gewinnen. Aber ich bin so eigensinnig, daß ich nie eine Preisschrift geschrieben habe oder schreiben werde. Wenn Sie aber dem Publicum öffentlich ankündigen werden, daß keine Preisschrift eingelaufen ist, dann werde ich meine Beobachtungen drucken lassen, und Ihnen einige Abdrücke zusenden, in welchen ich hauptsächlich sagen werde, was noch nach meinen Beobachtungen zu thun sey, um die Sache zu der Reife zu bringen, in welcher sie der Astronomie und Geodäsie richtige Resultate verschaffen kann." In dem folgenden Jahre erschienen meine Tractatus duo optici, von welchen ich 100 Abdrücke an 12 gelehrte Gesellschaften versandte, die ich in der kurzen Vorrede aufforderte, sich nun der Sache weiter anzunehmen. Der Erfolg davon ist so schlecht ausgefallen, daß es mir zu verzeihen ist, wenn ich von den Societäten der Wissenschaften annehme, daß sich von ihrem Eifer für Beförderung

gemein-

gemeinnützlicher Untersuchungen und Angaben nur noch wenig erwarten lasse, wenn sie nicht von einem ihrer Mitglieder in der Absicht geschrieben sind, in ihren Sammlungen Figur zu machen. Nur von der Londoner Societät bekam ich eine Anzeige des Empfangs und ein Dankcompliment. Die Haerlemsche bezeigte mehr Aufmerksamkeit darauf. Sie that mir die nicht beabsichtigte Ehre an, mich zu ihrem Mitgliede zu ernennen. Aber in einem Bande ihrer Verhandlungen befindet sich eine Schrift, welche reich an Bemerkungen und Beobachtungen ist über die Opduyning (dies ist die holländische Benennung des Phänomens) die jedoch nicht mit der von mir angerathenen Genauigkeit angestellt sind. Die an die Pariser Academie gesandten ABdrücke begleitete ich mit einem Schreiben an den nachher so unglücklichen **Condorcet**, welches insonderheit den nicht unwichtigen Nachtrag enthielt, daß **Boscowich** in seinen Messungen am adriatischen Meere das Phänomen bemerkt, es zwar nicht mehr für die Hexe **Morgana** gehalten, aber doch nicht gewußt habe, was er davon denken solle. Aber Condorcet gefiel es nicht mir zu antworten. Die meiste Aufmerksamkeit erwartete ich von der Kopenhagener Societät, nachdem, was ich ein Jahr vorher mit einigen ihrer Mitglieder darüber geredet hatte. Ich hatte insonderheit der Kopenhagener Societät in meiner Schrift gesagt, wenn sie den Zweck ihrer Preisfrage erfüllt zu sehen wünsche, die mitten im großen Belt liegende Insel **Spro** das beste Object für einen

in Korsör dazu angestellten und mit allen nöthigen Werkzeugen zur Untersuchung der Beschaffenheit der Luft versehenen Mathematiker seyn würde. Hier hatte ich in den Jahren 1780 und 82 zwey ganz entgegensetzte Beobachtungen aus dem Fenster des Wirthhauses in Korsör und bey meiner Ueberfarth über den Belt gemacht, deren ich auch in meiner Schrift erwähnte und die frühere in einem Kupfer darstellte. Nur der Argwohn, daß der durch Hamburg reisende Gelehrte, welchem ich sechs Abdrücke für die Societät mitgab, seinen Auftrag nicht ausgerichtet habe, kann die Societät bey mir entschuldigen, daß sie mir auch nicht einmal von dem Empfang derselben Nachricht gegeben, vielweniger sich auch nur das Ansehen gegeben hat, als wenn mein Rath ihr willkommen gewesen sey. Aber sollte denn der Buchhandel nicht ein einziges Exemplar nach Kopenhagen hin unter die Augen eines ihrer Mitglieder gebracht haben? Sollte nicht dadurch allein der Gedanke habe rege gemacht werden können, die Aufgabe, mit welcher sie es im Jahre 1782 so ernsthaft zu meinen schien, in so vielen darauf folgenden Jahren ihrer Ausführung näher zu bringen. Freylich wird dies Geld kosten. Ein gehörig unterrichteter Mathematiker würde in Korsör in den verschiedenen Jahrszeiten sich wochenlang aufhalten und dem Phänomen auflauren müssen. Er müßte nicht nur ein gutes Barometer und Thermometer, sondern auch vollkommene Eudiometer, Hygrometer und Manometer mit sich haben, um den

Zu-

Zustand der Luft in Absicht auf Schwere, Wärme, Reinigkeit, Dichtigkeit und Feuchtigkeit jedesmal zu untersuchen, wenn das Phänomen ihm erscheint. Noch mehr, er müßte eine äusserst vollkommene Nivellirmaschine haben, und bey jeder Beobachtung die scheinbare Erhöhung sowohl des untern Randes als des Kopfs der Insel mit der größten Genauigkeit messen. Er wird aber auch, wenn das Phänomen fehlt, die wichtige Messung anstellen können, wie tief der Kopf der Insel gesunken sey. Sie schien mir im Jahr 1782 fast ganz ins Meer versunken zu seyn, da sie sich zwey Jahr vorher, so wie es mir schien, wie ein hoch über das Meer erhabener Hügel darstellte. Auch bey diesem Wegsinken wird er alle seine meteorologischen Werkzeuge befragen müssen. Es wird viel Fleiß und Zeit dazu gehören, um zu beobachten, was die eine oder die andere Veränderung in der Beschaffenheit der Luft, oder was sie insgesammt dazu beytragen.

Aber wird man fragen, wie ich mich im Stande halten könne, Vorschriften zu Erlangung eines richtigen Resultats zu geben, da ich doch selbst die Unzulänglichkeit meiner Beobachtung gestehe? Dies und worinn sie unzulänglich sind, will ich erklären.

Bey meinem städtischen Leben habe ich sie nie an einem Orte anstellen können, wo ich auch nur ein gutes Barometer und Thermometer zur Hand gehabt hätte. Aber auf Reisen, die mich noch nicht weit von Hamburg führten, konnte ich doch

die

die in Hamburg beobachtete Barometerhöhe als ungefähr der des Orts gleich ansehen, wo ich mich befand. Doch konnte die Verschiedenheit beträchtlich seyn. Ich habe die wichtigsten Beobachtungen auf der Lüneburger Heide gemacht, von welcher ich aus andern Gründen annehme, daß sie wenigstens in ihrer Mitte sehr erhaben über die Meeresfläche sey. Doch besser konnte ichs nicht machen. Zwar entstanden mir die meisten Beobachtungen bey heiterem Wetter und hohem Barometerstande. Aber ich fand doch auch eine große Verschiedenheit in beyden, und sahe, daß darauf allein nicht zu rechnen war. Ich sahe es oft nicht, wenn das Barometer 28½ P. Zoll hoch und die Luft vollkommen heiter war. Aber ich sahe es auch unter bedeckter Luft. Im Jahre 1782 that ich mit dem Herrn Etatsrath Tetens eine Reise nach Hannover bey veränderlicher Witterung. Sehr früh redeten wir von diesem ihm ganz unbekannten Phänomen, und er war sehr begierig dasselbe nun kennen zu lernen. Das aber fügte sich nicht eher, als da wir von Hannover an einem warmen heitern Tage abreiseten. Am Nachmittage entstand nach der großen Wärme ein sehr starkes Gewitter. Doch entscheidet die Wärme nicht darüber. Ich reisete am 2. Jul. 1792 mit dem ungarischen Herrn Grafen Czeczeny an einem hellen Morgen und bey angenehmer Wärme vier Meilen weit die holsteinische Heide hinauf, zu einem Freunde. Ein unangenehmer Nordwestwind erhob sich, wobey es immer kälter ward,

je höher die Sonne stieg, die Luft blieb indeß vollkommen klar, und dennoch habe ich das Phänomen nie so kenntlich und standhaft gesehn.

Nun wunderte sich der Herr Graf, daß diese dürre Gegend rund umher so viel Wasser hätte. Erlauben Sie mir, sagte ich, daß ich den Wagen einen Augenblick halten lasse. Nun richteten wir uns alle drey von unserm Sitze auf, so daß unsere Augen etwa anderthalb Fuß höher kamen. Weg waren nun die Gewässer, und die Heide schloß nun mit allen den Gebüschen zusammen, welche auf etwa $\frac{1}{4}$ Meilen von uns entfernt waren.

Als wir zur Stelle kamen, fand ich an einem in Schatten gehaltenen Thermometer die Wärme nur 8 Grad R. Weil ich im Winter wenig gereiset bin, so habe ich keine zuverlässige Erscheinung bey rechter Winterkälte gehabt, oder mußte wenigstens zweifelhaft bleiben, ob nicht der mir erscheinende lichte Streifen am Horizont Schnee wäre. Im Jahre 1787 im Sept. sah ich es um Mittag auf meiner letzten Reise nach Berlin am Horizont der ausgedehnten Wießen vor Fehrberlin, und diesmal, was mir niemals vorgekommen ist, bey einem anhaltenden feinen Regen. Als ich nach Berlin kam, war mein erstes, nach dem am Mittage dieses Tages auf dem Observatorium bemerkten Stande des Barometers und Thermometers zu fragen.

Dies sind meine spätesten Beobachtungen bis vor der Abnahme meines Gesichts, die so langsam

sie

sie fortgegangen ist, mir doch alles was ich seit sechs Jahren gesehen habe, unzuverlässig machte. Bey einigen derselben habe ich auch gute achromatische Taschenperspective genutzt, jedoch nur in der Absicht, die abgespiegelten Bilder recht zu beurtheilen, die ich denn freylich, wie es sich versteht, verkehrt, aber eben so scharf im Umriß und in Farben, als die recht stehenden Objecte fand. Von der Theorie, die meine Schrift von dieser Abspiegelung gibt, darf hier nicht die Rede seyn. Denn sie hat keinen Einfluß auf die Bestimmung der Refraction selbst, um welche es der Astronomie und Geodäsie so sehr zu thun ist. Ich will nur anmerken, daß meine oben angeführte auch in Kopenhagen geäusserte Meinung, daß vor mir kein Schriftsteller das Phänomen bemerkt und zu erklären gesucht habe, mir während des Drucks jener Schrift benommen ward, als ich des K. K. Herrn Baurath Gruber Briefe hydrographischen und physischen Inhalts aus Crain, Wien 1781, 8. zu Gesicht bekam. Dieser hat auf den Ebenen des Temeswarer Bannats und am Czirnitzner See die Erscheinung beobachtet, und alles an sich mit meinen Wahrnehmungen übereinstimmend gesehn. Doch die Wahrnehmung selbst kann für ein gesundes Auge nur auf einerley Art ausfallen. Aber er hat auch eine Theorie der Abspiegelung gegeben, welcher ich meinen Beyfall nicht versagt, sondern vielmehr die meinige ganz aufgegeben haben würde, wenn sie mich überzeugt hätte. Aber das konnte sie nicht und kann es nimmer. Dies

erklärte ich aufrichtig, wiewohl ich gern an Herrn Gruber die Ehre aufgab, die Sache vor mir richtig bemerkt und beschrieben zu haben. Herr Gruber scheint meinen Widerspruch übel genommen zu haben, wie es die Ausdrücke einer Schrift: Physikalische Abhandlung über die Strahlenbrechung und Abprallung über erwärmte Flächen, Dresden 1787, zeigen, welche mir im Jahr 1787 von der Messe her zu Händen kam. In dieser rechnet Herr G. fast allein auf die Wärme der Luft als Ursache dieser Erscheinung und gibt einige Erfahrungen, theils natürliche, theils künstliche über glühende Eisenstangen gemachte an, die dies beweisen sollen. Ich gestehe aber, daß ich diese Erfahrung, die ich gerne nach ihm gemacht hätte, aus seiner Beschreibung nie recht habe verstehen können, und, wenn ich sie für richtig annehme, sie auf eine andere optische Erscheinung deuten muß, als diejenige ist, wovon ich hier rede. Denn diese hängt gewiß und wahrhaftig nicht von der Wärme ab, wie ich schon gezeigt habe. Denn wiewohl ich noch keine Erfahrung anführen kann, daß sie auch in starker Winterkälte Statt habe, so ist es doch hinreichend zum Beweise, daß ein Phänomen, das in der schwülsten Witterung nicht immer da ist, und sich bey 8 oder 10 Grad R. selbst bey einem naßkalten Regen deutlich zeigt, nicht von der Wärme abhängen könne.

Doch

Doch von diesem unsern Streit hängt die Berichtigung der Refraction zum Dienst der Astronomie und Geodäsie keinesweges ab. Man beobachte nur die Erscheinung selbst, und zu gleicher Zeit die Veränderungen in der Beschaffenheit der Luft nach richtigen Werkzeugen schärfer und besser als ich es habe thun können, so wird sich ausmachen lassen: 1) das Maximum und Minimum in der scheinbaren Erhebung entfernter Gegenstände über den Horizont, oder, wenn auch die zu andern Zeiten auszumachende Depression unter den Horizont bestimmt wird, der größte Unterschied zwischen beyden. Zwey solche Tage, als an welchen ich die Insel Spro von Korsör aus sahe, würden mir, wenn ich mit den erwähnten Instrumenten versehen gewesen wäre, vielleicht den größten Unterschied angegeben haben, welcher möglich ist. Wenigstens mir ist derselbe in ungefährer Schätzung nie so groß vorgekommen.

Doch war mein Auge in dem Wirthshause etwa 15 und nachher auf dem Schiffe wenigstens 10 Fuß über die Meeresfläche erhaben. Der Unterschied wäre gewiß größer ausgefallen, wenn ich mir Zeit gelassen hätte, an den Strand hinabzugehen, und da noch mein Auge so niedrig als möglich herabzubringen. Dies habe ich bey andern Gelegenheiten oftmals gethan und die größte

Erhebung bemerkt, wenn ich mich platt auf die Erde legte, und, den Kopf auf dem Ellbogen gestützt, das Phänomen betrachtete. Wird die Königl. Dänische Societät jemals meinen Vorschlag befolgen, so rathe ich für das Nivelliren ein, auf Rollen verschiebbares leichtes hölzernes Observatorium machen zu lassen. Denn beweglich muß es seyn, weil das Wasser im Belt nicht immer gleiche Höhe hält. Auch müßte das Stativ des Nivellirinstruments so niedrig gemacht werden können, daß der Beobachter fast auf die Erde gestreckt durch dasselbe sehen könne. 2) Auch auf die Entfernung müßte gesehen werden, und die Beobachtungen nicht bloß auf die Insel Spro, sondern auch auf Puncte von verschiedener Entfernung gehen. Denn auch an diesen muß es sich oft zeigen. Ich selbst habe es auf der Ostsee in weit größerer Entfernung, als diese vier Meilen sind, gesehen, und zwar deswegen sehr deutlich, weil der Schiffer ein gutes Fernrohr hatte. Ich erinnere mich eines Aufsatzes in dem Gentlemens Magazin, in welchem ein Bewohner der Provinz Kent dies Wunderding als von ihm an der Flanderschen Küste gesehn beschrieb, freylich aber nicht wußte, was er daraus machen sollte. Hier kommen dann die schönen dänischen Karten dieser Insel sehr zu Statten, aus welchen der Beobachter die Distanzen mit einer völlig zureichenden Genauig-

nauigkeit nehmen könnte. 3) Unmittelbar nach, oder lieber zu gleicher Zeit durch einen zweyten Beobachter, müßten die meteorologischen Werkzeuge beobachtet und der auf jedem bemerkte Stand notirt werden. Aus vielen solchen Beobachtungen würde sich dann ergeben, mit welcher von den bemerkten Eigenschaften und Veränderungen der Luft die Veränderungen in dem Phänomen, die scheinbare Erhöhung oder Depression der Objecte, in der wahrscheinlichsten Verbindung stehen. Sehr gewiß ist es nicht Eine allein, selbst nicht der hohe Stand der Luft und die davon abhängende Dichtigkeit und Schwere, auch nicht die Trockenheit oder Nässe. Doch was weiß ich davon weiter zu sagen, da ich, wie schon gesagt, mit keinem dieser Werkzeuge versehen, und selten von einem festen Standpuncte aus beobachtet, auch zuweilen versäumt habe zu thun, was ich doch hätte thun können, um noch dies oder jenes Unterscheidende in der Beobachtung zu bemerken.

Ueberhaupt aber wird viel dazu gehören, um zu Resultaten zu gelangen, welche der Astronomie und Geodäsie recht zu Hülfe kommen. Man wird bald genug erfahren, daß man es mit der horizontalen Refraction noch nicht aufs Reine gebracht habe. Aber auszumachen, wie viel mehr Gewißheit in dieselbe diese Beobachtungen

bringen, möchte vielleicht erst die Frucht vieljähriger Beobachtungen werden.

Da die öffentlichen Nachrichten uns sagten, daß die französischen Mathematiker, insonderheit Herr de la Place, damit umgingen, die Theorie der Refraction bestmöglich zu vervollkommnen, so habe ich durch Herrn Prof. Bode einen kleinen französischen Aufsatz an Herrn de la Lande bloß in der Absicht befördert, um die Aufmerksamkeit auf diese Sache zu erregen, weis aber nicht, ob ich damit mehr als bey dem unglücklichen Condorcet wirken werde.

J. G. Büsch, Prof.

Hamburg, den 11. März 1798.

Vorrede des Ueberſetzers.

Das Werk, welches ich dem Publikum hier in einer deutſchen Ueberſetzung vorlege, macht einen beträchtlichen Theil des erſten Bandes des ausführlichen Lehrbegriffs der geſammten Mathematik aus, welchen der Herr Juſtizrath und Profeſſor Bugge unter dem Titel: **De mathematiſke Forelæsningers förſte Deel, indeholdende Regning, Geometrie, Plan-Trigonometrie und Landmaaling, Kiöbenhavn 1795**, herausgegeben hat. Der erſte Band dieſes Werks enthält alſo die Arithmetik, Geometrie, ebene Trigonometrie und Feldmeßkunſt. Letztere beyde ſind hier von mir überſetzt worden.

Aus der Vorrede des Herrn Prof. Bugge führe ich hier das an, was auf den von mir überſetzten Theil ſeiner mathematiſchen Vorleſungen Bezug hat.

"Um die Anwendung der Theorie im Practiſchen zu zeigen, fügte ich die Speciallandmeſſung hinzu. Ich erklärte die Abſteckung der Linien auf dem Felde und deren Aufmeſſung. Von den verſchiedenen Inſtrumenten zur Meſſung der Winkeln beſchrieb ich aber nur den Meßtiſch, weil derſelbe weit zuverläßiger als die Boußole

"und das Aſtrolabium iſt. Die Einrichtung des
"Meßtiſches, des Diopterlineals, der Libelle und
"Boußole iſt durch Zeichnungen deutlich gemacht.
"Darauf handelte ich von der Aufſtellung und
"dem Gebrauch des Meßtiſches, nebſt der Be-
"ſtimmung der Winkeln durch das Diopterlineal
"und den dahin gehörigen practiſchen Bemer-
"kungen. Nachdem man auf die Art ſich mit den
"Inſtrumenten zum Feldmeſſen und deren Ge-
"brauch bekannt gemacht hat, ſo lernt man nun,
"wie dieſe zur Beſtimmung unzugänglicher Linien,
"Aufmeſſung geradlinichter und krummlinichter
"Figuren und Verfertigung von Specialkarten
"zu gebrauchen ſind. Darauf wird die Zuſam-
"menſetzung der Kartenblätter zu einer ganzen
"Karte, Zeichnung, Ausrechnung, Kopirung
"und Reduction derſelben erklärt. Das letzte
"Kapitel der Feldmeßkunſt handelt von den
"Nivellirinſtrumenten, dem Nivelliren ſelbſt und
"den Nivellirungskarten. — — Bey Abfaſſung
"der Feldmeßkunſt habe ich nicht ermangelt, die
"practiſchen Handgriffe und Bemerkungen zu er-
"klären, welche ich in einer 16 jährigen Erfah-
"rung als die beſten kennen lernte. Ich beur-
"theilte die Genauigkeit der Inſtrumente, be-
"rechnete und beſtimmte die Ungewißheit, die
"zuläſſigen und unvermeidlichen kleinen Fehler,
"welche wegen der Beſchaffenheit unſerer Sinne
"und der Natur unſerer Inſtrumente in der Aus-
"meſſung und Berechnung der Linien und Figuren
"immer zurückbleiben werden. Die Theorie

"dieſer

"dieser Fehler ist bey Beurtheilung practischer "Arbeiten von großer Wichtigkeit, damit man "von Aufmessungen nicht mehr verlange, als sie "leisten können, oder auch weniger, als sie leisten "müssen. Einige Verfasser, welche über die "Landmeßkunst geschrieben haben, waren bloß "practische Schriftsteller, und berührten entweder "gar nicht, oder wenigstens nur sehr oberflächlich, "die Theorie, worauf die genaue Feldmeßkunst "sich gründet. Andere Schriftsteller in diesem "Fache waren bloß Theoretiker, und hatten nicht "Gelegenheit, im Felde zu arbeiten. Auf ihrer "Studierstube beurtheilten sie die Instrumente "und Methoden, und nahmen solche Voraus- "setzungen und Bedingungen an, von welchen die "Erfahrung sie bald belehrt haben würde, daß sie "entweder ganz unmöglich oder doch sehr schwer "auf dem Felde zu erhalten sind. Beyde Abwege "suchte ich zu vermeiden. Ich habe alle theore- "tische Sätze angeführt und erklärt, auf welche "die Instrumente zum Feldmessen, ihr Gebrauch "und das Feldmessen selbst sich gründen; ich habe "immer die Ausübung auf dem Felde mit der "Theorie zu vereinigen gesucht. Auf der andern "Seite habe ich mich gehütet, mehr Theorien "anzuführen als nöthig ist; ich wollte meine "Schrift nicht mit Regeln und Formeln über- "laden, welche nach meiner Ueberzeugung und "Erfahrung keinen wesentlichen Nutzen oder "practische Anwendung haben. Die Grundsätze, "welche ich bey meinen Theorien zu Grunde gelegt

"habe,

"habe, sind keine bloße theoretische Speculatio-
"nen; es sind practische, auf lange und sichere
"Erfahrung gegründete, Postulate. Die aus
"diesen Theorien gefolgerten Schlüsse über den
"Werth der verschiedenen Instrumente, über die
"größere oder geringere Genauigkeit der mehrern
"Aufmessungsmethoden, über die möglichen Fehler
"bey Aufmessungen und Berechnungen der Kar-
"ten u. s. w. habe ich gleichfals bey vielen und
"großen Aufmessungen mit der Erfahrung über-
"einstimmig befunden. Ich schmeichele mir mit
"der Hofnung, daß die Landmeßkunst bey der
"Art und Weise, wie sie von mir in gedrängter
"Kürze vorgetragen ist, nichts verlohren habe,
"und daß man hier verschiedene Sätze finden
"werde, welche von andern Verfassern nicht
"berührt werden."

Ich ließ den Herrn Verfasser selbst reden, damit das Publikum durch ihn selbst erfahren möchte, was es sich von seiner Arbeit zu versprechen habe, und damit ich der Mühe überhoben seyn könnte, welcher Uebersetzer sich gerne unterziehen zu müssen glauben, und sich auch desto eifriger unterziehen, je mehr das Werk selbst ihnen diese Mühe nothwendig zu machen scheint — ich meine die Anpreisung ihres Originals. Es ist dies eine vermeinte Pflicht, die sie dem Publikum und sich selbst schuldig zu seyn glauben. Der Uebersetzer möchte nicht gern das Ansehn haben, auf seinen vaterländischen Boden eine literarische Frucht verpflanzt zu haben, die dieser bereits

erzeugt,

erzeugt, und vielleicht überdies noch in grösserer Güte hervorbringt. Wie würde er dann den innerlichen Vorwurf von sich ablehnen können, dem Publikum mit seiner Arbeit nicht genuzt, sich selbst vergebliche Mühe gemacht und seine Zeit unnütz verwandt zu haben?

Ich hoffe aber, daß das Publikum über die Verdeutschung der Feldmeßkunst des Herrn Prof. Bugge mir eben so wenig Vorwürfe machen werde, als ich mir darüber Vorwürfe machen zu dürfen glaube, daß ich einen Theil meiner so sehr beschränkten Zeit zu dieser Arbeit anwandte. Ich glaubte, daß ein Lehrbuch der Feldmeßkunst, wie das Buggische, wenn auch nicht im Deutschen fehlte — die Lieblingsphrase so vieler Autoren — doch unter den deutschen Werken gleichen Inhalts und ähnlicher Bestimmung sich vortheilhaft auszeichnen werde. Indeß brauche ich hierüber kein Wort weiter zu verliehren; der Name des Herrn Verfassers und seine lange Erfahrung in diesem Fache lassen nichts alltägliches erwarten.

Ich muß nun noch dies und jenes von meiner Uebersetzung selbst sagen.

Ich war anfangs unschlüssig, ob ich die Plan-Trigonometrie auch übersetzen und der Landmeßkunst als Prolegomena vorangehen lassen sollte oder nicht. Ich entschloß mich aber bald aus dem Grunde dazu, weil ich weiß, daß es unter den Feldmessern auf dem Lande, deren eigentliches Geschäft das Landmessen ist, sehr viele gibt, deren Wissen

nicht

nicht bis zur Trigonometrie reicht, die sich auf Offermanns elendes Buch über die Feldmeßkunst beschränken, und nie etwas auch nur sehr mittelmäßiges leisten können, weil ihnen Kenntniß der Wissenschaft fehlt, ohne die es keine genaue Feldmeßkunst gibt. Unter diesen Leuten wird meine Uebersetzung, wie ich hoffe, viele Leser finden; ich wollte daher nicht, daß sie dadurch von der Lesung derselben abgehalten würden, daß sie auf trigonometrische, ihnen unbekannte, Formeln stießen.

Nun folgt die eigentliche Feldmeßkunst in acht Abschnitten, oder, wie sie im Original heißen, Kapiteln.

Das Ganze beschließt ein von mir verfaßter Anhang über das geometrische Vertheilen der Felder. Ueber das geometrische und ökonomische Vertheilen der Felder sagt Herr Bugge in seinem Buche nichts, und mochte dies vielleicht für desto überflüssiger halten, da Dänemark 4 Jahre früher, als er seine Vorlesungen herausgab, in Morvilles geometriske og oekonomiske Jordeelings- og Jordskiftnings-Lære, Kiöbenhavn 1791, ein sehr schätzbares Werk über diesen Gegenstand erhalten hatte. Dennoch hätte dies Kapitel vielleicht nicht ganz fehlen sollen, am allerwenigsten in unsern Tagen. Zwar fehlt es uns an ausführlichen und gründlichen Schriften über diesen Theil der practischen Geometrie nicht, und unter diesen sind hauptsächlich L. H. Wilkens Landesvermessungen, Leipzig 1765; Vollimhauß Anweisung zu Felder- und Landtheilungen,

lungen, Hannover und Leipzig 1773, und Schleichers Beyträge zur practischen Meßkunst den Gelehrten nicht unbekannt, dennoch aber glaube ich, daß es manchem Leser meiner Uebersetzung, der diese Bücher nicht kennt oder nicht versteht, eine deutliche Auseinandersetzung und Entwickelung der vornehmsten dahin gehörigen Aufgaben hier angehängt zu finden, nicht unangenehm seyn werde. Ich darf mir auch in Betreff dieses Anhangs weiter kein Verdienst anmaaßen, als das Verdienst, welches etwa, darin bestehen mag, daß ich die Auflösung einiger nichtigen Aufgaben hier anfügte. Einige derselben sind aus Schleichers Beyträgen und Mayers practischen Geometrie entlehnt.

Uebrigens wird der Leser nicht ohne Vergnügen die zu meiner Uebersetzung gehörenden Kupfertafeln ansehen. Sie sind mit der größten Accurateſſe und Feinheit gestochen, und übertreffen selbst die des Originals.

Da der Druck hier in Hamburg geschah, und jeder Bogen mir zur Correctur zu Händen kam, so war es mir möglich, die Uebersetzung so correct zu liefern, als man sie beym Durchblättern finden wird. Ich darf daher jezt den Vorwurf nicht befürchten, den man mir in der Literatur-Zeitung und der allgemeinen deutschen Bibliothek in Absicht meiner Uebersetzung der von Hauchischen Experimental-Naturlehre gemacht hat, daß sie nämlich viele Druckfehler enthalte. Zwar hätten die Herren Recensenten in diesen beyden

Zeitun-

Zeitungen so billig seyn sollen, einzusehen, daß, da ich damals in Kopenhagen lebte, und es meinem Verleger gefiel, in Leipzig drucken zu lassen, ich unmöglich für die Druckfehler verantwortlich gemacht werden könnte.

Ich stimme übrigens dem Wunsche des Recensenten in der allgemeinen deutschen Bibliothek bey, daß es den Verlegern, wenn sie auswärts drucken lassen, gefallen möge, sich nach Correctoren umzusehen, die mit Kemtniß ihrer Sprache auch Kenntniß desjenigen besitzen, was ihr Manuscript enthält. Wenigstens ist es doch sehr nöthig, daß sie dasselbe oft ansehn, um nicht Unsinn mehrere hundertmal sich vervielfältigen zu lassen.

Schließlich sey es mir erlaubt, diese Gelegenheit zu benutzen, um den Herrn Prof. Büsch, diesem edlen und würdigen Manne, für die viele Güte und Freundschaft, die ich ein ganzes Jahr hindurch in Seinem Hause und Umgang genoß, den wärmsten und herzlichsten Dank hier öffentlich abzustatten. Eine andere Bestimmung entfernt mich jetzt von Ihm!

Ludolph Hermann Tobiesen.

Hamburg, den 18. März 1798.

Inhaltsverzeichniß

der

Grundlehren der ebenen Trigonometrie

als

Einleitung in die Feldmeßkunst.

Trigonometrische Linien.

Erklärung der ebenen Trigonometrie. §. 1.
Unter welchen Umständen ein Dreyeck vollkommen bestimmt wird. Anmerk. zu §. 1.
Erklärung des Sinus. §. 2.
Erklärung des Cosinus. §. 3.
Erklärung der Tangente. §. 4.
Erklärung der Sekante. §. 5.
Bogen, welche sich zu 180° ergänzen, haben gleichen Sinus und Cosinus, gleiche Tangente und Cotangente, Sekante und Cosekante, Sinus versus und Cosinus versus. §. 6.
Aus dem Sinus eines Winkels oder Bogens lassen sich alle trigonometrische Linien bestimmen. §. 7.
Wenn der Sinus eines Bogens bekannt ist, so läßt sich daraus der Sinus eines halb so großen Bogens finden. §. 8.
Aus dem Sinus und Cosinus eines Bogens den Sinus und Cosinus eines doppelt so großen Bogens zu finden. §. 9.

Aus dem gegebenen Sinus und Cosinus zweyer Bogen findet man den Sinus der Summe dieser Bogen. §. 10.

Aus dem gegebenen Sinus und Cosinus eines Bogens und eines Theils derselben findet man den Sinus des Unterschiedes dieser Bogen. §. 11.

Einrichtung der Sinustafeln. §. 12.

Geschichte der trigonometrischen Linien und Anführung der ältesten Sinustafeln. Anmerk. I. zu §. 12.

Natürliche und logarithmische Sinus, Tangente, u. s. w. nebst Anführung der besten neuen Sinustafeln. Anmerk. II zu §. 12.

Auflösung rechtwinklichter Dreyecke.

In einem rechtwinklichten Dreyeck sind die Hypotenuse und einer der spitzen Winkeln gegeben; man soll die dem spitzen Winkel gegenüberstehende Seite finden. §. 13.

In einem rechtwinklichten Dreyeck sind die Hypotenuse und eine der Catheten bekannt; man soll den spitzen an dieser Cathete liegenden Winkel finden. §. 14.

In einem rechtwinklichten Dreyeck sind ein spitzer Winkel und die demselben gegenüberstehende Cathete gegeben; man soll die Hypotenuse finden. §. 15.

In einem rechtwinklichten Dreyeck sind eine Cathete und der an derselben liegende Winkel gegeben; man soll die andere Cathete finden. §. 16.

Beyde Catheten sind gegeben; man soll einen der spitzen Winkeln finden. §. 17.

In einem rechtwinklichten Dreyeck sind die Hypotenuse und eine der Catheten gegeben; man soll die andere Cathete finden. §. 18.

In einem rechtwinklichten Dreyeck sind beyde Catheten bekannt; man soll die Hypotenuse finden. §. 19.

Anfüh-

Anführung aller möglichen Fälle bey rechtwinklichten Dreyecken in einer Tabelle. §. 20.

Auflösung schiefwinklicher Dreyecke.

In einem jeden geradlinichten ebenen Dreyeck verhalten sich die Seiten desselben, wie die Sinus der gegenüberliegenden Winkeln. §. 21.

In einem schiefwinklichten Dreyeck sind eine Seite, ein Winkel gegenüber und einer an derselben gegeben; man soll die gegenüberstehende Seite finden. §. 22.

In einem Dreyeck sind zwey Winkel und die zwischen denselben liegende Seite bekannt; man soll die dritte Seite finden. §. 23.

In einem Dreyeck sind zwey Seiten und ein Winkel, welcher einer dieser gegebenen Seiten gegenüber liegt, bekannt; man soll den Winkel finden, welcher der andern gegebenen Seite gegenüber liegt. §. 24.

Lehnsaz: Mann weiß die Summe und die Differenz zweyer ungleichen Größen; man soll diese Größen selbst finden. §. 25.

In einem Dreyeck sind zwey Seiten nebst dem eingeschlossenen Winkel gegeben; man soll die zwey andern Winkel finden. §. 26.

Noch eine andere Auflösung dieser Aufgabe. §. 27.

Es sind in einem Dreyeck alle Seiten gegeben; man soll die Winkel finden. §. 28.

Anführung aller Fälle, welche bey schiefwinklichten Dreyecken vorkommen können, in einer Tabelle. §. 29.

Inhaltsverzeichniß

der theoretisch-practischen Anleitung

zum

Feldmessen.

Erster Abschnitt.

Absteckung gerader Linien.

Erklärung der Landmeßkunst — der specialen und geographischen. §. 1. Anmerk. Wann die Speciallandmeßkunst in die geographische übergeht.

Die Landmeßkunst verzeichnet Figuren, die denen ähnlich sind, die man sich zwischen den Objecten auf dem Felde denkt. §. 2.

Der geradlinichte Gang der Lichtstrahlen gibt ein vortreffliches Mittel zur Ziehung gerader Linien auf dem Felde an die Hand. Sätze aus der Optik über das Licht. §. 3.

Was das heißt: eine Linie abstecken. Absteckungsstäbe. Leztere werden schwarz und weiß angestrichen, damit man sie desto besser sehen kann. §. 4.

Verfahren, eine gerade Linie auf dem Felde abzustecken. Signalstäbe mit Fahnen, in der Anmerk. §. 5.

Der

Der Abstand der Stäbe richtet sich nach der Beschaffenheit des Auges und der Klarheit des Wetters. — Je länger man diesen Abstand annehmen kann, desto genauer wird die Arbeit des Absteckens. §. 6.

Unbequemlichkeiten bey dem Abstecken einer geraden Linie auf einem unebenen Lande. §. 7.

Verfahren bey der Absteckung einer Linie über einen Hügel. §. 8.

Verfahren bey der Absteckung einer Linie durch ein tiefes Thal. §. 9.

Wie man, wenn die beyden äussersten Punkte einer Linie gegeben sind, zwischen diesen eine gerade Linie absteckt. §. 10.

Man soll eine Linie durch ein Gehölz abstecken. §. 11.

Ueber den größten und kleinsten Winkel des deutlichen Sehens. §. 12.

Versuche zur Bestimmung dieses Winkels. §. 13.

Hieraus lassen sich die Fehler bestimmen, welche bey dem Abstecken gerader Linien vorgehen können. §. 14.

Wie viel kann man auf einer Linie von 2000—4000 Fuß fehlen, wenn der Ort des letzten Stabes nach dem Object geprüft werden soll? — Anmerk. Das von vielen Schriftstellern über das Feldmessen angegebene Verfahren zur Absteckung einer geraden Linie ist lange nicht so sicher als das §. 5 erklärte. §. 15.

Zweyter Abschnitt.

Ausmessung gerader Linien auf dem Felde.

Zur Ausmessung gerader Linien gebraucht man Schnur, Maaßstäbe und Ketten. Unbequemlichkeit der erstern. Maaßstäbe geben für die Specialaufmessung eine größere Genauigkeit, als verlangt wird. §. 16

Einrichtung der Meßkette. §. 17.

Eine auf ebenem Boden abgesteckte Linie aufzumessen. §. 18.

Wie man zu verfahren hat, wenn man über einen Hügel wegmißt. §. 19.

Messung durch ein Thal. Das Verfahren ist mit dem im vorigen §. erklärten im Allgemeinen einerley. §. 20.

Untersuchung, wie groß der Neigungswinkel eines abschüssigen Terrains seyn dürfe, um noch keinen merklichen Unterschied zwischen demselben und der Horizontallinie annehmen zu dürfen. §. 21.

Fehler, die aus einem 1 oder 2 Grad betragenden Neigungswinkel, oder aus einer nicht genau horizontal liegenden Kette entstehen, darf man aus der Acht lassen. §. 22.

Die Fehler, die daraus entstehn, daß die Meßkette sich nie ganz genau in eine Horizontallinie anziehen läßt, sind ebenfalls unbeträchtlich. §. 23.

Anführung der unvermeidlichen kleinen Fehler bey der Kettenmessung. §. 24.

Versuche über die Genauigkeit der Kettenaufmessung in Vergleichung mit der höchst genauen Ausmessung durch Maaßstäbe. §. 25.

Folgerungen aus diesen Versuchen. §. 26.

Die unvermeidlichen Fehler bey der Absteckung und Aufmessung der Linien sind nach dem Maaßstabe, der den Karten zum Grunde liegt, immer noch unbedeutend. §. 27.

Dritter Abschnitt.

Einrichtung, Verification und richtiger Gebrauch des Meßtisches.

Instrumente zur Messung der Winkeln. Eintheilung und Verweisung auf Beschreibung derselben. §. 28

Der Meßtisch — Erfinder desselben und die an demselben von mehrern Meßkünstlern angebrachten Verbesserungen. §. 29.

Beschreibung des bey den großen Vermessungen in Dänemark gebrauchten Meßtisches. §. 30.

Einrichtung des Stativs. §. 31.

Innere Einrichtung der Libelle. §. 32.

Aeussere Einrichtung der Libelle. §. 33.

Verification der Libelle. §. 34.

Einrichtung des Diopterlineals. §. 35.

Vortheile dieser Einrichtung. Andere Einrichtungen des Diopterlineals. §. 36.

Verification der Dioptern. §. 37.

Fehlerhafte Prüfungen der Dioptern. §. 38.

Einrichtung des Kompasses. Wie man eine Nadel magnetisch macht. §. 39.

Verification der Magnetnadel. §. 40.

Vierter Abschnitt.

Aufstellung und Gebrauch des Meßtisches.

Aufspannung des Papiers auf dem Meßtische. Größe des Einlaufens des Papiers. §. 41.

Den Meßtisch aufzustellen. §. 42.

Den Meßtisch horizontal zu stellen. §. 43.

Es ist auf dem Felde eine abgesteckte Linie, und in derselben ein Punct gegeben; man soll den Meßtisch dergestalt aufstellen, daß eine auf demselben gegebene Linie und ein in dieser Linie gegebener Punct in die Linie und auf den Punct auf dem Felde fallen. §. 44.

Einen Punct auf dem Meßtische über einen Punct auf dem Felde durch eine Kreuzlinie zu bringen. §. 45.

Bestimmung der Entfernung der Absteckungsstäbe, nach welchen der Meßtisch gestellt werden soll. §. 46.

Was Grundlinien und Stationen sind. §. 47.

Es ist eine Grundlinie und in dieser eine Station gegeben, man soll von dieser Station aus nach verschiedenen sichtbaren Objecten visiren, und die Winkel derselben mit der Grundlinie messen. §. 48.

Die feinste Linie auf dem Meßtische nimmt eine Breite von einer Minute ein; und man kann also durch Hülfe des Meßtisches die Größe der Winkeln nicht genauer als auf eine Minute bestimmen. §. 49.

Untersuchung, welche Fehler daher entstehen können, daß die Absehenlinie der Dioptern durch die Mitte des Lineals und nicht durch eine der Seiten desselben geht. §. 50.

Der nach der Seite des Diopterlineals aufgetragene Winkel ist um so viel zu groß, als die Parallaxe des Diopterlineals beträgt. §. 51.

Folgerungen aus dem vorigen §. §. 52.

Wie man zu verfahren habe, wenn entweder wegen Hinderuisse, auf die man trift, oder weil man den Endpunct der Grundlinie erreicht hat, und nun das seitwärts von derselben abliegende Land aufnehmen soll, eine Seitenlinie abzustecken hat. §. 53.

Die

Die gröſsern Abſteckungsſtäbe dürfen nicht viel über 64 und die kleinern nicht viel über 48 Ellen vom Meſstiſche entfernt ſtehen. Grund dieſer Regel. §. 54.

Die Richtung der Magnetnadel auf dem Tiſche anzugeben. §. 55.

Vorſicht bey dieſer Arbeit. §. 56.

Fünfter Abſchnitt.

Aufmeſſung unzugänglicher Linien.

Was unzugängliche Linien ſind. §. 57.

Eine unzugängliche Linie aufzumeſſen, wenn man von einem dritten Orte aus zu den beyden Endpuncten derſelben viſiren und meſſen kann. §. 58.

Wie man zu verfahren habe, wenn man einen ſolchen Ort nicht finden kann. §. 59.

Die Lage eines Objects zu beſtimmen, wenn man in zwey Stationspuncten nach demſelben viſiren kann. §. 60.

Auf einer auf dem Felde abgeſteckten Linie eine Perpendiculare zu errichten. §. 61.

Einrichtung und Verification des Diopterkreuzes. §. 62.

Auf dem Felde einen Winkel von 60 Grad mit der Kette abzuſtecken. §. 63.

Wie man ſich zu verhalten habe, wenn die Grundlinie auf ein Hinderniß trift, über welches zwar die Abſteckung nicht aber die Abmeſſung vorgenommen werden kann. §. 64.

Von der Dreyeck- und Rechteckmethode zur Umgehung eines Hinderniſſes, auf welches die Grundlinie trift. §. 65.

Eine krumme Linie aufzumeſſen. §. 66.

Eine Figur aus dem Umkreise aufzumessen. §. 85.

Eine krummlinichte Figur aufzumessen, wenn man innerhalb derselben am Umkreise gerade Linien abstecken und aufmessen kann. §. 87.

Eine Figur aufzumessen, wenn man eine ihrer Seiten messen, und von den Endpuncten derselben nach allen Ecken visiren kann. §. 88.

Eine Figur aufzumessen, wenn man innerhalb derselben eine gerade Linie abstecken und messen, und von zwey oder mehrern in derselben angenommenen Stationen aus nach allen Ecken visiren kann §. 89.

Dreyeckmethode, Diagonalmethode und Methode der Parallellinien. §. 90.

Erklärung der Dreyeckmethode. §. 91.

Erklärung der Diagonalmethode. §. 92.

Erklärung der Methode der Parallellinien. §. 93.

Wie eine Specialkarte über eine ganze Feldmark aufgenommen wird. §. 94.

Vorzüge der Methode der Parallellinien. §. 95.

Schriften über die geographische Landmessung, Vertheilung der Felder, militärische Landmessung, Markscheidekunst. §. 96.

Siebenter Abschnitt.

Zusammensetzung, Berechnung, Zeichnung, Kopirung und Reduction der Specialkarten.

Zusammenfügung der Karten nach den Combinationslinien. §. 97.

Zeichnung der Cartouche, des Maaßstabes, der Kartenzeichnungen, der Richtung der Magnetnadel. §. 98.

Zwiefache

Zwiefache Methode der Generalberechnung, d. h. Berechnung des Inhalts der ganzen Karte; Specialberechnung. §. 99.

Bey der Berechnung der Karte müssen die Höhen und Grundlinien der Figuren vermittelst des eingelaufenen Maaßstabes berechnet werden. Wie man, wenn dieß nicht geschehen ist, dennoch den wahren und richtigen Inhalt der Karte finden könne. §. 100.

Fehler, welcher entsteht, wenn man die Höhen und Grundlinien der Figuren vermittelst des Zirkels aufnimmt. §. 101.

Bestimmung der Folgen dieses Fehlers bey der Ausrechnung eines Dreyecks. §. 102.

Bestimmung der Folgen dieses Fehlers bey einer vielseitigen Figur, wenn man dieselbe durch Diagonallinien in Dreyecke zerlegt, und jedes dieser Dreyecke für sich berechnet. §. 103.

Bestimmung der Folgen dieses Fehlers in der Berechnung des Flächeninhalts einer vielseitigen Figur, wenn man immer zwey Dreyecke zusammennimmt, und als ein Trapezium berechnet. §. 104.

Bestimmung der Folgen dieses Fehlers in der Berechnung einer vielseitigen Figur, wenn man dieselbe durch Diagonallinien aus einem Winkel derselben in Dreyecke zerlegt. §. 105.

Bestimmung der Folgen dieses Fehlers in der Berechnung einer vielseitigen Figur, wenn man dieselbe durch Linien aus einem innerhalb der Figur angenommenen Puncte in Dreyecke theilt. §. 106.

Kopierung der Karten: 1) durch die Kopiernadel; 2) durch das Kopierglas und 3) durch transparentes Papier. §. 107.

Auszeichnung der Wiesen, Wälder u. s. w. auf der Karte, und Anführung einiger Schriften zur Verfertigung schöner Kartenzeichnungen. §. 108.

Man thut wohl, die Karte auf Leder oder Kattun zu kleben. §. 109.

Reduction der Karten; diese kann nach der Länge oder nach dem Inhalt der Karte vorgenommen werden. §. 110.

Reduction der Karten nach dem Maaßstabe: 1) durch Quadrate; 2) durch reducirte Distanzen. §. 111.

Das Pantograph oder Reductions-Instrument. §. 112.

Der Nonius oder Vernier. §. 113.

Einrichtung des Pantographs. §. 114.

Eine Karte in einem gegebenen Verhältniß z. B. auf den dritten Theil des Original-Maaßstabes zu verkleinern. §. 115.

Achter Abschnitt.

Vom Nivelliren

Was wahre Horizontallinie ist — scheinbare Horizontallinie — Erklärung des Nivellirens. §. 116.

Die Reduction der scheinbaren Horizontallinie auf den wahren Horizont. §. 117.

Berechnung dieser Reduction für eine gegebene Distanz §. 118.

Nivellirinstrument. §. 119.

Wasserwage mit zusammenhängenden Röhren. §. 120.

Einrichtung der Nivellirstäbe oder Nivellirsignale. §. 121.

Wenn man mit dem Nivellirlinial nivellirt, so entsteht eine Ungewißheit in der nivellirten Höhe von 2 Linien. §. 122.

Anführung verschiedener Nivellirinstrumente, z. B. von Hügens, Römer u. s. w. §. 123.

Lehnsätze aus der Dioptrik zur deutlichern Einsicht in die Einrichtung, Berichtigung und den Gebrauch der Nivellirinstrumente. §. 124.

Beschreibung des Eckströmschen Nivellirinstruments. §. 125.

Untersuchung, ob die Libelle bey Neigungen von 1 bis 2 Sekunden beweglich ist. §. 126.

Durch Nivelliren zu bestimmen, wie viel ein Punct höher als ein anderer liegt, wenn man in mehrern Stationen nivelliren kann. §. 127.

Refraction in der Atmosphäre der Erde. §. 128.

Bestimmung der Refraction. §. 129.

Wenn man von dem einen Ende einer Linie zu dem andern nivellirt, so macht die Refraction die nivellirten Höhen größer. §. 130.

Es gibt zwey Puncte, zwischen welchen man in gerader Linie nivelliren kann; man soll bestimmen, wie viel der eine Ort höher als der andere liegt, wenn man von Stationen in der Mitte aus nivellirt. §. 131.

Diese Methode läßt sich auch da anwenden, wo man nicht in einer einzigen geraden Linie nivellirt, sondern in Linien, welche Winkel mit einander machen. §. 132.

Nivellir- und Zeichenplatten. §. 133.

Es gibt einen Punct auf dem Felde; man soll durch denselben eine Horizontallinie legen. §. 134.

Eine Linie unter einer bestimmten Neigung von einem Puncte zu einem andern zu legen. §. 135.

Einen Platz zu einer bestimmten Horizontalebene zu ebenen. §. 136.

Die Ründung eines Weges oder einer Gasse abzustecken. §. 137.

Das Wassermaaß eines Mühlenteichs zu bestimmen. §. 138.

Verfertigung eines ausführlichen Profils über das Steigen und Fallen des Bodens. §. 139.

Ableitung eines Sees in einen Fluß. §. 140.

Anlegung eines Kanals. §. 141.

Vollſtändige

theoretiſch-practiſche Anleitung

zum

Feldmeſſen.

Trigonometrische Grundlehren
als
Einleitung in die Feldmeßkunst.

Trigonometrische Linien.

§. 1.

Die ebene Trigonometrie ist die Wissenschaft, welche aus drey gegebenen Stücken eines ebenen geradlinichten Dreyecks, unter welchen wenigstens Eine Seite seyn muß, die übrigen drey Stücke zu berechnen lehrt.

Anmerkung. Ein Dreyeck kann erst dann bestimmt berechnet werden, wenn die drey gegebenen Stücke ein Dreyeck vollkommen bestimmen, d. h. wenn man diese gegebenen Stücke in zwey Dreyecken sich denkt, diese in Rücksicht des Flächeninhalts und der übrigen Seiten und Winkeln gleich groß sind, oder wenn sich aus den gegebenen Stücken nur ein einziges Dreyeck konstruiren und zeichnen läßt. Die Geometrie lehrt die Fälle, in welchen dieses Statt findet. So wird ein Dreyeck durch zwey Seiten und den eingeschlossenen Winkel; durch drey Seiten; durch eine Seite und die an derselben liegenden Winkel; durch zwey Winkel und eine gegenüberliegende Seite bestimmt. Hingegen bestimmen eine Seite, ein Winkel an dieser Seite, und eine diesem Winkel gegenüberliegende Seite nicht genau ein Dreyeck. Es können aus diesen gegebenen Stücken zwey Dreyecke, eins mit einem spitzen und eins mit

einem ſtumpfen Winkel entſtehen, welches man eine trigonometriſche Zweydeutigkeit nennt, und wovon man ſowohl in der ebenen als ſphäriſchen Trigonometrie mehrere Beyſpiele hat. Aus dem Flächeninhalt eines Dreyecks läßt ſich keine ſeiner Seiten oder Winkeln berechnen, weil man ſich unzählig viele Dreyecke denken kann, welche auf gleicher Grundlinie und zwiſchen Parallellinien ſtehen, daher alle von gleichem Flächeninhalte ſind, aber ungleiche Seiten und Winkel haben. Eben ſo wenig kann man eine der Seiten eines Dreyecks berechnen, wenn bloß die Winkel gegeben ſind, indem dadurch nur ähnliche Dreyecke entſtehn. Dieſe drey zuletzt genannten Fälle gehören alſo nicht in die Plantrigonometrie. In der ebenen Geometrie conſtruirt und zeichnet man aus den gegebenen ein Dreyeck beſtimmenden Stücken dieſes Dreyeck, und beſtimmt durch den Tranſporteur und Maaßſtab die Größe der unbekannten Winkeln und Seiten; doch kann das nur mit dem Grad von Genauigkeit und Gewißheit geſchehen, welche die Größe des Tranſporteurs und Maaßſtabes erlaubt. Dieß iſt aber bey großen Dreyecken, ſo wie ſie in der geographiſchen Landmeſſung, in der Navigation, Aſtronomie und Geographie vorkommen, bey weiten nicht hinlänglich, wo vielmehr die Trigonometrie, welche nicht durch Conſtruction, ſondern durch Berechnung die geſuchten Winkel und Seiten beſtimmt, ganz unentbehrlich iſt.

§. 2.

Der Sinus eines Bogens AB (Fig. 1.) oder eines Winkels X iſt eine ſenkrechte Linie BD, welche von dem einen Ende des Bogens B auf den durch das andere Ende deſſelben A gezogenen Radius gefällt wird. Hieraus folgt: 1) daß wenn der Bogens = o iſt, oder B mit A zuſammen fällt, auch keine ſenkrechte Linie

Statt

Statt finden kann, oder daß dann auch der Sinus = o ist. 2) Der Sinus wächset von o° bis 90°, weil BD immer größer wird. 3) Wenn der Bogen AB = 90° ist, oder B in G fällt, so fällt die Perpendiculare CG in den Mittelpunct C. Auf der andern Seite desselben, z. B. in M oder N wird der Sinus wieder kleiner, bis er in K oder 180° wieder = o wird, woraus erhellet, daß der Sinus eines Bogens von 90° oder eines rechten Winkels gleich dem Radius und der größte aller Sinus ist, weswegen er Sinus totus heißt, und in der Folge mit R oder sin. tot. bezeichnet werden wird. 4) Der Sinus BD eines gegebenen Bogens ist gleich der halben Chorde = ½ PB des doppelt so großen Bogens BAP. Man nehme einen Bogen AP = AB; ziehe die Chorde BP, und ziehe vom Mittelpuncte C die senkrechte Linie CD auf die Chorde, so theilt diese Linie sowohl die Chorde BP als auch den Bogen BAP in zwey gleiche Theile, oder BD = ½ PB und x = AB = ½ BAP; aber BD ist der Sinus von AB; also ist der Sinus von AB = ½ BAP so groß als die halbe Chorde = BD = ½ BP eines doppelt so großen Bogens. 5) Der Sinus BD eines Bogens AB oder eines Winkels x von 30° ist dem halben Radius gleich, oder = ½ AC. Denn der Sinus von 30° ist der halben Sehne eines Bogens von 60° gleich; die Chorde von 60° ist aber so groß als der Radius; daher der Sinus von 30° = ½ Radius = ½ AC.

§. 3.

Der Cosinus eines Bogens AB oder eines Winkels x ist das zwischen dem Sinus und dem Mittelpuncte liegende Stück des Radius. Hieraus folgt: 1) ist der

Bogen = o, oder fällt B mit A zusammen, so fällt D mit A zusammen, oder **ist der Bogen = o, so ist der Cosinus so groß als der Radius.** 2) So wie der Bogen wächset, wird der Cosinus kleiner und kleiner, und wenn der Bogen endlich 90° wird, dessen Sinus = GC, so ist der Cosinus = o. 3) Von zwey Bogen AB und BG, oder von zwey Winkeln x und y, welche zusammen 90° ausmachen, sagt man, daß der eine das Complement des andern sey; so ist y das Complement von x. Zieht man von B eine Linie BF senkrecht auf den Radius CG, so ist FD ein Parallelogramm, wo CD = FB und BD = CF. Aber FB ist der Sinus und FC der Cosinus des Bogens GB oder des Winkels y; also ist die Linie CD, welche Cosinus eines gegebenen Bogens AB ist, zugleich Sinus eines Bogens GB, welcher das Complement des Bogens AB ist, oder **Cosinus und Sinus des Complements ist einerley.**

§. 4.

Die Tangente eines Bogens AB oder eines Winkels x ist das Stück eines Perpendikels auf AC, welches von dem andern verlängerten Radius CB in E abgeschnitten wird. Hieraus folgt: 1) daß wenn der Bogen = o ist, die Tangente desselben auch = o ist. 2) von 0° bis 90° wird die Tangente immer größer; **aber die Tangente von 90° ist unendlich groß,** denn weil in dem Fall CE parallel mit AE wird, so stehen beyde gleich weit von einander und können sich also nicht schneiden; AE ist also dann größer, als jede endliche Größe, d. h. unendlich groß. 3) **die Tangente AE von 45° ist so groß als der Radius;** denn wenn der Bogen AB = = 45°, so ist das rechtwinklichte Dreyeck CAE

CAE ein gleichſchenklichtes, oder AC = AE. Die Cotangente eines Bogens AB oder eines Winkels x iſt die Linie GH, welche die Tangente ſeines Complements BG oder y iſt. Iſt der Bogen = 90°, ſo iſt die Cotangente = 0; die Cotangente wächſet, wenn der Bogen abnimmt, und iſt der Bogen = 0, ſo iſt die Cotangente unendlich groß, weil GH und CH dann parallel ſind.

§. 5.

Die **Sekante** eines Bogens AB oder eines Winkels x iſt die Hypotenuſe CE in dem rechtwinklichten Dreyeck CAE, deſſen ſenkrechte Seiten die Tangente und der Radius ſind. Die **Coſekante** iſt die Hypotenuſe in dem rechtwinklichten Dreyeck CGH, deſſen Catheten die Cotangente GH und der Radius CG ſind. Der **Sinus verſus** iſt das Stück von A bis D, wo der Sinus auf den Radius trifft. Der **Coſinus verſus** iſt das Stück GF von dem Endpuncte des Radius G bis an den Coſinus FB.

Anmerkung. Der Kürze wegen bezeichnet man den Sinus von AB oder x mit Sin. AB oder Sin. x; den Coſinus mit Coſ.; die Tangente und Cotangente mit Tang. und Cotang.; Sekante und Coſekante mit Sec. und Coſec.; Sinus verſus und Coſinus verſus mit Sin. verſ. und Coſin. verſ. So bedeutet Coſ. x + Tang. y die Summe des Coſinus des Winkels x und der Tangente des Winkels y; Sec. AB = CE bedeutet, daß die Sekante des Bogens AB = CE iſt u. ſ. w.

§. 6.

Wenn zwey Winkel ACB und KCB oder zwey Bogen AB und KB zuſammen 180° ausmachen, oder die Supplemente einer von dem andern ſind: ſo haben ſie gleichen Sinus und Coſi-

nus, Tangente und Cotangente, Sekante und Cosekante, Sinus versus und Cosinus versus.

Wenn man den Sinus des Bogens KB oder des stumpfen Winkels KCB finden will, so muß man von dem einen Ende des Bogens K eine senkrechte Linie KL auf den verlängerten Radius ziehen, und KL = Sin. KB (§. 2. und 5.) und Cos. KB = LC (§. 3.). Die Tangente von KB ist die senkrechte Linie KI, welche durch den verlängerten Radius CB bestimmt wird (§. 4.) oder Tang. KB = KI. Da nun x = m, und L = D = R, und CB = CK: so ist △BCD = △CKL; ferner △CAE = △CKI; also BD = KL, oder Sin. AB = Sin. KB; AE = IK oder Tang. AB = Tang. KB; CD = CL oder Cos. AB = Cos. KB, und CI = CE, oder Sec. KB = Sec. AB. Ferner ist die Cotangente nichts anders als die Tangente des Complements (§. 4.), und da nun BG sowohl von AB als von BK das Complement ist, so ist Tang. BG = Cot. AB = Cot. KB. Die Cosekante wird durch den Radius und die Cotangente bestimmt (§. 5.), und da nun diese, wie bewiesen ist, für die Bogen AB und KB gleich groß ist, so ist Cosec. AB = Cosec. KB. Da endlich der Sinus versus der Unterschied zwischen dem Radius und dem Cosinus, und der Cosinus versus der Unterschied zwischen dem Radius und Sinus ist (§. 5.), und es bewiesen ist, daß Cos. AB = Cos. KB, und Sin. AB = Sin. KB, so ist auch R — Cos. AB = R — Cos. KB oder Sin. vers. AB = Sin. vers. KB, und R — Sin. AB = R — Sin. KB oder Cos. vers. AB = Cos. vers. KB.

Anmerkung. Da also alle trigonometrische Linien, Sinus, Tangente, Sekante, Cosinus; Cotangente u. s. w. des Bogens AB im Quadranten ABG so groß sind, als Sinus,

Sinus, Tangente u. s. w. des Supplementbogens KB, so braucht man nur die trigonometrischen Linien für alle Grade, Minuten u. s. w. von 0° bis 90° oder für Einen Quadranten zu berechnen, um sie für alle mögliche Bogen zu haben. Sin. 120° = Sin. 60°; Cos. 150° = Cos. 30°; Tang. 140° = Tang. 40°; Cotang. 110° = Cotang. 70° u. s. w. Fürs erste muß also nun gezeigt werden, wie man den Sinus für alle Winkel und Bogen von 0° bis 90° berechnet.

§. 7.

Weis man den Sinus eines Winkels, so kann man aus demselben alle trigonometrische Linien, Cosinus, Tangente, Cotangente u. s. w. bestimmen.

1) $CB^2 = CD^2 + BD^2$, also $CB^2 - BD^2 = CD^2$, und $\sqrt{(CB^2 - BD^2)} = CD$; aber $CB = AC = R$, und $BD = \text{Sin. } x$ (§. 2. und 5.) und $CD = \text{Cos. } x$ (§. 3.); folglich $\text{Cos. } x = \sqrt{(R^2 - \text{Sin. } x^2)}$.

2) $AD = CA - CD$; aber $AD = \text{sin. verf. } x$ (§. 5); also $\text{sin. verf. } x = R - \text{Cos. } x$.

3) $GF = GC - FC$; aber $FG = \text{Cos. verf. } x$ (§. 5.); $CG = CA = R$ und $FC = BD = \text{sin. } x$; also $\text{Cos. verf. } x = R - \text{sin. } x$.

4) Da der Sinus BD und die Tangente AE beyde auf dem Radius senkrecht stehen (§. 2 und 4) und also parallel sind, so ist $\triangle CDB \sim \triangle ACE$ und $CD : DB = CA : AE$ oder $\text{Cos. } x : \text{sin. } x = R : \text{Tang. } x$, und also $\text{Tang. } x = \frac{R \cdot \text{sin. } x}{\text{Cos. } x}$ oder die Tangente ist die vierte Proportionallinie zum Radius, Sinus und Cosinus.

5) Da FB mit GH parallel ist, so ist $\triangle CBF \sim \triangle CGH$; also $CF : FB = CG : GH$; aber

$CF = BD = \text{sin. } x$; $FB = CD = \text{Cos. } x$ und $CG = AC = R$; also $\text{sin. } x : \text{Cos. } x = R : \text{Cotang. } x$, oder die Cotangente ist die vierte Proportionallinie zum Sinus, Cosinus und Radius. Ferner ist GH parallel mit AC, also $x = n$; ferner $A = G$, folglich $\triangle CAE \sim \triangle CGH$ und $AE : AC = AC : GH$, oder $\text{Tang. } x : R = R : \text{Cot. } x$, also $\frac{R^2}{\text{Tang. } x} = \text{Cot. } x$, oder die Cotangente ist die dritte Proportionallinie zur Tangente und zum Radius.

6) $CE^2 = AC^2 + AE^2$, aber $CE = \text{Sec. } x$; folglich $\text{Sec. } x = R^2 + \text{Tang. } x^2$ und $\text{Sec. } x = \sqrt{(R^2 + \text{Tang. } x^2)}$. Ferner $CD : CA = CB : CE$ und $\text{Cos. } x : R = R : \text{Sec. } x$ und $\frac{R^2}{\text{Cos. } x} = \text{Sec. } x$, oder die Sekante ist die dritte Proportionallinie zum Cosinus und Radius.

7) $CH^2 = CG^2 + GH^2$, aber $CH = \text{Cosec. } x$, daher $\text{Cosec. } x^2 = R^2 + \text{Cotang. } x^2$ und $\text{Cosec. } x = \sqrt{(R^2 + \text{Cotang. } x^2)}$. Ferner $BD : CB = CG : CH$ oder $\text{Sin. } x : R = R : \text{Cosec. } x$ und $\frac{R^2}{\text{Sin. } x} = \text{Cosec. } x$, oder die Cosekante ist die dritte Proportionallinie zum Sinus und Radius.

§. 8.

Wenn der Sinus eines ganzen Bogens AB (Fig. 2.) oder eines Winkels x gegeben ist, so ist der Sinus des halben Bogens oder des Winkels $\frac{1}{2}x$ der halben Quadratwurzel aus dem Quadrat des Sinus BD und dem Quadrat des Sinus versus AD gleich, oder $\text{Sin. } \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}\sqrt{(\text{Sin. } x^2 + \text{Sin. verf. } x^2)}$.

Da

Da BE nach der Bedingung $= \frac{1}{2}$ AB, so theile CE die Chorde in zwey gleiche Theile, und steht auf derselben senkrecht, und $\frac{1}{2}$ AB = BF = FA. Da nun der Sinus BD des ganzen Bogens AB = Sin. x gegeben ist, so ist auch der Sinus versus dieses Winkels AD = Sin. vers. x gegeben (§. 7. Nr. 2); aber $AB^2 = BD^2 + AD^2$ und $AB = \sqrt{(BD^2 + AD^2)}$ und $\frac{1}{2}$ AB $= \frac{1}{2}\sqrt{(BD^2 + AD^2)}$ = BF, oder Sin. $\frac{1}{2}$ x $= \frac{1}{2}\sqrt{(\text{Sin. x}^2 + \text{Sin. vers. x}^2)}$.

§. 9.

Wenn der Sinus AF (Fig. 3.) und also auch der Cosinus CF eines einfachen Bogens AB = x gegeben ist: so ist der Sinus DE eines doppelt so großen Bogens AE = 2 x die vierte Proportionallinie zum Radius, Cosinus des einfachen Bogens und dem zwiefachen Sinus desselben Bogens, oder R : Cos. x = 2 Sin. x : Sin. 2 x.

In den Dreyecken CAF und EAD sind die Winkel bey F und D rechte Winkel, und der Winkel CAF beyden gemeinschaftlich, also $\triangle$ CAF $\sim$ $\triangle$ EAD und CA : CF = AE : ED; aber AE = 2 AF = 2 Sin. x, also R : Cos. x = 2 Sin. x : Sin. 2 x, und Sin. 2 x $= \frac{\text{Cos. x. 2 Sin. x.}}{\text{R}}$

§. 10.

Wenn der Sinus und Cosinus zweyer Bogen AB und BD (Fig. 4), oder zweyer Winkel x und y, nämlich BE = Sin. x, CE = Cos. x, DF = Sin. y und CF = Cos. y bekannt sind, so ist der Sinus DG der Summe dieser Bogen = Sin. (x + y) so groß, als die Summe der Rechtecke aus dem Sinus des ersten Bogens in den Cosinus des zweyten,

ten, und dem Sinus des zweyten in den Cosinus des ersten, dividirt mit dem Radius oder Sin. $(x+y) = \frac{\text{Sin. x. Cos. y} + \text{Sin. y. Cos. x.}}{R}$

Man ziehe FH senkrecht auf AC, und FK senkrecht auf DG, so ist HK ein Rechteck, wo FH = KG ist. △ CEB ∽ △ CHF und CB : BE = CF : FH oder KG, d. h., wenn man die trigonometrischen Bezeichnungen gebraucht, R : Sin. x = Cos. y : KG, also $KG = \frac{\text{Sin. x. Cos. y.}}{R}$ Ferner △ DFK ∽ △ DFI. Da die Verticalwinkel bey I gleich groß, und bey F und G rechte Winkel sind: so ist △ DFI ∽ △ CGI ∽ △ CEB. Deswegen △ DFK ∽ △ CEB und CB : CE = DF : DK, oder R : Cos. x = Sin. y : DK und $DK = \frac{\text{Cos. x. Sin. y.}}{R}$ Hierzu addire man den vorhin gefundenen Werth von $KG = \frac{\text{Sin. x. Cos. y.}}{R}$, so ist KG + DK = DG = $\text{Sin.}(x+y) = \frac{\text{Sin. x. Cos. y}}{R} + \frac{\text{Sin. y. Cos. x}}{R} = \frac{\text{Sin. x. Cos. y} + \text{Sin. y. Cos. x.}}{R}$

§. 11.

Wenn der Sinus und Cosinus eines ganzen Bogens AD = x, und eines Theils desselben AB = y (Fig. 5), nämlich DG = Sin. x, CG = Cos. x, AF = Sin. y und CF = Cos. y gegeben sind: so ist der Sinus des Unterschieds dieser Bogen DL = Sin. (x − y) dem Unterschied der Rechtecke aus dem Sinus des ganzen Bogens in den Cosinus des Theils desselben und dem Sinus des Theils in den Cosinus des ganzen Bogens, dividirt durch den Radius, gleich, oder

$$\text{Sin.}(x-y) = \frac{\text{Sin. x. Cos. y} - \text{Sin. y. Cos. x.}}{R}$$

Man

Man ziehe DL und GH senkrecht auf CB und GK parallel mit CB auf DLK, so ist HK ein Rechteck, wo HG = LK. Nun sind die Winkel bey F und G rechte Winkel und ACF gemeinschaftlich, daher △ ACF ∽ △ GCI ∽ △ ILD ∽ △ GKD, also CA : CF = DG : DK oder R : Cos. y = sin. x : DK und $DK = \frac{\text{Cos. y. sin. x.}}{R}$. Ferner △ ACF ∽ △ GCH, also AC : AF = CG : GH oder KL, d. h. R : sin. y = Cos. x : KL und $KL = \frac{\text{sin. y. Cos. x}}{R}$. Daher $KD - LK = DL = \text{sin.}(x-y) = \frac{\text{sin. x. Cos. y}}{R} - \frac{\text{sin. y. Cos. x}}{R} = \frac{\text{sin. x. Cos. y} - \text{sin. y. Cos. x.}}{R}$

§. 12.

Es gibt noch mehrere und kürzere Methoden zur Berechnung der Sinus, welche sich aber ohne höhere Mathematik nicht erklären lassen; indeß kann man schon aus den hier bewiesenen Sätzen die Einrichtung der **Sinustafeln**, d. h. einer Sammlung von Tafeln über den Sinus, Cosinus, Tangente, Cotangente u. s. w. für alle Grade und Minuten von 0° bis 90°, da sie für den stumpfen Winkel nicht nöthig sind (§. 6), verstehen. Da sin. 30° so groß als der halbe Radius ist (§. 2), und dieser für gegeben angesehen wird, so weis man auch sin. 30°, und kann also durch beständiges Halbiren den Sinus von 15°, 7° 30′, 3° 45½, 1° 52′ 30″, 0° 56′ 15″ u. s. w. bis 52¾″ finden (§. 8). Von diesem letzten Sinus kann man ohne merklichen Fehlen annehmen, daß er so groß als sein Bogen sey, oder mit demselben zusammen falle, und da die Sinus, welche nicht merklich von ihrem Bogen abweichen, den Bogen proportionirt sind, so darf man schließen: wie 52¾″ sich zu dem gefundenen Sinus von 52¾″ verhält, so auch

1′ : sin. 1′, und findet man dergestalt sin. 1′, so kann man sin. 2′ (§. 9), sin. 3′ = sin. (2′ + 1′) (§. 10), sin. 4′ = 2. 2′ (§. 9) sin. 5′, sin. 6′ u. s. w. finden. Durch eine solche Anwendung der bewiesenen Theoreme (§. 8-12) kann man den Sinus aller Grade und Minuten von 0° bis 90° finden. Z. B. sin. 45° = sin. (30° + 15°); sin. 20° = sin. (30° — 10°); sin. 25° = sin. (45° — 20°); aus sin. 20° findet man sin. 10° (§. 8) und sin. 40° (§. 9) u. s. w., und weil alle trigonometrische Linien für einen jeden Grad durch den Sinus desselben bestimmt werden (§. 7), so kann man aus den gefundenen Sinus und Cosinus die Tangente und Cotangente, Sekante und Cosekante, Sinus versus und Cosinus versus berechnen.

1. Anmerkung. Schon die ältesten Astronomen sahen die Nothwendigkeit ein, ein Mittel zur Vergleichung der Winkeln und Seiten eines Dreyecks zu haben, um die Länge der Seiten berechnen zu können. Hipparch, Menelaus und Ptolemäus brauchten dazu die ganzen Chorden, welche die Bogen ausspannen, welche das Maaß der Winkeln sind. In Ptolemæi Almagest. Lib. I. Cap. 9 findet man die allerältesten solcher Tafeln. Die Araber gebrauchten statt der ganzen Chorden die halben Chorden, und führten also zuerst den Gebrauch der Sinus ein. (Mohametis Albateni oder Albategnii de scientia stellarum Bononiæ 1545) Die andern trigonometrischen Linien waren den Alten unbekannt. Sowohl die Griechen als die Araber theilten den Radius in 60 Theile, jeden derselben in 60 Minuten, und jede dieser wieder in 60 Sekunden, so daß der ganze Radius in 60. 60. 60 = 216000 gleiche Theile getheilt ward. Maurolicus führte zuerst den Gebrauch der Sekanten, und Regiomontan der Tangenten ein. Johann Regiomontanus veränderte die Eintheilung. Er behielt zwar die Eintheilung des Radius in 60 Theile bey, theilte diese aber in

Dezi-

Decimaltheile, so daß er dem Radius in allen 6000000 Theile gab, und diese seine Sinustafeln findet man am Ende seiner Libri 5 de triangulis planis et sphæricis. Nachher fand er, daß es weit bequemer sey, den Radius = 1 anzunehmen, und denselben in so viele Decimaltheile einzutheilen, als man für gut fände. Dieser Eintheilung ist man nachher immer gefolgt, woraus also folgt, daß sin. 30° = $\frac{1}{2}$ = 0, 5 (§. 2.), sin. tot. = R = 1 und alle andere wirkliche Brüche sind. In Rücksicht der Tangenten ist Tang. 45° = R = 1 (§. 4.) alle Tangenten von Winkeln unter 45° wirkliche Brüche oder < 1, und Tangenten von Winkeln über 45° > 1. Georg Joachim Rheticus hat Regiomontanus Arbeit vollendet; man findet seine Sinustafeln in dem Opus Palatinum de triangulis a G. J. Rhetico coeptum L. Valentinus Otho concinnavit 1596 in Folio. Rheticus theilte den Radius in 10000 000000 Theile, und berechnete Sinus, Tangente und Sekante für jede 10 Sekunden durch den ganzen Quadranten. Besonders ist es, daß er andere Namen brauchte, und den Sinus Perpendiculum primum, die Tangente Perpendiculum secundum, den Cosinus Basis, und die Sekante Hypotenusa nannte. Viel bequemer richtete J. H. Maginus seine Sinustafeln ein, Magnus Canon Mathematicus, Bononiæ 1609 in Folio, wo man Sinus, Tangente, Sekante und Sinus versus für alle Minuten des Quadranten für einen Radius von 10000000 Theile berechnet findet. Um sich einen Begriff von der Berechnung der Sinus zu machen, wollen wir folgende Beyspiele anführen:

sin. 30° = 0,5000000000
sin. 15° = 0,2588190451
sin. 7° 30′ = 0,1305261922
sin. 3° 45′ = 0,0654031292

Wenn man die Rechnung fortsetzte, würde man sin. 1″ = 0,0000048481 finden. Unter den guten ältern Sinustafeln müssen wir nicht Bartholomæi Pitisci Tri-

gono-

gonometriæ Lib. 5. et Problematum Lib. 10. Francfurt 1612 in 4 übergehn. Am Ende des Buches findet man Canon Triangulorum emendatiſſimus für den Radius = 10,000000 und den Sinus, die Tangente und Sekante für jede Sekunde der 9 erſten Minuten, für jede 10 Sekunden der übrigen Minuten des erſten Grades, und für die übrigen Grade nur für jede Minute, aber mit Proportionaltheilen für 10", woraus man den Sinus u. ſ. w. für Sekunden herleiten kann, berechnet. Gleichfalls Theſaurus Mathematicus ſeu Canon ſinuum ad radium 100000 00000 00000 et ad dena quæque ſcrupula quadrantis ſecunda cum differentiis primis et ſecundis olim a G. J. Rhetico ſupputatus, jam editus a B. Pitiſco, Francfurt 1613 in Folio.

2. **Anmerkung.** In allen vorhin genannten Sinustafeln, ſind die trigonometriſchen Linien in unſern gewöhnlichen Zahlen berechnet, und werden von einigen **natürliche Sinus, Tangenten, Sekanten** u. ſ. w. genannt. Da es höchſt beſchwerlich iſt, mit ſo vielen Decimalen zu multipliciren und zu dividiren, ſo zeigten die erſten Erfinder und Berechner der Logarithmen **Neper** und **Briggs** die Nothwendigkeit für die Sinus, Tangenten, Coſinus und Cotangenten Logarithmen zu berechnen, und dieſe nennt man **Logarithmen der Sinus** oder **Logarithmiſche Sinustafeln** oder **künſtliche Sinustafeln**, und wenn man überhaupt ohne nähere Beſtimmung von Sinustafeln ſpricht, ſo verſteht man die Logarithmiſchen oder künſtlichen Sinus. Um keine Logarithmen mit minus oder negative Logarithmen zu haben, hat man die Charakteriſtik von Log. 1 = 10 angenommen, da ſie nach 0 ſeyn ſollte, das heißt Log. 1 = 10,0000000 ſtatt = 0,0000000. Hieraus folgt, daß, wenn die Charakteriſtik in den Sinustafeln 9 iſt, dies bedeutet, daß es Zehntheile ſind; wenn dieſelbe 8 iſt, daß keine Zehntheile, ſondern Hundertheile da ſind; wenn ſie 7 iſt, keine Zehn- und Hundertheile, ſondern Tauſendtheile da ſind u. ſ. w. z. B. wenn der Radius = 10000000 iſt, iſt

nat.

nat. sin. 1″ = 0,0000048, log. sin. 1″ = 4,6855749
nat. sin. 1′ = 0,0002909, log. sin. 1′ = 6,4637261
nat. sin. 4° = 0,0697565, log. sin. 4° = 8,8435845
nat. sin. 24° = 0,4067366, log. sin. 24° = 9,6093133
nat. Tang. 10′ = 0,0029089, log. Tang. 10′ = 7,4637273
nat. Tang. 44° = 0,9656888, log. Tang. 44° = 9,9848372
nat. Tang. 45° = 1,0000000, log. Tang. 45° = 10,0000000
nat. Tang. 46° = 1,0355303, log. Tang. 46° = 10,0151628
nat. Tang. 89° = 57,2899617, log. Tang. 89° = 11,7580785

In den meisten logarithmischen Sinustafeln findet man die Zehner der Charakteristik der Tangente, wenn diese über 45° ist, ausgelassen, und Tang. 46° = 0,0151628 und Tang. 89° = 1,7580785 angeführt. Von den ältern Ausgaben der Sinustafeln führe ich nur allein die an, welche, so zu sagen, die Stammutter aller übrigen ist: Arithmetica Logarithmica sive Logarithmorum chiliades centum ab 1 usque ad 100000 una cum canone triangulorum seu tabula artificialium sinuum, tangentium et secantium ad radium 10,00000,00000 ad singula scrupula primæ quadrantis per Adrianum Vlacq. Goudæ 1628 in Folio. Die Logarithmen der Sinus, Cosinus, Tangenten und Cotangenten, Sekanten und Cosecanten findet man hier für jede Minute bis auf 10 Decimalen berechnet, und die Differenzen stehen zwischen ihnen. Nachher gab Vlacq Magnus canon triangulorum logarithmicus, Goudæ 1633 in Folio heraus, worin man die Logarithmen der Sinus und Tangenten für jede 10 Minuten berechnet findet. Nathaniel Roe hatte zuerst den glücklichen Gedanken, die Logarithmen der Zahlen und Sinus auf eine bequeme Weise zu ordnen, und dieser Ordnung ist Scherwin in seinen Mathematical Tables, London 1705 gefolgt (Ward introduction to the Mathematicks, London 1740, Pag. 460). Daraus sind nachher Scherwins Mathematical Tables contrived after a most comprehensive Method by William Gardiner, London 1742 in 4to entstanden. Man findet hier die Logarithmen der Sinus, Tangenten u. s. w. für jede zehnte Sekunde

des ganzen Quadranten. Diese Ausgabe ist so selten geworden, daß man sie nicht mehr bekommen kann. Der franzöſische Mathematiker Pezenas gab eine franzöſische Ueberſetzung davon heraus: Tables de Logarithmes contenant les logarithmes des ſinus et des tangentes de 10 en 10 ſecondes, publiées cidevant en Angleterre par M. Gardiner, nouvelle édition, Avignon 1770, groß 4to. Man findet die Logarithmen der Sinus und Tangenten für jede einzelne Sekunde der vier erſten Grade, und nachher für jede 10 Sekunden. Die neueſte und vollſtändigſte Ausgabe, welche die Logarithmen der Sinus und Tangenten für jede einzelne Sekunde des ganzen Quadranten enthält, iſt folgende: Tables of Logarithms of all numbers from 1 to 101000 and of the Sines et Tangents to every ſecond of the Quadrant by Michael Taylor, with a preface and precepts for the explanation and uſe of the ſame by Nevil Maſkelyne, London 1792. groß 4. Dieſe Ausgabe iſt ſehr correct, und für diejenigen vorzüglich nützlich, welche oft mit trigonometriſchen Berechnungen ſich beſchäftigen, indem man in den Tafeln den Logarithmus einer jeden Sekunde findet, und nicht nöthig hat, denſelben durch eine weitläufige Berechnung zu ſuchen.

3. **Anmerkung.** Von Ausgaben der Sinustafeln in kleinerm Format und von niedrigerm Preiſe, die aber doch ſehr brauchbar ſind, kann man ſich folgende merken: Tables de Logarithmes pour les ſinus et les tangentes, Paris 1760. in 12. In dieſen findet man die Zahlenlogarithmen von 1 bis 10800, aber die Logarithmen der Sinus und Tangenten nur für jede Minute; aber an der Seite ſtehen Zahlen (eigentlich Differenzen für 10 Sekunden). Multiplicirt man dieſe Zahl mit der gegebenen Anzahl von Sekunden, z. B. 37″, und ſchneidet davon die beyden letzten Ziffern weg, ſo hat man den Proportionaltheil für die gegebenen Sekunden auf eine ſehr leichte Art. Dieſen Proportionaltheil addirt man zum Logarithmus der Minute, welche der Winkel hat, z. B. 30° 21′, ſo hat man log. 30° 21′ 37″.

Um

Um den Logarithmus eines Grades, einer Minute und Sekunde der ersten drey Grade zu finden, bedient man sich einer andern sehr bequemen Methode. Daß de la Caille und de la Lande die Ausgabe besorgt haben, muß Beweis und Bürge für die Güte und Brauchbarkeit derselben seyn. **J.C. Schulzens neue und erweiterte Sammlung logarithmischer, trigonometrischer und anderer Tafeln**, Berlin 1778. 2 Bände in 8. Der erste Band enthält die briggischen Logarithmen von 1 bis 100000, und die natürlichen oder hyperbolischen von 1 bis 10009, nebst den Logarithmen der Sinus und Tangenten der ersten zwey Grade für jede einzelne Sekunde. Der zweyte Band enthält die natürlichen und logarithmischen Sinus und Tangenten für alle Minuten des Quadranten, und um Proportionaltheile für die Sekunden zu finden, dieselbe Einrichtung, wie in de la Cailles Tafeln. **Logarithmische, trigonometrische und andere Tafeln und Formeln von G. Vega**, Wien 1783, 8. und Georgii Vega manuale logarithmico-trigonometricum, Lipsiæ 1793 in 8. Diese sind in der Hauptsache eben so eingerichtet als die Schulzischen Tafeln und sehr brauchbar, besonders ist die neueste Ausgabe vortreflich. Tables portatives de logarithmes publiées à Londres par Gardiner, augmentées et perfectionées dans leur disposition et corrigées avec la plus scrupuleuse exactitude par M. Callet, Paris 1783 in 8. Sie enthalten die Logarithmen der Zahlen von 1 bis 102990 und die Logarithmen der Sinus und Tangenten für jede 10″ durch den ganzen Quadranten. Diese vortreflichen Tafeln enthalten gänzlich dasselbe, was man in den kostbaren Ausgaben des **Gardiners** und **Pezenas** findet, sind noch überdies in mancher Rücksicht viel bequemer eingerichtet, und unter den kleinern Ausgaben die vollkommensten und besten. Die Anwendung und den Gebrauch der logarithmischen Tafeln findet man von de la Caille, Schulz, Vega und Callet in der Einleitung zu ihren Tafeln vortreflich und deutlich erklärt, und es ist um so weniger nöthig, dies hier zu wiederholen, da es doch nicht verstanden werden kann,

wenn man keine Tafeln hat, und hat man die Tafeln selbst, so wird die hier zu gebende Erklärung überflüßig seyn.

Auflösung rechtwinklichter Dreyecke.

§. 13.

Wenn in einem rechtwinklichten Dreyeck ABC (Fig. 6) die Hypotenuse AC und einer der spitzen Winkeln A gegeben sind, so findet man die dem spitzen Winkel gegenüberstehende Seite CB durch folgende Proportion: so wie sin. tot.: Hypotenuse AC = Sinus des spitzen Winkels: gegenüberstehenden Seite CB, oder:

R : AC = sin. A : CB.

Man nehme AC als Radius an, beschreibe aus A als Mittelpunct den Bogen CD, und verlängere AB bis D, so ist AC = R = sin. tot. und CB = sin. A (§. 2); also R : AC = sin. A : CB. Z. B. AC = 2360 Ellen, und A = 34° 20′.

log. 2360 = 3,3729120
log. sin. 34° 20′ = 9,7512842
13,1241962
log. sin. tot. = 10,0000000
log. CB = 3,1241962
CB = 1331,5 Ellen.

§. 14.

Wenn in einem rechtwinklichten Dreyeck ABC (Fig. 7) die Hypotenuse AC und eine der Catheten AB bekannt sind, so findet man den an derselben liegenden Winkel A durch folgende Propor-

Proportion: Wie AC : AB so Sinus totus zu Cosinus von A, oder:

AC : AB = sin. tot. : Cos. A.

Beschreibt man aus A als einem Mittelpuncte mit dem Radius AC den Bogen CD, so ist AC = R = sin. tot. und AB = Cos. A; also AC : AB = R : Cos. A.

Z. B. AC = 4000 Ellen; AB = 2000 Ellen.

log. sin. tot. = 10,0000000
log. 2000 = 3,3010300
13,3010300
log. 4000 = 3,6020600
log. cos. A = 9,6989700
A = 60°

§. 15.

Wenn in einem rechtwinklichten Dreyeck ein spitzer Winkel A (Fig. 8) und die demselben gegenüberstehende Cathete BC gegeben sind, so findet man die Hypotenuse AC durch folgende Proportion: Wie Sinus von A zu BC, so Sinus totus zur Hypotenuse, oder:

Sin. A : BC = R : AC.

Der Beweis folgt aus §. 13, von welcher Proportion diese nur eine Umsetzung ist.

Z. B. BC = 4524 Ellen; A = 54° 20′
sin. tot. = 10,0000000
log. 4524 = 3,6555226
13,6555226
log. sin. 54° 20′ = 9,9097821
log. AC = 3,7457405
AC = 5568,6 Ellen.

§. 16.

Wenn eine der Catheten AB und der an derselben liegende spitze Winkel A (Fig. 9) gegeben sind, so findet man die andere Cathete durch folgende Proportion: Wie der Sinus totus zur Tangente von A, so AB zu BC, oder

R : Tang. A = AB : AC.

Aus A, als dem Mittelpuncte, beschreibe man mit dem Radius AB einen Bogen, so ist AB = R = sin. tot. und BC = Tang. A (§. 4); also R : Tang. A = AB : BC.

Z. B. AB = 46836 Ellen; A = 41° 40′ 20″

log. Tang. 41° 40′ 20″ = 9,9494379

log. 46836 = 4,6705798

log. BC = 4,6200177

BC = 41688,6 Ellen.

§. 17.

Wenn beyde Catheten AB und BC (Fig. 10) gegeben sind, so findet man den spitzen Winkel A durch folgende Proportion: Wie AB : BC so Sinus totus zur Tangente von A, oder:

AB : AC = sin. tot. : Tang. A.

Diese Proportion ist die umgekehrte von der vorhergehenden (§. 16).

Z. B. AB = 500 Fuß; BC = 896 Fuß.

log. sin. tot. = 10,0000000

log. 896 = 2,9523080

12,9523080

log. 500 = 2,6989700

log. Tang. A = 10,2533280; A = 60° 40′ 13″

§. 18.

§. 18.

Wenn in einem rechtwinklichten Dreyeck die Hypotenuse AC und die eine Cathete BC bekannt sind, die andere Cathete zu finden. (Fig. 11).

1) Man suche den Winkel A durch folgende Proportion:

AC : R = CB : sin. A (§. 15.)

2) Wenn man auf die Art den Winkel A gefunden hat, so suche man AB durch folgende Proportion:

R : cos. A = AC : AB (§. 14).

Z. B. AC = 6250 Ellen; BC = 1240 Ellen

AC : R = CB : sin. A

6250 : R = 1240 : sin. A

log. sin. tot. = 10,0000000

log. 1240 = 3,0934217

13,0934217

log. 6250 = 3,7958800

log. sin. A = 9,2975417

A = 11° 26′ 36″

Ferner R : cos. A = AC : AB

R : cos. 11° 26′ 36″ = 6250 : AB

log. 6250 = 3,7958800

log. cos. 11° 26′ 36″ = 9,9912803

log. AB = 3,7871603

AB = 6125,8 Ellen.

§. 19.

Wenn in einem rechtwinklichten Dreyeck beyde Catheten AB und BC bekannt sind, die Hypotenuse AC zu finden. (Fig. 12.)

1) Man sucht zuerst den Winkel A durch folgende Proportion: AB : BC = R : Tang. A (§. 17).

2) Hat man den Winkel A gefunden, so findet man die Hypotenuse durch folgende Proportion:

$$\text{sin. } A : BC = R : AC \text{ (§. 15).}$$

Z. B. $AB = 300$ Fuß; $BC = 400$ Fuß.

$$AB : BC = R : \text{Tang. } A$$
$$300 : 400 = R : \text{Tang. } A$$
$$\log. 400 + \log. R = 12{,}6020600$$
$$\log. 300 = 2{,}4771213$$
$$\log. \text{Tang. } A = 10{,}1249387$$
$$A = 52^\circ\ 7'\ 48''$$
$$\text{sin. } A : BC = R : AC$$
$$\text{sin. } 53^\circ\ 7'\ 48'' : 400 = R : AC.$$
$$\log. 400 + R = 12{,}6020600$$
$$\log. \text{sin. } 53^\circ\ 7'\ 48'' = 9{,}9030894$$
$$\log. AC = 2{,}6989706$$
$$AC = 500 \text{ Fuß.}$$

Anmerkung. Diese letzte Aufgabe läßt sich auch durch die Geometrie auflösen, denn $AC^2 = AB^2 + BC^2$ und $AC = \sqrt{(AB^2 + BC^2)}$ und in dem gegebenen Beyspiel $AC = \sqrt{(300^2 + 400^2)} = \sqrt{(90000 + 160000)} = \sqrt{250000} = 500$. Die zunächst vorhergehende Aufgabe (§. 18) läßt sich auch durch den Pythagoräischen Lehrsatz auflösen, und $AB = \sqrt{(AC^2 - BC^2)}$, welchen Ausdruck man durch Logarithmen auflösen kann, wenn man $AC^2 - BC^2 = (AC + BC) \cdot (AC - BC)$ setzt, wo dann AB durch Logarithmen ausgedruckt wird, oder $\log. AB = \frac{\log. (AC + BC) + \log. (AC - BC)}{2}$. Das §. 18 angeführte Beyspiel wird dann nach diesem Verfahren folgendergestalt ausfallen:

$AC = 6250$	$AC = 6250$
$BC = 1240$	$BC = 1240$
$AC + BC = 7490$	$AC - BC = 5014$

log.

log. (AC + BC) = log. 7490 = 3,8744818
log. (AC — BC) = log. 5010 = 3,6998377

log. (AC² — BC²) = log. (7490. 5010) = 7,5743195

log. AB = ½ log. (AC² — BC²) = ½ log. (7490. 5010) =
3,7871598
AB = 6125,7

Der unbedeutende Unterschied zwischen diesem Logarithmus und dem Logarithmus in §. 18 hat seinen Grund in der Ungewißheit der letzten Decimalen der Logarithmen; will man denselben genauer haben, so muß man Logarithmen mit mehrern Decimalen gebrauchen.

§. 20.

Diese Aufgaben sind der Grund der Auflösung aller rechtwinklichten Dreyecke, welche in den gegebenen Beyspielen hinlänglich aufgelößt sind. Aller möglichen Fälle, welche bey rechtwinklichten Dreyecken statt finden können, sind 21, und in der folgenden Tabelle enthalten, wozu eine der Figuren von 6 bis 12 gehört.

Fälle	gegebene Stücke	gesuchte Stücke	Proportion oder Rechnungsregel.
1	AB, BC	AC	AB : BC = R : Tang. A und Sin. A : BC = R : AC (§. 19)
2		A	AB : BC = R : Tang. A (§. 17)
3		C	BC : AB = R : Tang. C (§. 17)
4	AB, AC	BC	Log. BC = ½ log. (AC + AB) + ½ log. (AC — AB) (§. 19.)
5		A	AC : AB = R : Cos. A (§. 14)
6		C	AC : AB = R : Sin. C (§. 13)
7	AC, BC	AB	Log. AB = ½ Log. (AC + BC) + ½ Log. (AC — BC) (§. 19)
8		A	AC : R = BC : Sin. A (§. 13)
9		C	AC : BC = R : Cos. C (§. 14)
10	AB, A	BC	R : Tang. A = AB : BC (§. 17)
11		AC	Cos. A : R = AB : AC (§. 14)
12	AB, C	BC	Tang. C : R = AB : BC (§. 17)
13		AC	Sin. C : AB = R : AC (§. 13)

14	BC,A	AB	Tang. A : R = BC : AB (§. 17)
15		AC	Sin. A : BC = R : AC (§. 13)
16	BC,C	AB	R : Tang. C = BC : AB (§. 17)
17		AC	Cos. C : R = BC : AC (§. 14)
18	AC,A	AB	R : Cos. A = AC : AB (§. 14)
19		BC	R : AC = Sin. A : BC (§. 13)
20	AC,C	AB	R : AC = Sin. C : AB (§. 13)
21		BC	R : Cos. C = AC : BC (§. 14)

Auflösung schiefwinklichter Dreyecke.

§. 21.

In jedem ebenen rechtwinklichten Dreyecke ABC (Fig. 13.) verhalten sich die Seiten AC und BC, wie die Sinus der gegenüberstehenden Winkeln, d. h., wie der Sinus von B zum Sinus von A, oder AC : BC = Sin. B : Sin. A.

Man beschreibe nun das gegebene Dreyeck einen Kreis, dessen Mittelpunkt D ist. Dann ziehe man auf die Chorden AC und BC die Perpendicularen DE und DF. Diese theilen sowohl die Chorden als auch die Bogen in gleiche Theile, so daß 2 CE = AC und 2 BF = CB; ferner $x = \frac{1}{2}$ ADC und $y = \frac{1}{2}$ CDB. Nun ist der ganze Winkel an der Peripherie so groß, als der halbe Centriwinkel, oder $\frac{1}{2}$ ADC = B und $\frac{1}{2}$ CDB = A, woraus folgt, daß x = B und y = A. Aus der Natur der trigonometrischen Linien ist es klar, daß CE der Sinus von x und BF der Sinus von y ist (§. 2.), oder BF = Sin. y = Sin. A und CE = Sin. x = Sin. B, also Sin. B : Sin. A = CE : BF = 2 CE : 2 BF = AC : CB.

§. 22.

§. 22.

Wenn in einem schiefwinklichten Dreyeck eine Seite AB und der Winkel C, welcher der Seite AB gegenüber liegt, und überdieß noch ein anderselben liegender Winkel A gegeben sind, die diesem gegenüberliegende Seite CB zu finden. (Fig. 14.)

Man setze folgende Proportion auf: wie der Sinus des Winkels C sich verhält zur gegenüberliegenden Seite AB, so verhält sich der Sinus des zweyten gegebenen Winkels A zu der ihm gegenüberliegenden Seite BC, oder

Sin. C : AB = Sin. A : BC (§. 21.)

z. B. AB = 2354 Ellen, A = 32° 20′, C = 50° 34′

Sin. 50° 34′ : 2354 = Sin. 32° 20′ : BC

Log. 2354 = 3,371806

Log. Sin. 32° 20′ = 9,728227

13,100033

Log. Sin. 50° 34′ = 9,887822

Log. BC = 3,212211

BC = 1630,1 Ellen.

§. 23.

Es sind die Grundlinie und beyde Winkel an derselben gegeben; man soll die beyden Seiten BC und AC (Fig. 15.) finden.

1) Wenn man die beyden Winkel an der Grundlinie addirt, und ihre Summe von zwey rechten Winkeln oder 180° subtrahirt: so findet man den Winkel C, welcher der Grundlinie AB gegenüber liegt.

2) Man hat dann dieselben gegebnen Stücke wie §. 22, und also Sin. C : AB = Sin. A : BC und Sin. C : AB = Sin. B : AC.

Z. B. AB = 10070 Ellen, A = 57° 54′ 45″ und B = 53° 14′ 3″, so suche man zuerst den Winkel C.

A = 57° 54′ 45″
B = 53° 14′ 3″
A + B = 111° 8′ 48″
A + B + C = 179° 59′ 66″
C = 68° 51′ 12″

sin. C : AB = sin. A : BC
sin. 68° 51′ 12″ : 10070 = sin. 57° 54′ 45″ : BC
log. 10070 = 4,0030295
log. sin. 57° 54′ 45″ = 9,9280053
13,9310348
log. sin. 68° 51′ 12″ = 9,9697233
log. BC = 3,9613115
BC = 9147,7 Ellen.

sin. 68° 51′ 12″ : 10070 = sin. 53° 14′ 3″ : AC
log. 10070 = 4,0030295
log. sin. 53° 14′ 3″ = 9,9036804
13,9067099
log. sin. 68° 51′ 12″ = 9,9697233
log. AC = 3,9369866
AC = 8649,4.

§. 24.

In einem Dreyeck ABC (Fig. 16) sind zwey Seiten AB und BC und ein der einen der gegebenen Seiten gegenüberliegender Winkel C gegeben; man soll den der andern gegebenen Seite BC gegenüberliegenden Winkel A finden.

Man findet den Winkel A durch folgende Proportion:

AB : sin. C = CB : sin. A.

Z. B.

Z. B. AB = 5394 Ellen; C = 56° 30′ und CB = 4876 Ellen.

5394 : sin. 56° 30′ = 4876 : sin. A

log. 4876 = 3,688064

log. sin. 56° 30′ = 9,921107

13,609171

log. 5394 = 3,731911

log. sin. A = 9,877260

A = 48° 55′ 16″.

§. 25.

Es gibt zwey ungleiche Größen M = 8 und m = 2, deren Summe S = M + m = 10 und Differenz M — m = D = 6 man weis, so ist die größere Größe M der halben Summe und der halben Differenz gleich oder $M = \frac{1}{2}S + \frac{1}{2}D = \frac{10}{2} + \frac{6}{2} = 5 + 3 = 8$, und die kleinere Größe der halben Summe weniger der halben Differenz gleich, oder $m = \frac{1}{2}S - \frac{1}{2}D = \frac{10}{2} - \frac{6}{2} = 5 - 3 = 2$.

1) S = M + m und D = M — m, diese addire man, so erhält man S + D = 2 M + m — m = 2 M; folglich $M = \frac{S+D}{2}$.

2) M + m = S; statt M setze man dessen Werth $= \frac{1}{2}S + \frac{1}{2}D$, also $\frac{1}{2}S + \frac{1}{2}D + m = S$; man subtrahire auf beyden Seiten $\frac{1}{2}S$, so ist $\frac{1}{2}D + m = S - \frac{1}{2}S = \frac{1}{2}S$; man subtrahire $\frac{1}{2}D$ auf beyden Seiten, so ist endlich $m = \frac{1}{2}S - \frac{1}{2}D$.

§. 26.

Es sind in einem Dreyeck ABC (Fig. 17) zwey Seiten AB und AC nebst dem eingeschlossenen Winkel BAC oder A bekannt; man soll die übrigen Winkel C und B finden.

1) Man

1) Man addire die beyden gegebenen Seiten und suche ihre Summe $AB + AC$.

2) Man subtrahire sie von einander und suche ihre Differenz $AB - AC$.

3) Man ziehe den gegebnen Winkel von 180° ab, so hat man die Summe der beyden unbekannten Winkeln $C + B$.

4) Man setze folgende Proportion auf: wie die Summe der Seiten $AB + AC$ zu ihrem Unterschied $AB - AC$, so die Tangente der halben Summe der unbekannten Winkeln zu der Tangente der halben Differenz eben dieser Winkeln, oder

$AB + AC : AB - AC = \text{Tang.} \frac{1}{2}(C + B) : \text{Tang.} \frac{1}{2}(C - B)$.

5) Hat man auf die Art die halbe Differenz der unbekannten Winkeln $\frac{1}{2} C - \frac{1}{2} B$ gefunden, so addirt man zu der halben Summe $\frac{1}{2} C + \frac{1}{2} B$ die halbe Differenz, so hat man den größern der unbekannten Winkeln $= C$, und subtrahirt man von der halben Summe die halbe Differenz, so hat man den kleinern der unbekannten Winkeln $= B$ (§. 25).

Beweis. Das, was in dieser Auflösung eines Beweises bedarf, ist die Nummer 4 angeführte Proportion, welche folgendergestalt bewiesen wird. Aus A, als Mittelpuncte, und mit der kleinern Seite A, als Radius, beschreibe man einen Kreis, so ist BF die Summe der gegebenen Seiten $= AB + AC$, denn $BF = AB + AF = AB + AC$, und DB ist die Differenz der gegebenen Seiten, denn $DB = AB - AD = AB - AC$. Man ziehe FC und CD nebst DE paralel mit FC. Da $AC = AD$, so ist $x = y$; aber $y = m + n$, also $x = m + n$. Man subtrahire zuerst m auf beyden Seiten, so ist $x - m = n$, dann addire

man

man n auf beyden Seiten, so ist $x + n - m = 2n$; aber $x + n = ACB = C$ und $m = ABC = B$, also $C - B = 2n$ und $\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}B = n$, oder n die halbe Differenz der unbekannten Winkeln. Ferner ist $z = ACB + ABC$ im $\triangle ABC$, aber im $\triangle ADC$ ist $z = x + y = 2y$ und $\frac{1}{2}z = y$; also $\frac{1}{2}z = y = \frac{1}{2}ACB + \frac{1}{2}ABC = \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}B$, oder y die halbe Summe der unbekannten Winkeln. Da ferner der Winkel FCD ein Winkel in einem Halbkreise ist, so ist $FCD = 90°$, also FC senkrecht auf CD, und nimmt man CD als Radius an, so ist $FC = \text{Tang. } y = \text{Tang. } (\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}B)$. Nun ist FC parallel mit DE (vermöge der Construction) und die Wechselwinkel FCD und CDE gleich groß; ist daher CD der Radius, so ist $DE = \text{Tang. } n = \text{Tang. } (\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}B)$. Da ferner DE mit FC parallel ist, so ist $\triangle BFC \sim \triangle BDE$ und $BF : BD = FC : DE$, aber $BF = AB + AC$ und $BD = AB - AC$, nach dem, was vorhin bewiesen ist, daher $AB + AC : AB - AC = \text{Tang. } (\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}B) : \text{Tang. } (\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}B)$.

Z. B. $AB = 693$ Fuß, $AC = 539$ Fuß, $A = 41° 37'$

$AB = 693$	$A + C + B = 179° 60'$
$AC = 539$	$A = 41° 37'$
$AB + AC = 1232$ Fuß	$C + B = 138° 23'$
$AB - AC = 154$ —	$\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}B = 69° 11' 30''$

$1232 : 154 = \text{Tang. } 69° 11' 30'' : \text{Tang. } \frac{1}{2}C - \frac{1}{2}B$

$\log. 154 = 2,1875207$

$\log. \text{Tang. } 69° 11' 30'' = 10,4201812$

$12,6077019$

$\log. 1232 = 3,0906107$

$\log. \text{Tang. } (\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}B) = 9,5170912$

$\frac{1}{2}C$

$\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}B = 18° 12' 26''$
$\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}B = 69° 11' 30''$

$C = 87° 23' 56''$
$B = 50° 59' 4''$

Auf die Art hat man die beyden Winkel C und B gefunden. Will man nun noch die dritte Seite finden, so geschieht das durch folgende Proportion:

sin. B : AC = sin. A : BC (§. 22)
sin. 50° 59' 4'' : 539 = sin. 41° 37 : BC
log. 539 = 2,7315888
log. sin. 41° 37' = 9,8222621
12,5538509
log. sin. 50° 59' 4'' = 9,8904071
log. BC = 2,6634438
BC = 460,73 Fuß.

§. 27.

Wenn in einem Dreyeck zwey Seiten AB und AC (Fig. 18) nebst dem eingeschlossenen Winkel A bekannt sind, so kann man noch auf eine andere und folgende Art die beyden andern Winkel B und C finden.

1) Wie die kleinste Seite AC sich zur größten Seite AB verhält, so verhält sich der Sinus totus zur Tangente eines Winkels c.

2) Von diesem Winkel ziehe man 45° ab, so hat man den Unterschied $x = c - 45°$.

3) Ferner: wie der Sinus totus zur Tangente $(c - 45°)$ oder Tangente x, so die Tangente der halben Summe der gesuchten Winkeln zur Tangente der halben Differenz derselben.

4) Aus

4) Aus der halben Summe und der gefundenen halben Differenz findet man den größern Winkel C und den kleinern B.

Z. B. AB = 693 Fuß, AC = 539, A = 41° 37′, AB + AC = 1232 Fuß, AB − AC = 154, $\frac{1}{2}$C + $\frac{1}{2}$B = 69° 11′ 30″ (§. 26 Beysp.).

AC : AB = R : Tang. c
539 : 693 = sin. tot. : Tang. c
Log. sin. tot + Log. 693 = 12,8407332
Log. 539 = 2,7315888
Log. Tang. c = 0,1091444
c = 52° 7′ 30′
45° = 45°
x = c − 45° = 7° 7° 30″

R : Tang. (c − 45°) = Tang. ($\frac{1}{2}$C + $\frac{1}{2}$B) : Tang. ($\frac{1}{2}$C − $\frac{1}{2}$B)
sin. tot : 7° 7′ 30″ = Tang. 69° 11′ 30′ : Tang. ($\frac{1}{2}$C − $\frac{1}{2}$B)
log. Tang. 69° 11′ 30″ = 10,4201812
log. Tang. 7° 7′ 30″ = 9,0969090
log. Tang. ($\frac{1}{2}$C − $\frac{1}{2}$B) = 9,5170902
$\frac{1}{2}$C − $\frac{1}{2}$B = 18° 12′ 26″

Eben so, wie vorher.

Beweis. Mit der kleinern gegebenen Seite als dem Radius beschreibe man einen Kreis; errichte auf AB den senkrechten Radius Ac und ziehe Bc, so ist cAB = 90°, c + b = 90° und $\frac{1}{2}$c + $\frac{1}{2}$b = 45°. In den Dreyecken ABC und Abc ist AB = Ab und Ac = AC, also sind auch die Summe und Differenz dieser Seiten gleich. Nun ist es aber bewiesen, daß im △ ABC ist AB + AC : AB − AC = Tang.

C

$= \text{Tang.}(\frac{1}{2}C+\frac{1}{2}B) : \text{Tang.}(\frac{1}{2}C-\frac{1}{2}B)$ und gleichfalls im $\triangle Abc$ $Ab+Ac : Ab-Ac = \text{Tang.}(\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}b) : \text{Tang.}(\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}b)$; also $\text{Tang.}(\frac{1}{2}C+\frac{1}{2}B) : \text{Tang.}(\frac{1}{2}C-\frac{1}{2}B) = \text{Tang.}(\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}b) : \text{Tang.}(\frac{1}{2}c-\frac{1}{2}b)$; aber $\text{Tang.}(\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}b) = \text{Tang. } 45° = R$ (§. 4). Ferner $c = c$, wovon man auf beyden Seiten $\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}b = 45°$ abzieht; daher $R : \text{Tang.}(c-45°) = \text{Tang.}(\frac{1}{2}C+\frac{1}{2}B) : \text{Tang.}(\frac{1}{2}C-\frac{1}{2}B)$, woraus folgt, daß man zuerst den Winkel c suchen, von diesem 45° abziehen, und dann auf die in der Auflösung gebrauchte Art die halbe Differenz der unbekannten Winkeln suchen müsse.

Anmerkung. Obgleich man bey dieser lezten Auflösung zwey Proportionen gebrauchen muß, so ist dieselbe doch sehr bequem, und wird beständig in der Astronomie bey Berechnungen der Planeten u. s. w. gebraucht.

§. 28.

Es sind in einem Dreyeck ABC alle Seiten gegeben; man soll die Winkel finden. (Fig. 19.)

1) Aus der Spitze des größten Winkels C fälle man eine senkrechte Linie CG auf die gegenüber liegende größte Seite AB herab, und beschreibe aus C, als Mittelpuncte, mit der kleinsten Seite BC als Radius, einen Kreis.

2) Man setze folgende Proportion auf: wie die größte Seite AB zur Summe der beyden andern Seiten $AC+CB$, so dieser Seiten Unterschied $AC-CB$ zu dem Stück der Linie AB, welches ausserhalb des Kreises liegt, AF.

3) Dies Stück AF subtrahire man von AB, so hat man BF, und $\frac{1}{2}BF = FG = BG$, und $AG = AF+FG = AF+\frac{1}{2}FB$.

4) In

4) In dem rechtwinklichten Dreyeck BCG findet man den Winkel B durch folgende Proportion: CB: BG = R: Cos. B (§. 14).

5) In dem rechtwinklichten Dreyeck AGC sucht man den Winkel A durch folgende Proportion: AC: AG = R: Cos. A.

6) Endlich findet man BCA = 180° — (A + B).

Beweis. Das, was in dieser Auflösung eines Beweises bedarf, ist: AB: AC + CB = AC — CB: AF. Nun ist aber AD = AC + CD = AC + CB und AE = AC — CE = AC — CB; ferner x = ½ EDB und y = ½ BFE; also x + y = ½ EDB + ½ BFE = 180° = m + x; also wenn man x subtrahirt, bleibt y = m. Es ist ferner der Winkel A beyden Dreyecken ABD und AEF gemeinschaftlich; also △ ABD ∽ △ AEF und AB: AD = AE: AF oder AB: AC + CB = AC — CB: AF.

Beyspiel. AC = 354 Fuß, BC = 346, AB = 625.

AC = 354	AC = 354
BC = 346	BC = 346
AC + BC = 700	AC — BC = 8

AB: AC + BC = AC — BC: AF
625 : 700 = 8 : AF

log. 8 = 0,9030900
log. 700 = 2,8450980
3,7481880
log. 625 = 2,7958800
log. AF = 0,9523080

AF = 8,96 Fuß
AB = 625
AF = 8,96
BF = 616,04 Fuß

BG = ½ BF = 308,02

AG = AF + ½ BF = 316,98

CB : BG = R : Cos. B
346 : 308,02 sin. tot. : Cos. B
log. sin. tot. + log. 308,02 = 12,4885789
log. 346 = 2,5390761
log. Cos. B = 9,9495028
B = 27° 5′ 52″

AC : AG = R : Cos. A
354 : 316,98 = sin. tot. Cos. A
log. sin. tot. + log. 316,98 = 12,5000319
log. 354 = 2,5490038
log. Cos. A = 9,9520286
A = 26° 16′ 14″

B = 27° 5′ 52″
A = 26° 16′ 14″
B + A = 53° 32′ 6″
C + B A = 179° 59′ 60″
C = 126° 27′ 54″

§. 29.

Zum Schluß füge ich noch eine Tabelle an, welche alle Fälle schiefwinklichter Dreyecke, selbst die, welche zweydeutig sind, oder nicht vollkommen ein Dreyeck bestimmen, und mehr als ein Resultat geben, enthält.

Fälle.

Fälle.	Gegebene Stücke.	Gesuchte Stücke.	Proportion oder Rechnungsregel.
1. Fig. 20.	Die Winkel A, B, C und die Seite AB.	Die Seiten BC und AC	sin.C:AB=sin.A:BC } (§. 22) sin.C:AB=sin.B:AC } aber wenn zwey Winkel gegeben sind, so ist auch der dritte Winkel gegeben; also gehört auch der Fall hieher, wenn zwey Winkel und eine Seite gegeben sind, und man das übrige finden soll.
2. Fig. 21.	Alle drey Winkel, A, B, C, aber keine Seite.	Die Seiten AB, BC, CA.	sin.C:sin.A=AB:BC } (§. 21) sin.C:sin.B=AB:AC } woraus man sieht, daß wenn nur die Winkel gegeben sind, man nur das Verhältniß der Seiten; aber nicht die Seiten selbst finden khnne, es sey denn, daß eine derselben gegeben ist.
3. Fig. 22.	Die zwey Seiten, AB, BC, und ein der einen dieser Seiten gegenüberliegender Winkel C.	Die Winkel A und B.	AB:sin.C=BC:sin.A (§. 21) dieser Fall ist zweydeutig, wenn man nicht weis, ob A ein spitzer oder stumpfer Winkel ist. Denn beschreibt man aus B mit dem Radius einen Bogen, welcher AC in a schneidet, so hat das stumpfwinklichte Dreyeck a C B dieselben gegebenen Stücke, als das spitzwinklichte ABC, und da Supplementwinkel einerley Sinus haben (§. 6), so paßt der gefundene Sinus sowohl zum stumpfen Winkel bey a, als zum spitzen A.

4. Fig. 23.	Zwey Seiten, AB und BC nebst dem eingeschloßenen Winkel B.	Winkel A und C.	$(BC+AB) : (BC-AB) = \text{Tang.}(\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}C) : \text{Tang.}(\frac{1}{2}A-\frac{1}{2}C)$ Auf die Art findet man die halbe Differenz der Wink. in A und C, deren halbe Summe bekannt ist, und daraus die Winkel A und C selbst (§. 25).
5. Fig 24.	Alle drey Seiten, AB, BC und AC.	Die Winkel A, B und C.	Man ziehet eine senkrechte Linie aus der Spitze des Winkels C auf die Grundlinie AB, und findet daraus die abgeschnittenen Stücke der Grundlinie: $AB : BC + AC = BC - AC : DB - AD$. Hat man auf die Art DB und AD gefunden, so ist im △ BDC, $CB : BD = R : \text{Cof. } B$ (§. 14), und im △ ADC, $AC : AD = R : \text{Cof. } A$ (§. 14). Den Winkel C findet man, wenn man A + B von 180° abzieht.

Eigentliche
Abhandlung
der
theoretisch-praktischen Anleitung
zum
Feldmessen
in folgenden Abschnitten.

Erſter Abſchnitt.

Abſteckung gerader Linien.

§. 1.

Die Anwendung der Geometrie auf dem Felde, welche darin beſteht, Theile der Erdoberfläche nach einem verjüngten Maaßſtabe auf einer horizontalen Fläche zu entwerfen, heißt die **Feldmeßkunſt**, (practiſche Geometrie). Solche verhältnißmäßige Zeichnungen oder Abbildungen nennt man **Karten**. So lange man nur ſo kleine Theile der Erdoberfläche aufnimmt, daß die ſphäriſche Geſtalt derſelben nicht in Betracht kommt, und die aufgemeſſenen Theile ohne Fehler für ebene Flächen gehalten werden können, heißt ſie die **Special-Landmeſſung**, oder auch wegen Anwendung derſelben zur Einrichtung und Verbeſſerung des Landweſens, die **ökonomiſche Landmeſſung**. Sind die aufgemeſſenen Gegenden ſo groß, daß man ſie nicht mehr für ebene Flächen annehmen darf, ſo nennt man dieß die **geographiſche Landmeſſung**. Hieraus begreift man leicht, was man unter **ſpecialen** oder **ökonomiſchen** und **geographiſchen Karten** verſtehe. Die Special-Landmeſſung wird hier abhandelt werden.

Anmerkung. Die mathematiſche Geographie beweiſet, daß die Erde ohne merklichen Fehler für eine Kugel angeſehen werden könne, deren Halbmeſſer (Tab. I. Fig. I.) AC = 860 geograph. Meilen iſt. Hiernach iſt der Umpfang der Erde = 5403,53 Meilen; alſo ein Grad des

Erdumpfanges $= \frac{5403,53}{360} = 15,01$ Meil., und $\frac{1}{2}$ Grad oder 30 Minut. $= 7,505$ Meilen. Alle Aufmessungen geschehen wirklich auf der Erdoberfläche, oder müssen doch auf dieselbe reducirt werden. So lange nun nach dem Maaßstabe der Karte kein merklicher Unterschied zwischen der Chorde ADB und dem Bogen AEB ist, darf man die sphärische Oberfläche der Erde für eine ebene Fläche annehmen. Theilt man die Sehne ADB in zwey gleiche Theile, in D, und zieht DC, so ist DC senkrecht auf AB, und AD ist der Sinus von $AE = \frac{1}{2}$ AEB. Wenn wir nun annehmen, daß der Bogen $AEB = \frac{1}{2}° = 30' = 7,505$ Meilen sey, so läßt sich berechnen, wie groß der Unterschied zwischen dem Bogen AEB und der Chorde $ADB = 2$ AD ist. Es ist also im $\triangle$ACD fin. tot. : fin. ACD $=$ AC : AD; aber fin. tot. $= 1$, und fin. ACD $=$ fin. $15' = 0,0043633$; also $1 : 0,0043633 = 860 :$ AD, und $AD = 860 \times 0,0043633 = 3,7524380$; also 2 AD $=$ Chorde $ADB = 7,5048760$. Aber der Bogen $AEB = 7,505$; also ist der Unterschied zwischen dem Bogen AEB und der Sehne $ADB = 7,505 - 7,5048760 = 0,000124$; also nur wenig mehr als ein zehntausend Theil einer Meile, oder reichlich eine Elle. Da nun ein solcher Fehler selbst nach dem Maaßstabe der Specialkarten nicht bedeutend ist, so folgt daraus, daß man mit desto größerm Recht bey Aufmessungen von 3, 4 bis 5 Meilen die Erde als eine vollkommen ebene Fläche ohne Krümmung ansehen könne. Außer den erwähnten zwey Arten von Karten, nämlich den specialen und geographischen, gibt es noch Seekarten, Militär- oder Kriegskarten, Markscheide-, Nivellir- und Topographische Karten, welche diese Benennungen von ihrem verschiedenen Gebrauch und Bestimmung erhalten haben.

§. 2.

Karten sind verhältnißmäßige nach einem kleinern oder verjüngten Maaßstabe entworfene Abbildungen der Land-

Landstrecken, die sie vorstellen sollen (§. 1). Diese Landstrecken und deren Abbildungen sind also ähnliche Figuren. Da alle ähnliche Figuren in ähnliche Dreyecke zerlegt werden können, so folgt, daß wenn man von bestimmten Puncten der Karte und gleichfalls von denselben Puncten auf dem Felde gerade Linien ziehet, ähnliche Figuren und proportionirte Linien entstehen. Da ferner die Dreyecke die ersten und einfachsten Figuren sind, aus welchen alle andere zusammengesetzt werden, so ist es klar, **daß die Feldmeßkunst darin bestehen muß, daß man sich zwischen bestimmten Puncten und sichtbaren Objecten auf dem Felde Linien und Dreyecke gedenkt, und daß man auf der Karte ähnliche nach dem Maaßstabe der Karte entworfene Dreyecke, und Linien, die den auf dem Felde befindlichen wirklichen Entfernungen proportionirt sind, verzeichnet.**

Hieraus wird man noch ferner leicht herleiten, daß man zur Ausmessung dieser Dreyecke verstehen muß: 1) gerade Linien auf dem Felde zu ziehn; 2) gerade Linien oder die Seiten der Dreyecke aufzumessen; und 3) die Winkel dieser Dreyecke zu bestimmen. Solche Einrichtungen und Instrumente, die zu diesem Zweck dienen, nennt man **Instrumente zum Landmessen.**

§. 3.

Auf dem Papier ziehet man gerade Linien nach dem Linial mit der Reißfeder, dem Bleystift oder der Spitze eines Zirkels. Auf dem Felde könnte man gerade Linien durch ausgespannte Fäden bezeichnen. Indeß würde dies nicht allein sehr mühsam, sondern auch an vielen Stellen, wenn die Arbeit ins Große geht, in der Ausführung unmöglich seyn. Der geradlinichte Weg der Lichtstralen

gibt

gibt ein vortreffliches Mittel zur Ziehung gerader Linien auf dem Felde an die Hand. Ueber die Lichtstralen kann man sich folgende Sätze aus der Optik merken:

1) **So lange Lichtstralen durch eine Materie von gleicher Dichtigkeit gehen, ist ihr Weg eine gerade Linie.** Hievon kann man sich überzeugen, wenn man durch eine sehr feine Oefnung einen Lichtstrahl in ein dunkles Zimmer fallen läßt. Man wird den Lichtstral als eine feine und vollkommen gerade Linie wahrnehmen. Ueber dies kann man kein Object sehen, wenn man nicht von dem Auge bis zum Object eine gerade Linie ziehen kann, das Materielle also, wodurch wir Begriffe von den äussern Gegenständen erhalten, d. h. das Licht kommt in der Richtung einer geraden Linie ins Auge.

2) **Jeder sichtbare Gegenstand wirft nach allen Seiten in divergirenden, d. h. aus einander laufenden Linien Licht von sich aus;** man würde sonst nicht das Object von allen Seiten sehen können, wie wir doch vermöge der Erfahrung können. Den sichtbaren Gegenstand kann man als den Mittelpunct einer Kugel von unbestimmter Größe ansehn, bis zu deren Oberfläche sich die Lichtstralen wie Halbmesser in unzähliger Menge ausbreiten.

3) Fängt man einige dieser Lichtstralen mit einer geradlinichten Figur oder einem Cirkel auf, so bilden sie eine Pyramide oder einen Kegel, dessen Grundfläche die erwähnte Fläche, und dessen Spitze der leuchtende Punct ist. Man pflegt diese pyramidalische oder konische Sammlung von Licht-

Lichtstralen einen **Stralenbüschel**, oder wegen Aehnlichkeit mit einem Pinsel, den **optischen Pinsel** zu nennen.

4) **Die Helligkeit des Lichts zur Erleuchtung der Gegenstände, oder die Dichtigkeit und Intensität desselben muß beständig abnehmen**, weil die Stralen sich immer mehr von einander entfernen, und dieselbe Fläche in einem grössern Abstande von wenigern Stralen erhellet wird. In der Optik wird bewiesen, daß die Stärke des Lichts sich verkehrt, wie das Quadrat der Entfernung verhält.

Anmerkung. Wasser in einem Gefäße, welches nicht bewegt, oder geschüttelt wird, stellt sich nach dem Gesetze der Schwere in eine horizontale Oberfläche. Man nennt eine horizontale Oberfläche eine solche, welche mit der obersten Fläche eines stillstehenden Wassers gleichlaufend ist. Das Weltmeer wird also bey völliger Windstille sich eigentlich in eine Kugeloberfläche stellen, deren Mittelpunct der Mittelpunct der Erde ist. Aber kleinere Theile derselben darf man für ebene Flächen halten. Eine horizontale Linie ist eine jede Linie, welche auf einer horizontalen Fläche gezogen wird. Eine verticale Linie ist diejenige, welche auf einer horizontalen Fläche senkrecht steht. Alle Körper fallen nach Linien, welche verlängert durch den Mittelpunct der Erde gehen, und Fäden, die von kleinen Gewichten ausgespannt werden, bestimmen verticale Directionen, welche bey kleinen Distanzen für parallel gehalten werden können, weil sie erst in einer Entfernung von 860 Meil. zusammenlaufen, und der Winkel, den sie dann bilden, unendlich klein ist. So wie zwey Parallellinien die Lage einer Fläche bestimmen, so bestimmen auch zwey Verticallinien eine verticale Fläche. Eine verticale Fläche ist eine solche, welche senkrecht auf einer horizontalen Fläche steht. Hieraus folgt: 1) daß eine Verticallinie

ticallinie senkrecht auf einer horizontalen Linie steht; 2) daß der Durchschnitt einer senkrechten Fläche mit einer horizontalen eine horizontale Linie gibt; 3) daß eine Fläche, welche senkrecht auf einer verticalen Linie steht, eine horizontale Fläche ist.

§. 4.

Aus dem geradlinichten Gang der Lichtstralen folgt, daß wenn man drey Stäbe, (Fig. 2. Taf. 1.) A, B, C, lothrecht oder vertical, (d. h. parallel mit einer Schnur, die an ihrem Ende mit einem Gewichte beschwert ist,) in die Erde steckt, so daß das Auge, wenn es an dem dritten Stab C gehalten wird, die beyden andern Stäbe, A und B, nicht sehen kann, diese drey Stäbe in einer geraden Linie, nach der Gesichtslinie a b, stehen, und durch Hülfe einer ausgespannten Schnur würde man finden, daß **die Puncte, A, B, C, auf dem Felde eine gerade Linie ausmachen** (§. 3. Nro. 1). Auf die Art auf dem Felde mehrere Stäbe nach einer geraden Linie aussetzen, heißt **eine Linie abstecken**; die dazu nöthigen Stäbe nennt man **Absteckungsstäbe**. Hieraus erhellet, daß der Lauf, Strich, Direction einer geraden Linie auf dem Felde durch ausgesteckte Stäbe bezeichnet und angegeben wird. Diese müssen gerade, rund und von gutem trocknen Holze seyn. Wenn sie sich werfen, und schief werden, können sie nicht weiter zur Absteckung gebraucht werden, weil man voraussetzt, daß sie bey der Absteckung eine senkrechte Fläche bilden, welches sie aber nicht können, wenn sie krumm sind. Am Ende B (Fig. 3.) sind sie mit einem scharfen Schuh von Eisen beschlagen, damit man sie ohne Mühe und fest bis zu einer Tiefe von 4 bis 6 Zoll in die Erde niederstecken kann. **Die kleinern Absteckungsstäbe** sind 6 Fuß lang, halten oben einen Zoll im Durchmesser, unten etwas mehr. Zur Absteckung

einer

einer Linie über Bäche oder durch Thäler ist es nöthig, grössere Stäbe von 8 bis 9 Fuß Länge zu haben. Von den kleinern gebraucht man ungefähr 24 bis 30, und von den grössern 8 bis 10. Diese Stäbe werden in parallelen und horizontalen Streifen, von der Breite eines Fußes, schwarz und weiß angemahlt. Die Erfahrung hat gelehrt, daß diese Art des Anmahlens die beste ist, und die schwarze und weisse Farbe die besten Dienste leistet, so daß die Stäbe dann am weitesten und mit der größten Deutlichkeit auf dem hellen und dunklen Grunde des Feldes gesehen werden können. Auf grünen Wiesen, gegen Waldungen und niedriges Gebüsch ist der weisse Theil des Stabes am sichtbarsten; gegen weisse Häuser, reife oder bereits abgemähete Aecker, sieht man die schwarze Farbe am deutlichsten.

§. 5.

Eine Linie auf dem Felde abzustecken.

(Taf. I. Fig. 2.)

1) In der Richtung, nach welcher die Linie hinstreichen soll, setze man zwey Stäbe A und B senkrecht. Dies mit einem Gewicht und einer Schnur untersuchen zu wollen, würde ausnehmend mühsam und bey dem geringsten Winde unmöglich seyn. Arbeitet man auf ebenem Lande, so darf man nur einige Schritte sich von dem Stabe entfernen, und mit demselben den sichtbaren rund umher liegenden Horizont (wenn man auf ebenem Lande ohne beträchtliche Hügel und Abtiefungen arbeitet) zusammenhalten. Richtet man nun die Stäbe nach dem Augenmaaß senkrecht zum Horizont, so werden sie so genau lothrecht seyn, als es diese Arbeit erfodert.

2) Nach-

2) Nachdem man diese zwey Stäbe A und B dergestalt gerichtet hat, setzt man den dritten Stab in C senkrecht und parallel mit den erstern, so daß die drey ausgesteckten Stäbe sich decken. Diese Deckung ist so zu verstehn, daß wenn man nach der rechten und darauf nach der linken Seite des Stabes C visirt, beyde diese Seiten mit den entsprechenden Seiten der Stäbe A und B zusammentreffen, und zwar sowohl am oberen Theile nach den Linien a b und a c, als am untern Theile nach den Linien d b und d c. Nun erst kann man überzeugt seyn, daß die Absteckungsstäbe A, B und C eine durch den obern und untern Theil derselben gehende Verticalebene ausmachen.

3) Man trete nun einige Schritt von dem Stabe C zurück in D, und prüfe da aufs neue die Uebereinstimmung beyder Seiten der Stäbe dadurch, daß man das Auge rechts und links bewegt. Treten nun die bereits ausgesteckten Stäbe gleich geschwind oder gleich langsam zu beyden Seiten heraus, so machen alle drey Stäbe eine gerade Linie aus. Es ist sehr nöthig, auf die Art einige Schritte zurückzutreten, weil die kleinen Fehler, welche sich nicht zeigen, wenn man nahe am Stocke C steht und visirt, in einiger Entfernung vom Stabe C deutlich und sehr kenntlich ins Auge fallen.

4) Auf eben die Art fährt man fort, die Stäbe D, E, F u. s. w. lothrecht, parallel und in gerader Linie mit allen vorhergehenden dadurch zu stellen, daß man nach der rechten und linken Seite der Stäbe, sowohl am obern

obern Theil als am Fuße derselben, sowohl nahe bey als auch in einem Abstande von einigen Schritten, visirt, und Acht gibt, ob alle vorhin gesetzte Stäbe, bey der Bewegung des Auges, nach beyden Seiten der Linie gleich geschwind oder gleich langsam hervortreten.

5) Der größte und sicherste Beweis des unveränderten und geraden Ganges der Linie ist der, daß die weit entfernten und zuletzt ausgesteckten Stäbe, z. B. G, noch die Probe mit demersten Stock A aushalten können. Entfernt man sich 4 bis 600 Ellen weiter, so wird dieser verschwinden, und nicht mehr kennbar seyn. Man errichtet deswegen in A ein feststehendes Signal, nämlich einen grössern Stab mit einem Bund Stroh oder von Laub und kleinen Baumzweigen am obern Theile desselben, durch dessen Hülfe, wenn derselbe sorgfältig eingesteckt und nicht verrückt wird, man in einem weiten Abstande die Genauigkeit der Absteckung prüfen kann.

Anmerkung. Zu Signalen kann man auch bequem ein Quadrat, dessen Seite ungefähr einen Fuß lang ist, gebrauchen. Dieses wird zur Hälfte weiß und schwarz angestrichen, und entweder auf einer andern längern Stange, oder einer der größern Absteckungsstäbe befestigt, wie man in Fig. 6 in A und B sieht. Signalstäbe mit Fahnen oder Flaggen sind nicht so genau, weil man in einem großen Abstande den Stab nicht sehen kann, sondern nur die Fahne, welche seitwärts von der Linie absteht, und je nachdem der Wind ist, bald auf der einen bald auf der andern Seite derselben. Dies giebt Anlaß zu einer unrichtigen Absteckung in einer beträchtlichen Entfernung, und weht der Wind gerade

in der Direction der Linie, so steht die Fahne in derselben Ebene wie die Absteckungsstäbe, und ist deswegen ohne Nutzen.

§. 6.

Die Entfernung zwischen den Stäben muß sich nach der Beschaffenheit des Gesichts und der Klarheit des Wetters richten. Je mehr Stäbe man bey Einsetzung eines neuen Stabes sehen kann, desto besser ist es; auch muß man mit dem Stabe, der eingesetzt werden soll, nie weiter als bis zu der Stelle gehn, wo man mit Deutlichkeit wenigstens drey der vorher ausgesteckten Stäbe sehen kann. So lange das Land einigermaaßen eben ist, kann der Abstand der Stäbe unter sich 50 bis 100 Ellen betragen. Ein sehr vortheilhafter Umstand ist es, wenn die Sonne gerade auf die Stäbe scheint, oder wenn sie in der Gegend bey F steht. Befindet sich die Sonne hingegen in A, so kehren die Stäbe ihren dunklen und unerleuchteten Theil dem Auge zu. Es ist daher schwerer, sie deutlich zu sehen, und die Entfernung der Stäbe muß daher kleiner angenommen werden. Geht man von einem ebenen Lande nach einem abhängigen hinab, so ist es auch ein sehr vortheilhafter Umstand, wenn man die Stäbe, oder doch wenigstens die Spitzen derselben, in der freyen Luft sehen kann. Hieraus ersieht man, daß die Absteckung der Linien nach den verschiedenen vorfallenden Umständen und der Beschaffenheit der Gegend schwerer oder leichter seyn, und mehr oder weniger Zeit erfodern wird. **Je größer man den Abstand der Absteckungsstäbe nehmen kann, desto genauer wird man die Linie abstecken, und desto sicherer wird der gerade Gang derselben.** Denn bey jedem Stabe kann sich ein Fehler einschleichen, und je mehr Stäbe, desto

mehr

mehr Veranlassungen zu Fehlern, welche anfangs zwar unbedeutend seyn können, doch zuletzt von Wichtigkeit werden.

§. 7.

Auf einem einigermaaßen ebenen Lande ist das Abstecken nicht schwer, und kann mit einem hohen Grade von Genauigkeit ausgeführt werden; wenn aber die Linie über beträchtliche Hügel hinstreicht (Fig. 4), oder durch tiefe Thäler durchgeht, so ist mehr Grund da, Biegungen und Abweichungen der Linie zu befürchten, weil man nicht im Stande ist, auf einmal die Spitze und den Fuß mehrerer in einem Bogen ausgesteckten Stäbe zu übersehen (§. 5). Gesetzt, daß die Arbeit bis B auf einem ebenen Boden geschehen sey, und um über den Hügel CFI fortgesetzt werden solle. Bey dem Stabe C siehe man noch 3 bis 4 der früher eingesetzten Stäbe. Höher auf dem Hügel hinauf bey D kann man bey Visirung vom Fuße desselben nach der Linie a b kaum mehr den Stab A erreichen; der Stab D kann also bloß nach B und C eingerichtet werden. Die Spitze des Stabes E kann bloß nach B, C und D, und der Fuß desselben nur nach D, C, B und A in die gehörige Stellung gebracht werden. Die Spitze des Stabes F richtet man durch die Gesichtslinie c d nach E und D. Geht man nun auf der andern Seite des Hügels mit dem Stabe G wieder von demselben herab, so kann man durch die Gesichtslinie g h nicht mehr Stäbe als E und F erreichen. Je weiter man vom Hügel herabsteigt, z. B. in H und I, desto mehr Stäbe kann man benutzen.

§. 8.

Hieraus fließen folgende Regeln zur Absteckung einer Linie über Hügel.

1) Sowohl bey dem Hinauf- als bey dem Herabsteigen von einem Hügel muß man die Stäbe näher an einander setzen als auf ebenem Boden, damit man beym Visiren desto mehr Stäbe, und, wenn es möglich ist, sowohl von den näher als den entfernter stehenden, gebrauchen könne. Hierbey leisten die großen Absteckungsstäbe (§. 4.) guten Nutzen, oder sind vielmehr ganz unentbehrlich. Denn weil sie einige Fuß höher sind, so kann man sie weiter aus einandersetzen, und mehrere derselben, als bey den kleinern Stäben möglich ist, übersehen.

2) Die obersten Stäbe, D, E, F und G, und vorzüglich E und F, müssen mit aller möglichen Sorgfalt und der äusserſten Genauigkeit eingesetzt werden, damit sie sowohl genau lothrecht und mit den früher gesetzten Stäben A, B und C parallel als auch in gerader Linie mit so vielen von den vorhergehenden, als immer möglich ist, sind. Denn wenn C oder F ausserhalb der Linie ist, so enthält dieselbe auf der Spitze des Hügels eine kleine Biegung, und die ganze übrige Absteckung von dem Hügel herab, wird entweder rechts oder links sich wenden.

§. 9.

Bey der Absteckung einer Linie durch ein tiefes Thal

M, P, S, (Tafel I, Fig. 5.) müssen die Stäbe gleichfals so nahe gesetzt werden, daß man mehrere Stäbe zugleich übersehen könne. Der Stab O kann nur nach M und N gesetzt werden. Die Stäbe P und Q in der Tiefe des Thales sind am schwersten einzurichten, weil man sie nur nach wenigen vorher gehenden stellen kann, und sie über dies sehr nahe setzen muß. Bey der Absteckung aus dem Thale wieder heraus, kann man sich nicht allein nach den Stäben Q, R und S, sondern auch nach P, O und N richten. Wenn man zulezt ganz aus dem Thale heraus bey T und V ist, kann man diese Stäbe nach den entfernten Stäben L und M, jenseits des Thales nach der Gesichtslinie lm prüfen. Diese Prüfung fällt bey Absteckung einer Linie über Hügel weg, woraus erhellt, daß Linien, welche durch Thäler durchstreichen, nicht so leicht eine fehlerhafte Biegung erhalten, als die über hohe Hügel weggehenden.

§. 10.

Bey dem, was jezt über die Absteckung gerader Linien gesagt worden ist, war die Stellung der beyden ersten Stäbe gegeben, und man verlängerte eigentlich nur die Linie. Sind aber die äusserſten Puncte A und B gegeben, so wird auf folgende Art eine Linie zwischen beyden abgesteckt. (Fig. 6.)

1) Man macht die äusserſten Endpuncte A und B durch zwey Signale A g und B c sichtbar. Dieses sind hohe und lange Stangen, die an ihrem obern Ende mit einer ausgespannten, schwarz und weiß

angestrichenen, Leinewand oder Segeltuch, oder mit einem Bunde Stroh oder von Baumzweigen mit Laub, versehen sind.

2) Man wählt, und, wenn es sich thun läßt, ungefähr auf der Mitte der Linie zwey Oerter C und D, von welchen aus man die Signale A g und B c sehen kann.

3) Zwey Personen nehmen ihre Absteckungsstäbe, und halten sie gerade vor sich hin. Die eine bey D visirt nach C und A g, und die andere bey C nach D und B c.

4) Beyde rücken, auf gegebene Zeichen, ihre Stäbe so lange rechts und links, bis sie ungefähr in die Linie kommen.

5) Wenn sie ungefähr in der Linie sind, müssen sie seitwärts von dem Stabe abtreten, und denselben von sich abhalten, während die andere visirt. Beyde rücken nun die Stäbe so lange, bis D, C und A in den Gesichtslinien d g und d A, und zugleich C, D, B in den Gesichtslinien b c und b B sind.

6) Ist die Linie sehr lang, und die Signale nicht recht erkennbar, so thut man wohl, die Stellung der Stäbe C und D, auf deren Genauigkeit alles beruhet, mit einem Taschenfernrohr zu untersuchen. Die Stellung dieser Stäbe muß nicht allein an der Spitze, sondern auch am Fuße (§. 5.) derselben nach den Signalen A g und B c untersucht und berichtigt werden, so daß diese und die Stäbe C und D eine genaue und möglichst senkrechte Ebene ausmachen, deren Durchschnitt mit der horizontalen Ebene durch A und B eine gerade Linie zwischen den Signalen A g und B c ausmacht. (§. 3. Anmerk.)

7) Hat

7) Hat man auf die Art mit allem möglichen Fleiß die Stäbe C und D eingerichtet, so setzt man nach den vorhin gegebenen Regeln (§. 5) diese Arbeit nach A und B fort.

8) Alles dieses ist nach dem Profil oder dem senkrechten Durchschnitt der Linie (in der Richtung der Linie) erklärt. Wünscht man eine Erklärung dieses Verfahrens auf einer Ebene oder in einem Grundriß, so wird (Fig. 7) der Stock D ungefähr in die Linie gesetzt, und C nach der Linie D C A eingesenkt. Von C aus wird D in die Linie C d B eingesetzt, so daß er in d sein Platz erhält, und von d aus wird C nach der Linie d c A gerichtet, und in c eingesteckt. Von c visire man nach der Linie c B, und setze d in ϑ; von ϑ visire man nach A und stelle c in γ; und so fahre man fort, bis man in die Linie A B kommt.

§. 11.

Wenn die Linie durch niedriges Gebüsch ungefähr von der Höhe eines Menschen fällt, so ist es unmöglich, durch dasselbe eine Linie abzustecken, es sey denn, daß es erlaubt wäre, wegzuhauen, und nach der Richtung der bereits gesetzten Stäbe sich eine Oefnung oder Allee ungefähr zwey Fuß breit zu machen, in welchem Fall die Fortsetzung der Arbeit keine Schwierigkeit haben, wohl aber längere Zeit wegnehmen würde. Wenn aber die Linie A L (Fig. 8) durch einen großen Wald gehen soll, so würde es ein zu großer Schade und zu viel Zeitverlust seyn, wenn man die im Wege stehenden Bäume umhauen wollte.

Bey Absteckung einer Linie durch ein großes Gehölz befolge man folgende Regeln.

1) So lange keine große Bäume im Wege stehen, werden die Stäbe A, B, C, D, deren Stellen mit Puncte bezeichnet sind, nach den gewöhnlichen Regeln (§. 5, 8, 9) eingesteckt.

2) Wenn der letzte Stab D, und also die Linie AD auf einen Baum stößt, dessen Durchschnitt bey P gezeichnet ist, so geht man zu den drey nächsten Stäben B, C und D zurück, und mißt die Perpendikeln Bb, Cc, Dd, welche man so groß nimmt, daß man gewiß den Baum P vorbeykommen kann. Diese Perpendikularlinien bestimmt man durch ein gerades Stäbchen, welches so lang ist, als der Radius des Baums. Dieses Stäbchen legt man auf die Erde beym Stabe B, und nach dem Augenmaasse so genau wie möglich senkrecht auf der Linie AD, und setzt dann einen andern Stab bey dem andern Ende des Stäbchens, bey b. Dadurch daß man dieses an dem Stabe B in die Höhe hebt, richtet man den Stab b parallel zum Stabe B, und solchergestalt bestimmt und richtet man ebenfalls die Stäbe c und d.

3) Man wird dann finden, daß die Stäbe b, c und d in einer geraden mit B, C, D parallelen Linie bcd stehen, nach deren Direction die Absteckung durch E, F, G, H fortgesetzt wird.

4) Stößt man nun auf einen zweyten Baum, dessen Stamm im Profil mit Q bezeichnet ist, so werden die Perpendikularlinien fF, gG, hH ausgeworfen, und nach den Stäben f, g und h die Arbeit durch I, K, L u. s. w. fortgeführt.

5) Auf

5) Auf dem Maaßstabe der geographischen Karten bedeutet ein Decimalzoll 1000 Ellen, und die feinste Linie auf der Karte beträgt 2 bis 3 Ellen in der Breite. Auf dem Maaßstabe der zur specialen Landmessung gehörigen Karten ist ein halber Decimalzoll = 100 Ellen, und die Breite der feinsten Linie = $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Elle zu schätzen. Dies sind daher die kleinsten sichtbaren und meßbaren Grössen oder Puncte auf der Karte. Da nun der Halbmesser der Bäume selten 2 Fuß beträgt, so erhellt, daß diese kleinen Abweichungen zur Seite unerkennbar auf den Karten sind. Bleiben daher die Linien AD, dH und hL nur parallel, so werden sie nach dem Maaßstabe der Karte zusammenfallen, und nur eine einzige Linie ausmachen.

6) Doch thut man wohl, wenn man nicht zu oft zu einer und derselben Seite ausweicht. Ist man wegen des Baums P rechts ausgewichen, so muß man bey dem Baum Q sich links schlagen, um ihm auszuweichen. Denn es fällt in die Augen, daß dann die Abweichungen gänzlich unmerklich auf der Karte werden, und man auf die Art sehr nahe bey dem rechten Strich der wahren Linie bleibt.

§. 12.

Da das Abstecken gerader Linien vornehmlich darauf beruht, daß die Seiten der zunächst und entfernter stehenden Stäbe sich decken, so wird man leicht begreifen, daß die Beschaffenheit des Auges, und die Möglichkeit, seine Gegenstände zu sehen, hierauf vielen Einfluß haben.

Die Schwäche unsers Gesichts erlaubt es nicht, die kleinern und feinern Theile weit entfernter Objecte zu sehen. An einem solchen Object gibt es immer einen kleinen und feinen Theil, der nicht weiter Eindruck auf unser Auge macht, und daher unerkennbar und ein **verschwindender Punct** wird. Der Winkel, unter welchem wir noch so eben die kleinern Theile eines Objects sehen können, ehe sie ganz unsichtbar werden und verschwinden, heißt der **kleinste Winkel des deutlichen Sehens, (der kleinste Gesichtswinkel)**. Dieser Gesichtswinkel ist keine beständige Größe, sondern bey gleichem Abstande, Farbe und Figur des Objects, bestimmt er sich nach dessen Helligkeit. Für dasselbe Auge und bey demselben Object ist der Winkel des deutlichen Sehens der **kleinste**, wenn das Object aufs vortheilhafteste von der Sonne erleuchtet wird, oder gerade gegen dieselbe gekehrt ist; der **größte** aber, wenn das Object am schwächsten von der Sonne erhellet wird, wie früh des Morgens oder spät des Abends. Man kann aber nicht angeben, in welchem Verhältniß die stärkere oder schwächere Erleuchtung des Objects mit dem Gesichtswinkel steht. Wenn auch Abstand, Farbe und Erleuchtung des Objects dieselben sind, so ist doch der kleinste Winkel des deutlichen Sehens für verschiedene Augen verschieden: **er ist kleiner für das bessere und schärfere, größer für das schwächere Auge.** Aus dem Gesagten läßt sich der Schluß herleiten, **daß es sehr schwer, wenn nicht gar unmöglich ist, den kleinsten Winkel des deutlichen Sehens durch ein absolutes Maaß zu bestimmen; sondern daß man sich vielmehr damit begnügen muß, durch Erfahrung die Gränzen des kleinsten und größten Winkel des deutlichen Sehens anzugeben.**

§. 13.

§. 13.

Um diesen kleinsten Winkel des deutlichen Sehens zu bestimmen, habe ich folgende Versuche angestellt. Auf einer schwarz angemahlten Cirkelfläche MN (Fig. 9, Taf. 2) von einem Fuß im Durchmesser befindet sich am Mittelpunct eine weiß angestrichene Cirkelfläche CB einen Decimalzoll im Durchmesser. Diese wird Mittags bey sehr klarem und starkem Sonnenschein gerade gegen die Sonne aufgestellt. Der Beobachter tritt nun in der auf der Cirkelfläche senkrechten Linie AC so weit zurück in A, bis er den weissen Cirkel CB nicht mehr deutlich sehen kann, er bemerkt dann den Punct A, und mißt die Länge der Linie AC. Diesen Versuch habe ich mit mehrern Personen und nicht allein mit einer weissen Cirkelfläche auf schwarzem Grunde, sondern auch mit einer schwarzen Cirkelfläche auf weissem Grunde, und ferner mit weissen Streifen von der Breite eines Decimalzolles auf schwarzem Grunde, und schwarzen Streifen auf weissem Grunde wiederholt. Die Erfahrung hat mich hierbey gelehrt, daß bey klarem Wetter und starkem Sonnenschein für ungewöhnlich scharfe Auge AC = 500 Fuß = 5000 Zoll war. Nun ist ABC ein bey C rechtwinklichtes Dreyeck, in welchem die beyden senkrechten Seiten AC und BC gegeben sind; also (Trigon. §. 17)

AC : BC = 5000 : 1 = sin. tot. : Tang. A

log. sin. tot. + log. 1 = 10,0000000

log. 5000 = 3,6989700

log. Tang. A = 6,3010200

A = 41″

Für ein gewöhnlich gutes Auge wurde unter denselben Umständen gefunden, daß man sich nur 400 Fuß von der

der Scheibe entfernen durfte, indem dann schon die Cirkelfläche in der Mitte sehr undeutlich wurde, und beynahe verschwand; also

$$AC : BC = 4000 : 1 = \text{sin. tot.} : \text{Tang. } A$$
$$\log. \text{sin. tot.} + \log. 1 = 10{,}0000000$$
$$\log. 4000 = 3{,}6020600$$
$$\log. \text{Tang. } A = 6{,}3979300$$
$$A = 52''$$

Dieser kleinste Winkel des deutlichen Sehens von 41 bis 52″ unter den vortheilhaftesten Umständen stimmt sehr gut mit andern Erfahrungen und Bestimmungen überein. Robert Hooke nimmt diesen Winkel = 60″ an (Posthumous Works, London 1705, Lectures on Light, pag. 96 und 97), obgleich er nicht die Versuche anführt, auf welche er diese Angabe gründet. Dies stimmt gleichfalls damit überein, daß, wenn zweyer Sterne Abstand am Himmel nur 45″ beträgt, das schärfste Auge bey heller Luft sie nur als einen einzigen Stern sieht, und das Fernrohr sie erst doppelt darstellt.

Die oben erwähnten Versuche sind mehrere Male mit verschiedenen Augen bey ungewöhnlich klarem, bey gewöhnlich klarem, bey dunklem Wetter und bey sehr trübem Himmel wiederholet worden. Durch die Mittelzahl aus allen diesen Versuchen habe ich gefunden, daß **der kleinste Winkel des deutlichen Sehens für ein gewöhnlich gutes Auge bey gewöhnlich klarem Sonnenschein = 1′ angenommen werden kann, bey dunklem Himmel aber und ohne Sonnenschein, übrigens aber doch am hellen Tage, = 2′ wird.**

§. 14.

Hieraus kann man die Fehler berechnen, welche beym Abstecken gerader Linien möglich sind.

Es seyen A, B, C und D (Fig. 10) vier Stäbe, welche schon in gerader Linie und 50 Ellen von einander stehen. Der fünfte Stab soll nun eingerichtet werden, und man visirt deshalb nach der rechten Seite aller Stäbe nach der Linie A B C D (§. 5). Hätte nun das deutliche Sehen gar keine Gränzen, sondern könnte sich auf die kleinsten Theile erstrecken, so würde der Stab nach der geometrischen Linie A B C D E in E seinen richtigen Platz erhalten. Wenn man nun beurtheilen will, ob die Seite des Stabes A in der Linie ist (§. 5, Num. 2), und ob dieselbe bey der Bewegung des Auges eben so viel auf den einen als der andern Seite hervortritt (§. 5, Num. 3), so kann man unter den vortheilhaftesten Umständen mit dem Auge keinen Winkel von einer Minute = E A F wahrnehmen, und daher die rechte Seite des Stabes E in F setzen, ohne daß das Auge diese kleine Abweichung fühlt. Es sey nun E F senkrecht auf A B, so ist in dem rechtwinklichten Dreyeck A E F sin. tot. : Tang. A = A E : E F, und weil sin. tot. = 1; also E F = Tang. A. A E, und Tang. A = Tang. 1′ = 0,000 2909, und A E = 200 Ellen = 400 Fuß, so ist A E = 400. 0,000 2909 = 0,1163600 Fuß, oder $1\frac{2}{10}$ Decimalzoll. Ist es nicht heller Sonnenschein, so ist der Gesichtswinkel = 2′ (§. 13), und unter dieser Voraussetzung ist E F = 400. 0,0005818 = 0,2327200, oder beynahe $2\frac{3}{10}$ Decimalzoll, woraus folgt, daß der Fehler, den man begehen kann, wenn man den fünften Stab nach 4 vorhergehenden setzt, unter den vortheilhaftesten Umständen

$1\frac{0}{10}$ Decimalzoll, und unter weniger vortheilhaften Umständen $2\frac{1}{10}$ Decimalzoll beträgt. Wenn diese beym Abstecken unvermeidlichen Fehler immer auf eine Seite fielen, und beständig zunähmen, so würden sie zuletzt merklichen Einfluß auf die Veränderung der Richtung der Linie haben. Wendet man aber beym Abstecken alle mögliche Genauigkeit an, befolgt die vorhin angegebenen Regeln (§. 4. 5. 6) und visirt nach beyden Seiten der Stäbe, so kann man mit vieler Wahrscheinlichkeit annehmen, daß diese kleinen Fehler bald auf die eine, bald auf die andere Seite der wahren Linie A C E fallen, und daß also das Abstecken sich soviel möglich der mathematischen Genauigkeit nähere.

§. 15.

Angenommen, daß A E eine lange Linie von 1000 Ellen, und A ein am Ende der Linie aufgerichtetes Signal (§. 5, Num. 5.) sey, nach welchem man die abgesteckte Linie beständig prüfet und verbessert; so wird gefragt, **wie viel man auf einer Linie A E = 1000 Ellen = 2000 Fuß fehlen könne, wenn der letzte Stab E nach dem Signal A geprüft werden soll.** Nach der vorigen Formel ist der endliche Fehler E F = AE. Tang. A = 2000. 0,0002909 = 0,5818000 Fuß oder beynahe 6 Decimalzoll. Auf 4000 Fuß würde der Fehler 12 Decimalzoll oder etwas mehr als ein Fuß werden. Da nun nach dem Maaßstabe der Specialkarten, und also noch vielmehr der geographischen Karten ein Fuß unmerklich ist, und kaum die Breite der feinsten Linie ausmacht (§. 11. Num. 5): so ersieht man, daß der bey Absteckung einer Linie von 2000 Ellen mögliche Fehler, obgleich derselbe sehr beträchtlich zu seyn scheint, auf der Karte doch unbedeutend ist, und keinen beträchtlichen Einfluß hat. Diese theoretische Bestimmung des

mög-

möglichen Fehlers bey der Absteckung einer Linie von ungefähr 1000 Ellen stimmt sehr wohl mit wirklichen Erfahrungen überein. Denn wenn man den Stab E so genau als möglich gesetzt hat, und ihn aufs neue nach dem 1000 bis 1200 Ellen entfernten Signal prüft, so wird man oft eine kleine Unrichtigkeit in der Stellung desselben entdecken, und genöthigt seyn, den Stab zu versetzen, und der letzte und verbesserte Ort desselben wird nach der Länge der Linie oft 4, 6 bis Zoll von dem ersten entfernt befunden werden, ganz so, wie es die Theorie beweiset.

Anmerkung. Da in den Aufmessungsmethoden, welche in der Folge erklärt werden, die Genauigkeit der Karten auf die Absteckung der Linien gänzlich und allein beruht, so habe ich alle die Regeln und Bemerkungen, die eine lange Erfahrung mich gelehrt hat, ausführlich erklärt. Ich habe dieß für desto nöthiger geachtet, da andere Schriftsteller über das Feldmessen ein anderes Verfahren empfehlen. Z. B. Zollmann in seiner vollständigen Anleitung zur Geodäsie oder practischen Geometrie, Halle 1744, pag. 2 und 3. J. Marinoni de re ichnographica, Viennæ 1751, pag. 69=73. Rausch practische Mathematik; die Feldmeßkunst, 1. Band, Presburg 1785, pag. 2=9. Schirmer und Schlicht Feldmeßkunst, Berlin 1788, pag. 3=7. Dieses Verfahren ist folgendes: A und B (Fig. 2) sind die beyden ersten Stäbe, welche zur Bestimmung der Linie dienen. Der Landmesser stellt sich hinter den Stab A, und läßt einen Gehülfen auf ein gegebenes Zeichen den dritten Stab C so lange versetzen, bis derselbe in der Linie ist. Darauf geht er nach B, und läßt nach B und C den Stab D setzen. Nun geht er nach C, und läßt nach C und D den Stab E einrichten. Man wird leicht einsehen, daß man bey diesem Verfahren, wo man durch

durch Vorwärtsvisiren die Linie absteckt, nur zweyer Stäbe sich bedienen kann, um den dritten zu setzen, welches aber nie so genau seyn kann, als wenn man durch Rückwärtsvisiren alle früher gesetzte Stäbe benutzen kann (§. 5=12). Der Fehler EF = AE. Tang. A, welcher bey der Einrichtung eines jeden Stabes begangen werden kann, wird keinesweges vermindert, da man auf keine Weise denselben nach den bereits ausgesteckten Stäben verändert und verbessert; sondern der Fehler bey jedem Stabe bleibt vielmehr für sich, und hat seine eigenen Folgen, welche veranlassen werden, daß die Linie viele kleine Biegungen und Winkel erhält. Es ist schon schwer, einen folgenden Stab nach den vorhergehenden einzustecken, aber noch schwerer ist es, wenn ein anderer denselben auf gegebene Zeichen einrichten soll. Dies erfodert mehr Zeit, und wird doch nie so genau.

Zweyter Abschnitt.

§. 16.

Zur Aufmessung gerader Linien kann man eine Schnur, einen Maaßstab und eine Kette gebrauchen. Wenn man durch Wasser, Moraſt, oder das durch den Tau naſſe Gras messen soll, verkürzt sich die Schnur sehr beträchtlich, ja wohl 1 Fuß auf 20 Fuß, überhaupt mehr oder weniger, je nachdem dieselbe loser oder fester geschlagen ist. D. Schwenter (Geometriæ practicæ novæ et auctæ Tract. 2. pag. 17.) hat vorgeschlagen, die Schnur in Oel zu kochen, und sie nachher mit Wachs zu überstreichen, und versichert, daß sie einen ganzen Tag im Wasser liegen könne, ohne einzulaufen. Aber wenn man auch das Einlaufen der Schnur durch die Feuchtigkeit verhindern kann, so hat dieselbe doch manche andere Unbequemlichkeiten. Sie läßt sich in die Länge ziehen, nutzt bald ab und zerreißt, wenn man durch niedriges Gebüsch mißt, und läßt sich auf keine Weise wieder zusammensetzen. Das gewöhnliche Verfahren mit dem Maaßstabe zu messen, indem man denselben auf dem Boden überwirft, ist fehlerhaft, weil die Dicke des Stabes mit in Rechnung kommt, und die Länge der Linie kürzer gefunden wird als sie wirklich ist. Das fehlerfreye Verfahren mit dem Maaßstabe erfodert zu viel Zeit, und gibt grössere Genauigkeit, als man bey der Special-Landmessung verlangt, und wird weder zu dieser noch zur geographischen Landmessung gebraucht, sondern bloß zur Prüfung und Berichtigung der geographischen Landmessung durch trigonometrische Operationen angewandt. Wie übri-

gens trigonometrische Grundlinien mit Maaßstäben aufgemessen werden, habe ich an einem andern Orte (Beskrivelse over den Opmaalings Maade, som er brugt ved de danske geographiske Karter, Kiøbenhavn 1779, pag. 31-35 und pag. 48-50.) erklärt.

§. 17.

Die **Meßkette** ist das beste Werkzeug zur Aufmessung der Linien in der Speciallandmessung. Sie wird aus gutem Stahldraht von der Dicke von $\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{4}$ Linien verfertigt. Die Glieder derselben betragen beynahe einen halben Fuß, und werden durch Augen mit den geschlagenen Ringen B, C, D, E u. s. w. (Taf. 2. Fig. 11) verbunden, so daß jedes Glied der Kette von der Mitte des einen Ringes bis zu der Mitte des andern einen Fuß lang ist. Die Kette nimmt man gewöhnlich 25 Ellen oder 50 Fuß lang. An den beyden äußersten Enden derselben befinden sich zwey Griffe A, welche man bequem anfassen kann. Eine solche Meßkette ist nicht kostbar, aber dauerhaft, bequem auf dem Felde, und kann an den Ringen der Glieder zusammengelegt und in der Tasche getragen werden. Man muß wohl bemerken, daß die Eintheilung an beyden Enden nicht bey dem Handgriff A anfängt, sondern in der Mitte des ersten Ringes B, welcher also (keinesweges aber der Griff A) an dem Meßstäbchen, der unter beschrieben werden soll, gehalten wird. Bey jeder Ruthe oder 5 Ellen oder 10 Fuß hängt ein Zeichen von zusammen gedrehtem Meßingdraht, um daran leicht zählen zu können, wie viel Ellen, Fuß oder halbe Fuß über eine ganze Kette da ist. Nach Zollen zu messen ist unnöthig, weil man so kleine Größen nicht auf Karten bezeichnen kann, welche nach den gewöhnlichen ökonomischen und geographischen Maaßstäben verzeichnet sind.

Prüft

Prüft man, ob die Meßkette ihre gehörige Länge habe, so nennt man das die **Kette justiren.** Dies geschieht mit einem 5 Ellen langen Stabe, welcher vermittelst eines Stangenzirkels nach dem richtigen Fußmaaße genau eingetheilt ist.

Man kann dann auf ebenem Boden, oder auf einer geraden Mauer, nach dem Justierstabe 25 Ellen absetzen, und darnach die richtige Länge sowohl jeder 5 Ellen, als auch der ganzen Kette prüfen. Bey häufigem Gebrauch auf dem Felde leiden die Ringe, die Augen weiten sich, und die Kette kann sich dadurch 1, 2 bis 3 Zoll verlängern. Sie muß also oft nach dem erwähnten 5 Ellen langen Stabe geprüft, und die entdeckten Fehler durch Feile, Hammer und Zange verbessert werden. Zerbricht ein Glied, oder springt ein Ring, so kann man leicht neue einsetzen, weswegen man beständig mit einigen versehen seyn muß.

Schwenter, Zollmann, Marinoni, J. F. Penther (Praxis Geometriæ. Augsburg 1752. Pag. 51), **Böhm** (gründliche Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, Frankfurt und Leipzig 1759. Pag. 15), **Schirmer, Schlicht, Rausch** und andere rathen an, den ersten und letzten Ring der Kette etwas grösser zu machen, und beyde Enden derselben auf zwey lange Stäbe, ungefähr wie zwey Absteckungsstäbe, festzusetzen. Aber dabey gewinnt man nichts, sondern schafft sich nur noch eine Unbequemlichkeit mehr, indem man den ganzen Tag mit den beyden Stäben herumschleppen muß. Man hält besser die Kette in den Griffen an den Enden derselben, z. B. in A, und an der Stelle, wo dieselbe sich endigt, steckt man beym Ringe B kleine Stäbchen von Eisen, eine Linie dick und $\frac{3}{4}$ bis eine Elle lang, in die Erde. Diese nennt man **Meßstäbchen.** Sie haben bey M ein

Auge (Fig. 12), damit man 8 derselben, denn so viel gebraucht man gewöhnlich, an einer Schnur zusammenbinden kann.

§. 18.

Eine auf einem ebenen und horizontalen Felde abgesteckte Linie aufzumessen.

1) Das eine Ende der Kette wird auf die Erde niedergelegt, und an dem Puncte angehalten, bey welchem die Linie anfängt. Ein Gehülfe, welcher das andere und vordere Ende derselben in der Hand hält, und die (§. 17) erwähnten 8 Meßstäbchen bey sich führt, wirft die Kette in die Linie, und läßt sich von seinem Mitarbeiter nach den Absteckungsstäben in die Linie einrichten. Er zieht darauf die Kette an, damit sie in einer geraden Linie ausgespannt auf auf der Erde liegt, und setzt am Ende derselben das erste Meßstäbchen, zum Zeichen, daß 25 Ellen vom Anfang der Linie an abgemessen sind.

2) Darauf gehen beyde vorwärts, bis der hinterste zu dem von dem vordersten eingesteckten Meßstäbchen kommt, an welchem er sein Ende der Kette anhält, und seinen Gehülfen in die Linie richtet. Dieser zieht nun wieder die Kette an, setzt das zweyte Meßstäbchen, welches 50 Ellen vom Anfang der Linie an bedeutet. Auf die Art fahren sie mit der dritten, vierten u. s. w. Kette fort. Man bemerke noch, daß der hintere alle die Meßstäbchen aufnimmt und behält, die der vordere eingesetzt hatte.

3) Es ist deutlich, daß wenn 8 Ketten oder 8. 25 = 200 Ellen aufgemessen sind, der hintere alle von dem vordern eingesteckte Meßstäbchen haben muß.

Der

Der vordere wird nach den Absteckungsstäben in die Linie eingerichtet, zieht die Kette an, legt sie so auf die Erde nieder, geht darauf zurück zu dem hintern, läßt sich alle Meßstäbchen geben, welches man **Einwechselung** nennt, und von diesen eingewechselten Stäbchen setzt er das erste am Ende der Kette, welches also die neunte Kette oder 225 Ellen anzeigt.

4) Um alles Zählen oder Schreiben, und die dabey möglichen Fehler zu vermeiden, macht man sich einige kleine Stäbchen von Holz, 8 bis 10 Zoll lang, an welchen man mit Röthel oder durch Einschnitte 200, 400, 600, 800, 1000, 1200 u. s. w. bemerkt. Diese nennt man **Zeichenstäbchen**. Bey der ersten Einwechselung oder 200 Ellen setzt man das mit 200 bezeichnete; bey der zweyten Einwechselung das mit 400; bey der dritten das mit 600 markirte Zeichenstäbchen.

§. 19.

Da Karten ähnliche Abbildungen des Landes und dessen Lage auf dem Papier oder einer Horizontalfläche sind (§. 1), so folgt, daß jede auf dem Felde abgesteckte Linie auf der Karte eigentlich die Horizontallinie wird, in welcher die vertikale Ebene der abgesteckten Linie die Horizontalebene, auf welcher, wie man sich vorstellt, die Karte abgezeichnet ist, (3, 5, 8) schneidet. Hieraus wird es zugleich deutlich, daß wenn eine über Hügel oder durch Thäler oder über unebenes Land hinstreichende Linie aufgemessen werden soll, man in der Landmeßkunst nicht nach der durch das Steigen und Fallen des Bodens krummen Linie oder den Biegungen a, c, e, i, m (Fig. 13) frage, sondern bloß die Horizontallinie a, d, m

haben wolle. So lange der Boden horizontal und eben ist, wie von A nach a, legt man die Kette und deren beyde Enden auf die Erde (§. 18. Num. 1 und 2). Fängt der Boden an zu steigen, so seßt der hintere Landmesser einen Stab, welchen er immer bey der Hand haben muß, bey dem letzten Meßstäbchen senkrecht auf, und hebt die Kette von a bis g in die Höhe, so daß g eben so hoch ist als c, wo das vordere Ende der Kette liegt, damit die Kette c g so genau als möglich horizontal liege. Bey der folgenden Messung hebt der hintere Landmesser sein Ende der Kette von c bis f in die Höhe, und auf die Art fährt er so lange fort, als die Arbeit bergauf geht. So findet man das Stück ad = ab + bd = c g + e f. Geht die Arbeit bey e wieder den Hügel herab, so legt der hintere Landmesser sein Ende der Kette bey e auf die Erde, aber der vordere hebt das seinige von i bis k in die Höhe, beym m wird die Kette vom m bis l in die Höhe gehoben, und so den Hügel herab. Auf die Art findet man dm = dh + hm = ek + il. Bey der Messung den Hügel herab, findet man die Punkte, wo die Meßstäbchen gesetzt werden sollen, entweder dadurch, daß man den Stab i k senkrecht am Ende der Kette hält, oder noch besserer und sicherer durch ein **Fallstäbchen** von Eisen (Fig. 14) G H 18½ Zoll lang. An diesem Stäbchen ist G I = 12 Zoll; H I ist ein Stück Bley ½ Pfund schwer und 3 Zoll lang, und bey H spitz zulaufend; endlich H K eine Stahlspitze 4 Zoll lang. Wenn die Kette e k horizontal ausgespannt ist, hält man das Fallstäbchen am Ende k ganz frey, und läßt es dann fallen. Vermöge des senkrechten Falles schwerer Körper fällt es nach i und bleibt daselbst stehen. Dieser Punkt ist senkrecht unter k, und der Ort, wo das Meßstäbchen gesetzt werden muß.

§. 20.

§. 20.

Aus dieser Erklärung kann man leicht das Verfahren herleiten, welches man bey Aufmessung einer Linie durch ein Thal zu beobachten hat. Im Allgemeinen bleibt die Regel: daß so lange die Arbeit von einem Hügel herab oder in ein Thal hinunter geht, der vordere Landmesser sein Ende der Kette aufhebe, bis dasselbe gleich hoch mit dem hintern Ende ist, welches auf der Erde liegt, oder bis die Kette nach dem Augenmaaße horizontal ist; geht aber die Messung bergauf oder aus einem Thale heraus, so legt der vordere sein Ende der Kette auf die Erde, und der hintere hebt die Kette auf.

Wenn der Boden sehr stark steigt oder fällt, z. B. auf einer Kette oder 25 Ellen mehr als $2\frac{1}{2}$ Ellen, so kann man die Kette nicht bequem so hoch in die Höhe heben. In diesem Fall theilt man die Kette, und mißt nur mit einem Theil derselben, z. B. 20 oder 15 Ellen, je nachdem man ohne viele Mühe, durch Hülfe des Stabes, das gehörige Ende der Kette in die Höhe heben kann, bis selbige horizontal wird. Es versteht sich übrigens, daß die mit der verkürzten Kette ausgesteckten Meßstäbchen nur für 20 oder 15 oder 10 Ellen gerechnet werden.

§. 21.

Es sey (Fig. 15.) AB eine Horizontallinie oder Fläche, BC eine Vertikallinie, und AC eine geneigte oder schräge Linie, auf welcher die Messung mit der Kette vorgenommen wird. Der Winkel A ist der Neigungs- oder Inclinationswinkel, BC die Höhe der geneigten Fläche, und zeigt, wie viel sich der Boden von A bis C erhebt. Die Grundlinie AB in dem rechtwink-

winklichten ABC ist die Horizontallinie, deren Länge man eigentlich beym Landmessen nur gebraucht, und bey dem Bergauf- und Bergabmessen auf der Karte nur brauchen kann. Wir wollen nun untersuchen, **wie groß der Neigungswinkel A seyn muß, wenn kein merklicher Unterschied zwischen der Hypotenuse AC und der horizontalen Grundlinie AB Statt finden soll.** Es kommt nun darauf an, was man für einen unmerklichen Theil, oder den kleinsten möglichen und zulässigen Fehler bey der Kettenmessung annehmen kann. Wenn man das erwägt, was vorher von dem Anziehen und Werfen der Kette in die Linie, von dem Einstecken der beyden Meßstäbchen, und dem Anhalten der beyden Kettenenden an diesen Meßstäbchen (§. 18. Num. 1 und 2) gesagt worden ist: so wird man ohne Zweifel wohl zugeben, daß $\frac{1}{4}$ Zoll oder 0,025 Fuß eine Größe ist, für die man bey einem Kettenwurf oder 50 Fuß nicht stehen kann. Wenn also die Hypotenuse = 50 Fuß, und die Grundlinie AB = 49,975 Fuß ist, so verschwinden die Folgen der Neigung bey der Kettenmessung. Unter diesen Bedingungen berechne man den Winkel A, nämlich AC : AB = sin. tot. : Cos. A, und nach den gegebnen Zahlen 50 : 49,975 = sin. tot. : Cos. A.

Log. sin. tot. + log. 49,975 = 11,6987093
log. 50 = 1,6989700

log. Cos. A = 9,9997393
A = 1° 59′ 6″

Wenn man berechnen will, wie viel der Boden in Rücksicht dieses unmerklichen Fehlers von $\frac{1}{4}$ Zoll sich gesenkt hat, oder BC finden will: so hat man

sin. tot.

$$\text{sin. tot.} : \text{sin. A} = \text{AC} : \text{BC}$$
$$\text{sin. tot.} : \text{sin. } 1^\circ\ 59'\ 6'' = 50 : \text{BC}$$
$$\text{log. sin. } 1^\circ\ 59'\ 6'' = 8{,}5395510$$
$$\text{log. } 50 = 1{,}6989700$$
$$\text{log. BC} = 0{,}2385210$$
$$\text{BC} = 1{,}7319 \text{ Fuß.}$$

Wenn man mit den natürlichen Sinus rechnen will, so folgt aus der ersten Proportion, wenn sin. tot. $= 1$, und der Neigungswinkel A gegeben ist, daß die Grundlinie $\text{AB} = \text{AC. Cos. A}$ ist; und aus der letzten Proportion folgt die Höhe $\text{BC} = \text{AC. sin. A}$. Wenn man z. B. eine Kettenlänge $= \text{AC} = 50$ Fuß einen Berg hinauf mißt, dessen Neigungswinkel $= 3^\circ$ ist, so ist die Grundlinie $\text{AB} = 50.\ \text{Cos. } 3^\circ = 50.\ 0{,}998629$. $= 49{,}931450$ Fuß, und also $\text{AC} - \text{AB} = 50^\circ - 49{,}931 = 0{,}069$ Fuß oder beynahe 7 Decimallinien, welches der Fehler ist, welcher in der Messung zum Vorschein kommen würde, wenn man statt die Kette in die Höhe zu heben, sie auf der Erde liegen liesse; d. h. wenn man glaubte $\text{AC} = 50$ Fuß gemessen zu haben, hätte man nach der Horizontallinie AB wirklich nur 49 Fuß 9 Zoll 3 Linien gemessen. Wenn man unter dem Neigungswinkel $\text{A} = 3^\circ$ das Steigen oder Fallen des Bodens auf einer Kettenlänge oder 50 Fuß berechnen will, so ist $\text{BC} = 50.\ \text{sin. } 3^\circ = 50.\ 0{,}05233 = 2{,}6165$ Fuß, d. h. auf einer Kettenlänge steigt der Boden 2 Fuß 6 Zoll 1 und $\frac{6}{10}$ Linie.

§. 22.

Aus diesen Formeln und deren Anwendung kann man verschiedene Regeln herleiten, welche bey Aufmessungen mit der Meßkette wichtig sind.

1) Wenn die Neigung des Bodens gegen den Horizont zwischen 1 und 2 Grad fällt, oder welches einerley ist, der Boden auf einer Kettenlänge oder 25 Ellen ungefähr einen Fuß sich erhebt oder senkt, so darf man, ohne einen merklichen Fehler zu befürchten, die Kette dem Boden folgen lassen, und hat nicht nöthig, eines der Enden derselben in die Höhe zu heben. Es ist bewiesen, daß unter diesen Umständen der Unterschied zwischen der Hypotenuse AC und der Grundlinie AB auf jeden 25 Ellen weniger als $\frac{1}{4}$ Zoll beträgt, eine Größe, in welcher man ohnehin bey der Kettenmessung nicht gewiß seyn kann.

2) Wenn die Kette bey dem Bergauf- oder Bergabmessen aufgehoben werden soll, so kann es keinen merklichen Fehler verursachen, wenn gc, fe, ek und il nicht so genau mit dem Horizont parallel sind, oder wenn das Ende der Kette 4 bis 5 Zoll mehr oder weniger erhöht wird. In dem rechtwinklichten Dreyeck ACB sey die Hypotenuse AC = 50 Fuß = 500 Zoll, und die senkrechte Seite BC = 5 Zoll; also $AB = \sqrt{(AC^2 - BC^2)} = \sqrt{(250000 - 25)} = \sqrt{249975} = 499{,}97$ Zoll = 49 Fuß 9 Zoll $9\frac{7}{10}$ Linien, so daß der Unterschied zwischen der Hypotenuse AC und der Kathete AB oder der aus der 5 Zoll betragenden fehlerhaften Erhöhung der Kette entspringende Fehler nur $\frac{3}{10}$ Linie, also ganz unbeträchtlich ist.

3) Man bedarf gar nicht, wie einige in Vorschlag gebracht haben, irgend einer Einrich-

richtung oder eines Instruments zur Untersuchung der horizontalen Erhöhung der Kette. Wir haben bewiesen, daß ein Fehler von einigen Zoll in der Erhöhung der Kette nicht den geringsten merklichen Einfluß auf die Ausmessung der Linie hat.

§. 23.

Wenn ein schwerer und zugleich biegsamer Körper, z. B. eine Schnur oder Kette, in seinen beyden äußersten Puncten A und B unterstützt ist, im übrigen aber frey hängt, so wird er durch die Wirkung der Schwere sich in eine krumme Linie A D B (Fig. 16), die sogenannte **Kettenlinie**, deren nähere Untersuchung in die Mechanik gehört, senken. Wenn man also beym Bergauf- oder Bergabmessen das eine Ende der Kette in die Höhe hebt, so mißt man nicht eigentlich mit der ganzen Kettenlänge, sondern nur mit deren Chorde A B, welche unläugbar kürzer als A D B ist. Wie groß der hierdurch verursachte Fehler werden kann, läßt sich durch folgende Versuche bestimmen. An einer langen Mauer ziehe man eine Horizontallinie A B, und durch Hülfe eines Stangenzirkels stecke man nach einem richtigen Fußmaße auf dieser Linie 25 Ellen ab. Das eine Ende hakte man unbeweglich am Punkte B, und man wird finden, daß je weniger man die Kette anzieht, (deren Gewicht gewöhnlich 2 Pfund beträgt,) desto krummer der Bogen A D B, und desto grösser E D ist. Zieht man mit der gewöhnlichen Kraft eines Menschen, die zwanzig Pfund beträgt, das Ende an, (immer unter der Bedingung, daß B unbeweglich ist), so wird D E 6 bis 8 Zoll, und die Chorde A B bis auf $\frac{1}{4}$ Zoll volle 25 Ellen betragen. Die Kette mag übrigens mehr oder weniger aufgehoben werden, wenn

man

nur die Mitte frey ist, und nicht die Erde berühret, so bleibt die Krümmung immer gleich groß. Aus diesem Versuch läßt sich herleiten

1) Daß wenn die Kette frey hängt und nicht von der Erde getragen wird, sie sich auf jeder Kettenlänge $\frac{1}{4}$ Zoll verkürze, und auf 4 Ketten die Linie einen Zoll länger gefunden werde, als sie seyn sollte. Dieser Fehler ist indeß kleiner, als er auf den ersten Anblick zu seyn scheint.

2) Vorhin haben wir gesehn, daß wenn man die Kette dem ungleichen Boden, wenn derselbe auf 25 Ellen nicht über einen Fuß sich hebt oder senkt, folgen läßt, man $\frac{1}{4}$ Zoll mehr erhält, als man nach der Horizontallinie haben sollte (§. 22. Num. 1), oder im Maaße $\frac{1}{4}$ Zoll gewinnt; aber beym Aufheben der Kette verliert man wieder $\frac{1}{4}$ Zoll, woraus folgt, daß man beym Bergauf- und Bergabmessen, wo das Steigen und Fallen nicht grösser ist als oben angenommen wurde, eine Kette dem Boden folgen lassen, die folgende aber aufheben könne, und so immer fort wechselsweise, wodurch die Fehler sich aufheben werden, und das gefundene Maaß sich desto mehr der geometrischen Genauigkeit nähern wird.

§. 24.

Wenn man genau das Verfahren überdenkt, welches man bey Aufmessung der Linien befolgt (§. 17 — §. 21), so wird man in demselben **verschiedene Quellen unvermeidlicher kleiner Fehler bey der Kettenmessung finden**, und diese sind folgende:

1) Wenn

1) Wenn der hintere Landmesser die Kette an dem Meßstäbchen anhalten soll, so haben einige die Gewohnheit, das Ende der Kette an dem obern Theile desselben anzuhalten, wodurch dieses, wenn die Kette angezogen wird, ohne Zweifel fortgezogen wird, wenn es nachgeben kann, oder auch sich zurückschiebt, wenn der andere zu stark gegen die ziehende Kraft an strebt. Aber wenn auch die Kette sowohl von dem vordern als hintern Messer eben über der Erde gehalten wird, wer kann selbst dann noch vollkommen überzeugt seyn, daß nicht sowohl beym Anhalten des einen Endes der Kette an dem bereits eingesteckten Meßstäbchen, als auch beym Setzen des Meßstäbchens am andern Ende derselben sich kleine Fehler von einer oder zwey Linien einschleichen.

2) Wenn man gleich mit aller Sorgfalt Schläge in der Kette verhütet, d. h., daß die Ringe und Glieder sich nicht über einander legen, und durch fleißigen Gebrauch sich nicht biegen, so kann es doch sehr leicht geschehn, daß die Kette, wenn man sie in die abgesteckte Linie wirft, oder sie nach derselben anzieht, das eine Mal nicht so ganz genau und gleich ausgestreckt liegt als das andere Mal.

3) Wenn der hintere Landmesser den vordern in die Linie einrichtet, oder dieser sich selbst nach den eingesteckten Stäben einrichtet, so kann es doch sehr leicht geschehn, daß er das eine Mal etwas auf die eine Seite; das andere Mal auf die andere Seite kommt, und die Ausmessung geschieht dann nicht in einer geraden Linie, sondern in vielen kleinen geraden Linien, welche sehr stumpfe Winkel mit einander machen.

4) Wenn

4) Wenn man bergauf und bergab über beträchtliche Thäler mißt, so entstehen Fehler aus der Krümmung der Kette durch ihre eigene Schwere (§. 23). (Obgleich die unter Num. 2. 3 und 4 angeführten Fehler nicht sehr bedeutend seyn können, so sieht man doch, daß sie den Einfluß haben werden, daß man das Maaß der Linien gewöhnlich grösser findet, als es seyn sollte).

5) Wenn die Kette an dem Ende in die Höhe gehoben werden soll, an welchem der Stab vertikal gehalten werden muß, so kann auch bey dieser senkrechten Stellung desselben ein Fehler begangen werden, welchen man doch, wenigstens wenn bergab gemessen wird, durch Anwendung der Fallstäbchen vermindern kann (§. 19).

§. 25.

So haben wir denn nun gesehn, daß es mehrere Quellen gibt, aus welchen Fehler in der Aufmessung abgesteckter Linien durch die Kette entspringen können. Wie diese Fehler entstehen, wie sie sich vereinigen, wie groß sie werden können, und endlich, ob eine Linie von einer bestimmten Länge durch die Kettmessung zu lang oder zu kurz befunden, und wie groß der endliche Fehler werde, dies läßt sich nicht durch die Theorie oder durch wahrscheinliche Berechnungen bestimmen. Es ist kein anderer Weg übrig, als dies durch Versuche, und zwar nicht durch kleine Versuche, sondern durch Messungen die ins Große gehn, herauszubringen. Von dem Jahre 1761 bis 1769 war ich der erste, der die trigonometrischen Operationen in Dännemark verrichtete, einen Meridian durch das Kopenhagner Observatorium legte, denselben durch Seeland verlängerte, worauf die Berech-

nung

nung der Länge und Breite aller dänischen Handelsstädte beruht, und die Seeländischen Küsten von Vordingborg bis Helsingör mit den Schwedischen Küsten von Falsterboe bis Kullen verband. Die Basis dieser großen Dreyecke sind mehrere mit Maaßstäben aufgemessene Grundlinien (§. 16). Bey diesen Messungen habe ich Gelegenheit gehabt, die oben angeführten Versuche, **über die Genauigkeit der Aufmessungen mit der Kette, in Vergleichung mit der höchstgenauen Aufmessung mit Maaßstäben, welche auf 1000 Ellen, wie die Erfahrung es bestätigt hat, keinen ½ Zoll fehlen kann,** zu machen.

AG (Fig. 17) war eine Linie von mehr als 12000 Ellen, sehr genau abgesteckt, und durch drey große Zwischen-Signale, B, D und E kenntlich, wobey man die Bequemlichkeit hatte, die Aufmessung in mehrere Theile AB, BD, DE und EG zu theilen. Jedes dieser Stücke wurde dreymal mit einer sorgfältig geprüften Kette und aller Genauigkeit gemessen, welche bey der Kettenmessung nur immer möglich ist.

Die zweyte Rubrik der unten stehenden Tafel enthält die erste, und die dritte Rubrik die zweyte Aufmessung mit der Kette, und die vierte Rubrik die Mittelzahl beyder Messungen. In der fünften Rubrik findet man die Aufmessungen mit Maaßstäben, so wie die Grundlinie bey den trigonometrischen Operationen gebraucht worden ist. Die sechste Rubrik enthält den Unterschied zwischen der Mittelzahl der Kettenmessungen und der Aufmessung derselben Linie mit Maaßstäben, und also den eigentlichen, wirklichen und absoluten Fehler der Kettenmessung.

Theile der Linie	Erste Aufmessung mit dem Kettenfuß	Zweyte Aufmessung mit dem Kettenfuß.	Mittelzahl zwischen der ersten und zweyten Ausmessung.	Aufmessung mit Maaßstäben	Fehler der Kettmessung.
AB	1862	1864	1863	1869,1	+ 6,1
BD	2800,3	2804	2802,1	2804,5	+ 2,4
DE	9450	9443	9446,5	9461,5	+ 15
EG	11406,5	11422,5	11414,5	11441	+ 26,5
AG	25518,8	25533,5	25526,1	25576,1	+ 50

§. 26.

Das waren Versuche. Die Schlüsse, die man aus denselben herleiten kann, möchten folgende seyn:

1) Wenn man beyde Aufmessungen mit der Kette zusammenhält, so ist AB, DE und EG bey der ersten Aufmessung kleiner befunden worden als bey der zweyten; DE hingegen grösser. Dies kann keiner gewissen Regel oder Ordnung unterworfen seyn, sondern bloß aus der zufälligen Verbindung der unvermeidlichen kleinen Fehler entstehen (§. 24).

2) Wenn man bestimmen wollte, wie viel zwey Kettenmessungen von einander abweichen könnten, z. B. auf 1000 Ellen oder 2000 Fuß, so liesse sich das nach den verschiedenen Aufmessungen der Stücke der Linie und der ganzen Linie berechnen; z. B. 1862 Fuß geben 2 Fuß Fehler, was geben 2000 Fuß?

Nach AB . . 1862 : 2 = 2000 : x; x = 2,1 Fuß
— BD . . 2800 : 4 = 2000 : x; x = 2,9 —
— DE . . 9450 : 7 = 2000 : x; x = 1,4 —
— EG . . 11406 : 16 = 2000 : x; x = 2,8 —
— AG . . 25518 : 15 = 2000 : x; x = 1,1 —

Mittelzahl = 2,06 Fuß.

Hieraus

Hieraus folgt, daß wenn man eine Linie von 2000 Fuß oder 1000 Ellen zweymal mit der Kette mißt, der Unterschied zwischen beyden Messungen eine Elle betragen wird, die bald zu viel, bald zu wenig da ist.

3) Vergleicht man die Mittelzahl beyder Messungen durch die Kette mit der wirklichen und richtigen Länge durch Messungen mit Maaßstäben, so kann man auf eben die Art den absoluten Fehler der Kettenmessung bestimmen.

Nach AB . . 1869:6,1 = 2000:x; x = 6,5 Fuß
— DB . . 2804:2,4 = 2000:x; x = 1,7 —
— DE . . 9461:15 = 2000:x; x = 3,1 —
— EG . . 11441:26,5 = 2000:x; x = 4,6 —
— AG . . 25576:50 = 2000:x; x = 3,9 —

Mittelzahl = 3,96 Fuß.

Der absolute Fehler der Kettenmessung, der gefunden wird, wenn man das Kettenmaaß nicht mit dem Kettenmaaße sondern mit dem Maaße der Maaßstäbe vergleicht, beträgt 3,96 Fuß, oder beynahe 2 Ellen auf 1000 Ellen.

4) Das erste Stück der Linie AB gieng ein stark abschüssiges Terrain nach einem großen ebenen Lande, welches sich beynahe von D bis E erstreckte, hinab. Die Kette mußte beständig an dem einen Ende, und zwar sehr viel, in die Höhe gehoben werden (§. 19). Da die Aufmessung nicht von A nach B, sondern von B nach A vorgenommen wurde, oder von dem niedrigern Orte zu dem höhern, so mußte der hintere Landmesser die Kette an dem

Stabe aufheben. Stand nun dieser Stab nicht vollkommen senkrecht, oder wurde er bey starker Anziehung der Kette von dem vordern herübergezogen, so begreift man leicht, wie das Kettenmaaß 3 Ellen kürzer ausfallen konnte als das wirkliche Maaß.

5) Das Stück BD lief durch eine ebene Gegend, wo der Quellen zu Fehlern bey der Kettenmessung weit weniger sind. Aus dieser Ursache stimmen nicht allein beyde Kettenmessungen näher überein, sondern auch der absolute Fehler wird hier der kleinste, nämlich nicht einmal eine Elle. Das Stück DE ging über ein ziemlich ebenes, obgleich steigendes Terrain, und aus der Ursache ist der Fehler etwas grösser, indeß doch nur $1\frac{1}{2}$ Elle auf 1000 Ellen. Das Stück EG ging mehr bergan, und deswegen ist der absolute Fehler hier grösser, und etwas über 2 Ellen. **Den absoluten Fehler der Kettenmessung auf einem ebenen und horizontalen Boden muß man daher = 1 Elle auf 1000 Ellen; auf einem wenig steigenden oder fallenden Boden = $1\frac{1}{2}$ Elle, und auf einem sehr hügellichten und unebenen Lande = 2 Ellen annehmen.**

6) Fragt man nach der Ursache, warum die Aufmessung mit der Kette beständig weniger gab, als die Aufmessung mit Maaßstäben, so muß die Ursache ohne Zweifel darin gesucht werden, daß größtentheils bergauf gemessen wurde, woraus ein starkes Anziehen der Kette und ein Vorüberziehn des hintern Endes derselben, so wie Num. 4 erklärt ist, erfolgte.

§. 27.

§. 27.

Ungeachtet wir nun gesehen haben, daß sowohl bey der Absteckung der Linien als bey deren Aufmessung (§. 12—16 und §. 21 — 26) unvermeidliche Fehler vorkommen, so wird man diese doch als unbedeutend ansehen, wenn man erwägt, daß sie nach dem Maaßstabe der geographischen Karten durchaus gar nichts, und nach dem Maaßstabe der Specialkarten sehr wenig bedeuten, und beynahe eine unmerkliche Grösse sind (§. 11. Num. 5). Aus der Erfahrung weiß man, daß wenn man bey der geographischen Landmessung in einer abgesteckten und gemessenen Linie von 12 bis 14000 Ellen drey oder mehrere Stationen annimmt, und von diesen aus durch Visirungs- und Verificationslinien die Lage einer Kirche in einem Abstande von 6 bis 9000 Ellen bestimmt, alle diese Linien sich genau in einem einzigen Puncte schneiden, welches nicht möglich wäre, wenn kleine Fehler in der Absteckung und Aufmessung einen bedeutenden Einfluß auf die Lage und Länge der Grundlinien gehabt hätten. Bey der Special-Landmessung kann man denselben Versuch anstellen, freylich indeß nach Beschaffenheit des Maaßstabes in kleinern Dimensionen. Auf einem und demselben Meßtisch würde man ebenfalls solche Versuche an bestimmten Puncten in einem Abstande von 1000 bis 1200 Ellen machen können, welche nicht weniger, wie man finden wird, auf das vollkommenste übereinstimmen, wenn man den Regeln folgt, welche im folgenden, wenn von dem richtigen Gebrauch des Meßtisches gehandelt werden wird, erklärt werden sollen.

Dritter Abschnitt.

Einrichtung, Verification und richtiger Gebrauch des Meßtisches.

§. 28.

Nachdem im Vorhergehenden erklärt ist, wie man Linien auf dem Felde ziehet und ausmißt, kommen wir jetzt zu den Instrumenten, durch welche Winkel gemessen werden. Diese können in zwey Gattungen getheilt werden. Die erste zeichnet die Winkel zwischen den Objecten nach einer Horizontalfläche auf dem Papier dergestalt ab, wie die Gesichtslinien sie unmittelbar bilden, ohne die Größe der Winkel in Graden zu bestimmen. Diese Instrumente könnte man **Winkelzeichner** nennen, und deren sind vornehmlich zwey: der **Meßtisch** und die **Winkelscheibe**. Die andere Gattung bestimmt die Größe der Winkel in Graden und nach der Größe des Halbmessers auch in kleinern Theilen, und kann mit einem allgemeinen Namen **Winkelmesser** genannt werden. Diese sind das **Astrolabium**, die **Boußole**, (Peilkompaß), **Theodolit**, **geographischer Cirkel**, und **Quadrant**. Ich werde hier bloß den **Meßtisch** erklären, welcher zu der Special- und geographischen Landmessung das bequemste und genaueste Instrument ist. Wenn man überdieß den Gebrauch des Meßtisches richtig kennen gelernt hat, ist es nicht schwer, sich in den Gebrauch der andern Instrumente zu finden. Das **Astrolabium** findet man beschrieben und abgezeichnet in **Johann Tobias Mayers** ausführlichen und gründlichen practischen Geometrie, Göttingen 1777, 1r Th., p. 279;

Zoll-

Zollmanns vollständigen Anleitung zur Geodäsie, Halle 1744, pag. 12; Böhms gründlichen Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, Frankfurt 1759, pag. 5; Penthers Praxis Geometriæ, Augsburg 1752, pag. 2. Die Boußole findet man sehr gut beschrieben und abgezeichnet bey Zollmann.

Die Winkelscheibe ist erklärt und abgebildet bey Zollmann, Böhm, und einem ungenannten Verfasser G. H. S. (ausführlicher Unterricht zur Scheibenmessung, Langensalza 1766, pag. 47-60).

Das Theodolit (welches eigentlich nichts anders als ein Astrolabium ist, so wie die Engländer es einrichten und gebrauchen) findet man beschrieben und abgezeichnet bey W. Gardiner (Practical surueying improved, London 1737, pag. 59—70). Geographische Cirkel und Quadranten kommen eigentlich bey der Special-Landmessung nicht vor, in zwey andern Schriften habe ich diese Instrumente beschrieben. Den geographischen Cirkel in Beskrivelse over den Opmaalingsmaade, som er brugt ved de Danske geographiske Kartet. Kiöbenhavn 1779, pag. 20—33, und den Quadranten in Observationes astronomicæ, annis 1781, 82 et 83. institutæ in Observatorio Regio Hafniensi; Hafniæ 1784. Introd. pag. LXI—LXV.

§. 29.

Der Meßtisch ist von J. Prätorius erfunden, und nach ihm der Prätorianische Meßtisch, oder auch der geometrische Tisch genannt, und zuerst von seinem Schüler, D. Schwenter, (Geometria practica nova et aucta. Tract. III. pag. 1—8) bekannt gemacht und beschrieben worden. Die erste Einrichtung des Meßtisches war sehr einfach und simpel, aber zugleich

etwas unvollkommen und unbequem. Man fing zuerst an, die Kugel unter dem Stativ anzubringen, wodurch der Tisch horizontal gestellt werden kann, ohne daß man nöthig hätte, die Füße des Stativs zu erhöhen oder zu erniedrigen. J. Marinoni war der erste, welcher durch eine sehr sinnreiche Einrichtung dem Meßtische alle die Bewegungen gab, welche der vollkommne Gebrauch desselben erfordert, 1) um denselben horizontal zu stellen; 2) ihn in einer Cirkularbewegung rund herum zu drehen; 3) ihn, ohne das Stativ zu bewegen, vor- und rückwärts, rechts und links zu schieben, welche Bewegungen nöthig sind, um die Linie auf dem Tische genau über die Grundlinie auf dem Felde zu bringen, (J. Marinoni de re ichnographica, Viennæ 1751, pag. 13—48). Der marinonische Tisch ist gewiß vortreflich ausgedacht; aber etwas zu groß, zu schwer und zu beschwerlich, mit sich zu führen. In dem folgenden werde ich einen viel kleinern und leichtern Tisch, so wie er in Dännemark bey den geographischen und Specialaufmessungen seit 1762 gebraucht worden ist, beschreiben. Dieser hat alle Vortheile des marinonischen Tisches, und keine seiner Unbequemlichkeiten.

Mehrere haben andere Vorschläge zur Verbesserung des Meßtisches gethan, z. B. J. L. Hogreve (practische Anweisung zur topographischen Vermessung, Hannover 1773, pag. 17—31), und ein anderer ungenannter Verfasser (der verbesserte Meßtisch für Freunde der practischen Geometrie, Frankf. 1789). Der letztere Vorschlag ist gewiß der beste; aber dieser Tisch ist zugleich sehr zusammengesetzt und schwer, und hat keinen wesentlichen Vorzug vor der marinonischen Einrichtung. Ueber zwey ältere Instrumente, nämlich über die Einrichtung und den Gebrauch des geometrischen Quadrats, und Kirchers Pantometer

tometer kann man in C. Schotti Cursus mathemat. Bamberg 1677. Lib. 6. pag. 189 — 232, als auch in desselben Verfassers Pantometrum Kircherianum, Wurtzburg 1660, Belehrung finden.

§. 30.

Die Scheibe des Meßtisches, oder der eigentliche Tisch ABCD, Fig. 18. ist aus leichtem Holze, welches sich nicht wirft, gemacht. Hier wird derselbe als ein Parallelepipedum, gewöhnlich von Lindenholz, inwendig hohl, und nach der Breite BC $11\frac{1}{2}$ Zoll, und der Länge AB 15 Zoll, verfertigt. Damit der Tisch bequem über die Station auf dem Felde gestellt, seitwärts, vor- und rückwärts geschoben werden könne, hat man an der untern Fläche des Tisches folgende Einrichtung angebracht, welche viel einfacher und leichter ist, als die des Marinoni und des oben erwähnten ungenannten Verfassers (§. 29). Man ziehe von den Ecken des Tisches Diagonallinien AC und BD, und aus dem Puncte, wo diese sich in der Mitte des Tisches schneiden, beschreibe man einen Cirkel von 4 Zoll im Radius. Je grösser man diesen Cirkel macht, je mehr Bewegung kann man dem Tische zu den Seiten und vor- und rückwärts geben. In diesem Cirkel construire man ein Quadrat IKLM, dessen Seiten ML und IK mit AB und CD parallel sind. In den vier Ecken dieses Quadrats I, K, L, M, werden in die unterste Bekleidung des Tisches vier Schraubenmütterchen von Meßing eingeschlagen, von welchen man zwey in dem Profil, Fig. 19 sieht, welche da mit R und Q bezeichnet sind. GHEF ist ein Kreuz von Meßing, in dessen Mitte eine Röhre ab, welche am besten in dem Profil zu sehen, und so mit a q b o bezeichnet ist, eingelötet ist. Diese Röhre ist in der Mitte nach o q durchgesäget, und kann durch zwey Klemmschrauben, P und N, (Fig. 18)

zusammengeschroben werden, damit die Röhre den Kopf des Stativs A B (Fig. 20.) umfassen kann. c d M L h e K I ist ein Cirkel oder Ring von Meßing, in welchem ein Quadrat eben so groß wie das Quadrat I K L M beschrieben ist. Die Ecken dieses Quadrats auf dem Ringe sind mit runden Löchern durchbohret, durch welche vier Schrauben, I, K, L, M, gehen, von welchen man zwey in dem Profil, nämlich I R und K Q, sehen kann; sie stecken in den Schraubenmütterchen K und Q. Wenn diese 4 Schrauben gelößt sind, kann der Tisch in den vierten Theil eines Kreises herumgedreht, von F nach E vorwärts und von E nach F rückwärts, endlich nach beyden Seiten von G nach H und von H nach G geschoben werden. Man kann folglich durch diese sehr einfache Einrichtung des Ringes und des Kreußes dem Tische alle erfoderliche Bewegungen (§. 29) mittheilen. Klemmt man die Schrauben wieder an, oder schraubt man sie in ihre in der untern Fläche des Tisches befindlichen Mütterchen wieder hinein, so hören diese Bewegungen auf. Man muß drey besondere Tischblätter haben, deren untere Flächen mit Mütterchen wie R und Q versehen seyn müssen, welche von gleichem Schnitt sind, damit sie zu den Gängen der Schrauben I R und Q K passen; und dann bedarf man nur eines Ringes und eines Kreußes zu allen diesen Tischblättern. Der Nutzen dieser mehrern Blätter ist, daß man eines nach dem andern gebrauchen kann, wenn das aufzumessende Land so groß ist, daß es nach dem angenommenen Maaßstabe nicht auf einem Blatte Platz findet.

§. 31.

Das Stativ oder der Fuß des Meßtisches (Fig. 20) besteht aus zwey Theilen. **Der obere Theil A B F G H** ist von Meßing, und zu grösserer Deutlich-

keit

keit besonders und nach allen seinen Theilen (Fig. 21) abgebildet. S ist eine abgedrehte Kugel, auf deren obern Theil sich der Zapfen AB befindet, welcher genau in die Röhre oder den Hals ab auf dem Kreuze EFGH paßt. CI und DR sind zwey andere Stücke von festem und starkem Meßing, die nach oben eine Höhlung haben, in welche ungefehr $\frac{2}{3}$ der Kugel S paßt. FE ist eine starke Schraube, durch welche diese beyden Stücke so zusammengeschroben werden können, wie Fig. 20 andeutet. Mit dem Stücke CI hängt das Stück IGH zusammen. Dieses ist inwendig hohl, hat eine feine Spalte ab auf jeder Seite, welche durch zwey kleine Klemmschrauben, wie H, zusammengeklemmt, und so IGH auf den Zapfen des Dreyfußes, welcher in den hohen Cylinder KGH paßt, aufgeschroben werden kann.

Der zweyte Theil des Stativs ist der **Dreyfuß**. Dieser ist von Holz, und besteht aus dem Zapfen, welcher in die Röhre IGHK des Meßingstativs paßt. Dieser ist mit dem Kopfe TVU verbunden, welcher in ein Dreyeck mit drey großen und drey kleinen Flächen abgeschnitten ist. An jeder derselben sind durch Schrauben, welche nach Gefallen gelößt und angeschroben werden können, drey unten spitze und mit Eisen beschlagene Füße, NO, PQ und LM, ungefähr 2 Ellen lang, befestigt. Diese können aus einandergestellt, oder näher zusammengerückt werden, wodurch der Tisch höher oder niedriger wird.

Anmerkung. Alle diese Abbildungen der sämmtlichen, zur Feldmeßkunst gehörigen Instrumente, von der 18ten bis 29sten Figur, sind nach der wirklichen Größe der Instrumente und dem Maaßstabe in Dezimalzoll, den man in der 30sten Figur findet, verfertigt.

§. 32.

Wenn nun das Tischblatt auf das Stativ gelegt ist, so hat man eine Fläche, auf welcher Winkel und Linien verzeichnet werden können; indeß werden dazu noch die **Wasserwage**, das **Diopterlineal** und die **Magnetnadel** erfodert. Die erste, um den Tisch horizontal zu stellen; das zweyte um Gesichtslinien zu ziehen; und die dritte, um die Lage des Tisches gegen die vier Weltgegenden zu bestimmen.

Um den Tisch horizontal zu stellen, kann man nicht eine Schnur mit einem Gewichte gebrauchen, oder sonst etwas, was der Wasserwage des Zimmermanns gleicht. Soll sie eine solche Genauigkeit geben, daß man bis auf einige Minuten in der Lage des Tisches gewiß seyn kann, so müßte die Schnur sehr lang seyn, und dann ist der geringste Luftzug im Stande, dieselbe in Bewegung zu setzen, und unbrauchbar zu machen. Die Wasserwage mit der Luftblase, Libelle (niveau à bulle d'air), Spiritus-Wasserwage (spirit level) ist weit bequemer und sicherer.

Eine Glasröhre, 6 bis 7 Zoll lang, inwendig 4 Linien im Durchmesser und allenthalben gleich weit, wird mit Spiritus vini oder starkem Brantwein, bis auf $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{7}$ Theil, je nachdem man eine längere oder kürzere Blase haben will, angefüllt. Die Glasröhre wird an ihrem einen Ende zugeschmolzen. Hält man diese Röhre nun beynahe horizontal, so wird die Luft in der Gestalt einer langen Blase nach dem Ende hinaufsteigen, welches höher gehalten wird, weil nach dem Gesetze der Schwere der Spiritus, als der schwerere Körper, am tiefsten sinkt, und die Luft, als den leichteren Körper, in die Höhe treibt; steht aber die Blase stille, so ist das ein Zeichen, daß die obere Fläche der Röhre genau horizontal

ist, denn sonst könnte das Fluidum auf beyden Seiten der Blase nicht im Gleichgewicht seyn, welches sich ferner auf einen Satz der Hydrostatik gründet, daß wenn Fluida in zusammenhängenden Röhren, (und für eine solche kann man die Libelle ansehen), sich das Gleichgewicht halten, ihre Oberfläche horizontal ist. An der Stelle, wo die Blase dann stehen bleibt, schneidet man mit einem Diamant, oder einem scharfen Flintstein, zwey feine Striche oder Zeichen ein. Die Wärme dehnt alle Körper aus, und also auch den Spiritus der Libelle, und da die Luft sich zusammen drücken läßt, so muß die Blase durch die Wärme kürzer werden. Die Kälte zieht den Spiritus zusammen, also wirkt die Elasticität der Luft so viel sie kann, und dehnt sich in den Raum aus, den der Spiritus verlassen hat, also wird die Blase in der Kälte grösser; aber dessen ungeachtet kann man sich gerne nach diesen Zeichen richten, wenn man Acht giebt, ob die Blase in der Wärme gleich viel innerhalb, und in der Kälte gleich viel ausserhalb der Zeichen steht. Die Empfindlichkeit einer solchen Wasserwage, (vorausgesetzt, daß die Röhre inwendig gerade und eben ist), kommt auf die **Biegung der Glasröhre** an. Wenn dieselbe vollkommen gerade und ohne alle Biegung ist, so wird die Libelle zu beweglich, weil eine kleine gerade Linie als ein Stück eines Cirkels von einem sehr großen Halbmesser angesehen werden kann, und eine solche Libelle denselben Dienst leisten würde, welchen ein mit einem Gewichte beschwerter Faden von sehr großer Länge leisten könnte, nämlich Neigungen von einzelnen Sekunden angeben. So feine Libellen gebraucht man nur bey großen astronomischen und geographischen Instrumenten, aber nicht beym Feldmessen, wo es mehr als hinlänglich ist, wenn man den Tisch bis auf 4 bis 6 Minuten horizontal stellen kann. Die Röhre muß zu der Absicht erwärmt

und

und gebogen werden; je mehr man sie krümmt, desto weniger empfindlich wird die Libelle.

§. 33.

Die Einrichtung der beym Feldmessen gewöhnlichen Libelle zeigt die 22ste Figur im Grundriß und die 23ste Figur im Durchschnitt oder Profil. a b c d ist die Grundfläche 6 Zoll lang und 1 Zoll breit, auf welcher ein viereckiges Kästchen von Messing o p, 5 Zoll lang und ungefähr 1 Zoll hoch, senkrecht steht. In diesem Kästchen liegt eine Messingröhre e k, und in derselben die erwähnte Glasröhre oder Libelle (§. 32), welche Fig. 23 mit punctirten Linien angedeutet ist. Von der Messingröhre ist das Stück f i abgeschnitten, wodurch die eingeschlossene Glasröhre und die Luftblase g h zum Vorschein kommt. Die Messingröhre ruht in ihrer Mitte auf einer kleinen Erhöhung m, und durch beyde Enden der Röhre gehen Schrauben e n und k r in die unterste Fläche bey n und r hinab. Wenn die Schraube e n heruntergeschroben wird, und die Schraube k r heraufgeht, so erfolgt die Bewegung um die Erhöhung m, als um einen Ruhepunct, und dadurch geht das eine Ende der Röhre h k in die Höhe, und das andere Ende e g herunter. Soll aber e g höher herauf, so löset man die Schraube e n, und schraubt k r weiter herunter.

§. 34.

Soll die Libelle ihre Bestimmung erfüllen, so muß die obere Fläche der Glasröhre f g h i, oder richtiger eine durch den obersten Punct derselben gezogene Tangente mit der Grundfläche d n m r c parallel seyn. Durch Hülfe der Schraube die Libelle dergestalt stellen, daß diese Bedingung erfüllt wird, heißt dieselbe **verificiren**. Diese **Verification** geschieht auf folgende Art:

1) Auf

1) Auf den nach dem Augenschein so genau als möglich horizontal gestellten Tisch AB (Fig. 31) setzt man die Libelle, deren obere Fläche o p mit der untern Fläche oder dem Tische AB nicht parallel ist, wie die Figur zeigt. Die Schraube E wird etwas gelößt, und durch die bewegliche Kugel wird der Tisch so lange verrückt, bis die Luftblase n bey den Zeichen steht, und folglich die obere Fläche o p horizontal ist.

2) Darauf wendet man die Libelle um, daß o in o′ und p in p′, und die Glasröhre in der punctirten Linie o′ p′ zu liegen kommt, und da diese nicht horizontal ist, so steigt die Blase nach dem höhern Ende p′ herauf (§. 32). Die Abweichung der Libelle von der horizontalen Linie o p, die mit CB parallel ist, wird durch den Winkel p n o′, und die des Tisches durch den Winkel ABC bestimmt.

3) Wenn man diesen Fehler der Libelle allein dadurch zu verbessern glaubte, daß man die eine Schraube bey o′ in die Höhe, und die andere Schraube bey p′ tiefer schraubte, so würde man dadurch weiter nichts bewirken, als die Oberfläche der Libelle p′ o′ wieder in die Horizontallinie o p bringen, und dadurch das eine Ende p′ eben so viel erniedrigen, als es vorher zu hoch war, und der Fehler der Libelle würde nicht gehoben seyn.

4) Es kann also nichts helfen, die Libelle allein zu richten. Aber man drücke den Tisch um die Kugel S von A nach C, welches man an der Libelle dadurch bemerkt, daß die Luftblase sich um den halben Weg den Zeichen nähert, und die andere Hälfte des Fehlers verbessere man durch die Schrauben

Schrauben der Libelle, welche man so lange und ganz langsam auf und nieder schraubt, bis die Blase bey den Zeichen steht.

5) Darauf wende man die Libelle wieder herum, und sehe zu, ob die Blase von selbst sich zu ihren Zeichen hinzieht, in welchem Fall die Libelle verifizirt ist.

6) Zieht aber die Blase sich nicht zu ihren Zeichen, so ist die obere Fläche noch nicht mit der Grundfläche parallel, welcher Fehler nach den angeführten Regeln zur Hälfte am Tische, und zur Hälfte an der Libelle verbessert wird. Damit fährt man so lange fort, bis bey beyden Umwendungen die Blase sich ganz ungehindert zu ihren Zeichen zieht und daselbst stehen bleibt.

Anmerkung. Hiebey lassen sich zwey practische Bemerkungen machen, 1) daß man auf dem Tische eine Linie ziehet, und nach dieser die Libelle stellt, damit sie beständig auf einer und derselben Stelle stehe; 2) hat man eine Veränderung am Tische oder an den Schrauben gemacht, so muß man der Libelle eine oder zwey Minuten Zeit lassen, sich zu stellen, indem bey sehr kleinen Abweichungen die Bewegung der Blase längere Zeit erfodert.

§. 35.

Durch das **Diopterlineal** zieht man Gesichtslinien nach den Objecten, und trägt diese Linien nach der scharfen Kante des Lineals mit einem Bleystift, einer Reißfeder, oder am besten mit der Spitze eines Zirkels auf den Meßtisch auf. Durch zwey solche nach zwey Objecten auf dem horizontal gestellten Meßtisch gezogene Gesichtslinien wird ein Winkel zwischen beyden Objecten gebildet und auf dem Tische entworfen. Das Diopterlineal bestehet aus einem Lineal

von

von Messing AB, Fig. 27, 15 Zoll lang, $1\frac{1}{4}$ Zoll breit, und 1 bis 2 Linien dick, auf dessen obern Fläche ein in Decimalzoll oder so viele Decimalzolle, als sich auf das Lineal abtragen lassen, getheiltes Fußmaaß verzeichnet ist. Ueberdies findet man hier zugleich eine Eintheilung in $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ Theile des Decimalzolls, so daß man dadurch zugleich einen sehr großen und langen Maaßstab hat, nach welchem man durch Hülfe eines Stangenzirkels große Linien auf den Tisch absetzen kann. Das Lineal muß sehr eben, glatt, vollkommen flach, und die beyden Kanten desselben, nach welchen die Gesichtslinien aufgetragen werden, genau gerade Linien, und zugleich vollkommen mit einander parallel seyn. Auf jedem Ende sind senkrecht auf der Fläche des Lineals die **Absehen** oder **Dioptern** f g und n h errichtet, welche durch Schrauben o und r an das Lineal geschroben werden. **In dem einen Dioptер** f g ist 1) eine so feine Spalte a g, daß man deutlich hindurch sehen kann, wenn man das Auge dicht daran hält; 2) eine Oefnung c d, in welcher eine sehr feine und dünne Messingfläche, genannt die **Lamelle** oder **Absehenebene**, ausgespannt ist; 3) eine Spalte e f. **Das andere Dioptер** hat 1) eine Spalte h i; 2) eine Oefnung k m mit einer feinen ausgespannten Absehenebene, und 3) eine Spalte m n. An den Enden und an einigen Stellen in der Mitte der Spalten sind kleine runde Löcher eingeschlagen, um mit desto größerer Deutlichkeit solche Objecte zu sehen, welche in den Spalten undeutlich erscheinen könnten. Uebrigens setzt der richtige Gebrauch des Diopterlineals voraus, daß alle Spalten und Messingflächen in einer Fläche liegen, und daß diese Fläche senkrecht auf des Lineals Fläche AB sey, weil der Tisch horizontal (§. 1) und die Absteckungsstäbe vertical (§. 5) seyn müssen, welche also nur unter dieser Bedingung

von

von den Abſehenflächen gedeckt werden können, ſonſt aber dieſe ſchneiden würden.

§. 36.

Mit dem Diopterlineal kann man ſowohl auf ebenem als unebenem Lande viſiren, ſowohl wenn das Object in derſelben Horizontalfläche mit dem Tiſche ſich befindet, als auch wenn es etwas über oder unter des Tiſches Horizont ſteht. Man kann nicht allein vorwärts, ſondern auch zurück viſiren, welches ein wichtiger Umſtand bey genauen Aufmeſſungen iſt. Hält man das Auge in C, ſo kann man durch die Spalte h i und die Oefnung c d nach der Geſichtslinie C H nach ſolchen Objekten viſiren, welche im Horizonte des Tiſches ſind. Gleichfalls kann man durch die Spalte e f und die Oefnung k m nach der Horizontallinie F K viſiren. Hält man das Auge bey D, ſo kann man durch die Spalte m n und die Oefnung c d nach der Linie D I nach Objekten ſehen, welche über dem Horizonte des Tiſches liegen. Befindet ſich das Auge bey E, ſo kann man durch die Spalte a g und die Oefnung k m nach der Linie E L nach Objekten viſiren, welche niedriger als der Tiſch ſind. Die Spalten und Abſehen-Flächen in den Dioptern f g und n h, und alſo alle erwähnte Geſichtslinien müſſen in einer und derſelben Fläche liegen, welche ſenkrecht auf der Fläche des Lineals A B ſeyn muß, woraus folgt, daß wenn der Tiſch nach der Libelle horizontal geſtellt iſt, alle Geſichtslinien zu den Objekten in einer Vertikalfläche liegen, die Objekte mögen nun höher oder niedriger als der Tiſch liegen, oder mit demſelben von gleicher Höhe ſeyn.

Nach dem Maßſtabe, welchen man auf der 20ſten Tafel findet, und nach welchem alle zum Landmeſſen gehörige Inſtrumente abgebildet ſind, iſt der Abſtand

zwiſchen

zwischen den Dioptern fn = 14 Zoll, und fg = 4 Zoll, woraus folgt, daß fn : fg = sin. tot. : Tang. fng, und $\frac{fg}{fn}$ = Tang. fng. Hieraus findet man den Winkel fng = 15° 56′ 44″, man kann also nach Objecten visiren, welche 15° unter oder über dem Horizont liegen, und das ist mehr als hinlänglich für Hügel und Thäler, welche in Gegenden vorkommen, die so eben als in Dännemark sind. Sollte man Aufmessungen in einem sehr bergichten Lande vornehmen wollen, so müßte man die Dioptern doppelt so hoch machen, und fg = 8 Zoll nehmen, und dann würde man den Winkel fng = 29° 44′ 21″ finden, folglich nach Objecten visiren können, welche beynahe 30° unter oder über dem Horizonte des Tisches sind, womit man sich in den meisten Fällen wird behelfen können.

Einige haben ihre Dioptern um Gewinde oder Charniere beweglich gemacht, so daß sie flach auf das Lineal herabgelegt werden konnten; z. B. **Marinoni** (pag. 26 und 27), und **Hogreve** (pag. 18). Aber diese Gänge und Gewinde nutzen durch fleißigen Gebrauch ab, erhalten etwas Spielraum, fangen an zu wackeln, und folglich weniger genau zu werden.

Um Winkel in großen Höhen und Tiefen zu bestimmen, empfiehlt **Zollmann** (pag. 23) die sogenannte Kippregel, welche darin besteht, daß man auf der Fläche des Diopterlineals einen Bogen senkrecht errichtet, an dessen Mittelpunct ein Gewinde ist, welches den beweglichen Radius trägt, auf welchem das eigentliche Diopterlineal sitzt. Aber es ist sehr schwer, wenn nicht unmöglich, gewiß zu seyn, ob die Fläche des Bogens senkrecht auf der Fläche des Lineals ist, und ob die Dioptern sich in dieser Fläche bewegen. **Marinoni** (pag. 28, 34 und 35

hat hinter dem einen um ein Gewinde beweglichen Diopter zwey andere Dioptern angebracht, mit welchen er zwar, wenn er den gröſſern Diopter um ſein Gewinde niederlegt, nach ſehr hohen oder ſehr niedrigen Objecten viſiren kann; aber dann braucht er eigentlich das gröſſere Diopter als Diopterlineal, und wenn dieſes denn auch 8 Zoll lang iſt, ſo iſt es doch zu kurz, und die Geſichtslinie nicht ſo genau, als wenn das Diopterlineal 14 Zoll lang wäre.

Der ungenannte Verfaſſer des **verbeſſerten Meßtiſches** (pag. 29-33), hat noch einen andern Vorſchlag gethan. Er macht die Dioptern g f und n h beynahe ſo hoch als das Lineal von f nach n lang iſt. Ueber dieſe Dioptern legt er von g nach h ein langes Lineal, welches gleichfalls ein Diopter iſt, und mit Spalten und Abſehen-Flächen abwechſelt. Auf die Art kann er nicht allein durch ſeine ſehr hohen Dioptern f g und n h, ſondern auch durch eines dieſer und das horizontale Diopter, welches er von g nach h legt, viſiren. Durch dieſe Einrichtung kann man zwar Geſichtslinien nach Objecten ziehen, welche 60 bis 70° über des Tiſches Horizont liegen, aber die Veriſication dieſes Diopterlineals möchte ſehr ſchwer und mißlich ſeyn.

§. 37.

Bey der **Veriſication des Diopterlineals** ſind zwey Dinge zu unterſuchen: 1) ob die Seiten des Diopterlineals parallel ſind; 2) ob die Fläche durch die Spalten und Meßingflächen in den Dioptern, oder die Durchſchnittslinie der eigentlichen Abſehenfläche mit der Fläche des Lineals den Seiten des Lineals parallel iſt; 3) ob die Abſehenfläche ſenkrecht auf der Fläche des Lineal iſt.

Aber ehe wir zur Erklärung dieſer Veriſicationen gehen, muß vorher unterſucht werden, wann zwey

Geſichts-

PARSONS LIBRARY University of MICHIGAN

Geſichtslinien AC und BC (Fig. 32), welche von zwey nahe bey einander liegenden Puncten A und B zu einem ſehr entfernt liegenden Object gezogen werden, für Parallellinien angeſehen werden können. Man denke ſich AB ſenkrecht auf der einen Geſichtslinie BC, ſo iſt AB : BC = Tang. C : ſin. tot.; alſo AB. ſin. tot. = BC. Tang. C und $\frac{AB.\,\text{ſin. tot.}}{\text{Tang. C.}}$ = BC. Nimmt man nun AB = 2 Zoll an, welches ungefähr der Abſtand der Geſichtslinie iſt, wenn das Diopterlineal erſt auf die eine, und darauf auf die andere Seite einer Linie gelegt wird, und den kleinſten, auf dem Meßtiſch bemerkbaren, oder verſchwindenden Winkel C = 15″, ſo iſt

log. AB + log. ſin. tot. = 10,3010300
log. Tang. 15″ = 5,8616661

log. BC = 4,4393639
BC = 27502 Zoll.

Man erſieht hieraus, daß, wenn die Entfernung des Objects 27502 Zoll oder 2750,2 Fuß = 1375 Ellen beträgt, die zwey Zoll von einander entfernten Geſichtslinien dem Parallelismus ſo nahe ſind, daß ſie ſich unter einem auf dem Meßtiſch unmerklichen Winkel von 15″ ſchneiden. Wäre der Abſtand des Objects vom Tiſche 3000 Ellen, ſo würde C = 3″ werden, und die beyden Geſichtslinien dem wirklichen Parallelismus ſehr nahe ſeyn. Nach dieſen vorausgeſchickten Unterſuchungen wird man die Verification des Diopterlineals verſtehen.

1) Zu unterſuchen, ob die Seiten AB und CD des Lineals (Fig. 33) parallel ſind, ſo daß es gleichgültig ſeyn könnte, nach

welcher Seite des Diopterlineals man nach einem weit entfernten Objecte visirte.

Diesen Parallelismus mit dem Zirkel zu untersuchen, würde bey weiten nicht hinlänglich seyn. Es sey AB CD ein Diopterlineal, dessen Seiten AB und CD nicht parallel, also CB und AD nicht gleich groß sind, und fm sey die Gesichtslinie durch die Dioptern. Nach einem deutlichen Punct M, welcher ungefähr 3000 Ellen entfernt ist, visire man dergestalt auf dem horizontal gestellten Tische, daß das Object nicht allein gedeckt, oder von der Absehenfläche in der Oefnung mitten durchgeschnitten werde, sondern auch zugleich genau in der obersten Spalte g oder h (Fig. 27) stehe, und ziehe die Linie PQ auf dem Tische. Man lege nun das Diopterlineal, welches vorher auf der linken Seite der Linie PQ lag, dergestalt, daß es nun rechts an dieser Linie zu liegen kommt, und zwar nahe an derselben, wie die Figur A′B′C′D′ andeutet. Die Absehenlinie der Dioptern liegt nun in f′ m′, und weißt nach der Linie m′f′ R hinaus, trift also nicht denselben Punct des Objects, weil die Linien CD und A′B′ nicht Parallel- sondern zusammenlaufende Linien sind. Trift hingegen die Gesichtslinie in beyden Lagen des Lineals das Object, so muß CD mit A′B′ und AB parallel seyn, wie auch die Lage der Dioptern seyn mag; denn wenn das Object nur 2000 bis 3000 Ellen vom Tische entfernt ist, so beträgt dieser Winkel oder der Mangel am Parallelismus nur einige wenige Sekunden, welche auf dem Tische ganz unmerkbar sind.

2) Zu untersuchen, ob die Durchschnittslinie der Absehenfläche durch die Spalten und Oefnungen der Dioptern mit der Fläche des Lineals, welche Durchschnittslinie man die Absehenlinie der Dioptern nennen kann, mit den Seiten des Lineals parallel ist.

Man stellt den Tisch so genau als möglich, und sowohl nach dessen Länge als Breite, horizontal. Man wählt ein deutliches und hohes Object, z. B. einen Thurm, welcher sich in einem Abstande von 3000 Ellen befindet, und wendet nicht die Länge des Tisches, welche 15 Zoll ist, sondern die Breite desselben, welche 11 Zoll beträgt, gegen das Object. Man visirt durch das Diopterlineal nach dem Object, und ziehet an der Seite des Lineals die Linie FE (Fig. 34). Es sey nun die Absehenlinie durch die Dioptern nicht parallel mit AB. Darauf wendet man das Diopterlineal dergestalt, daß es auf der obern Fläche zu liegen kommt, die Dioptern unter dem Tische liegen, und dieselbe Seite des Diopterlineals an der Linie FE liegt. Dadurch kommt das Diopterlineal, welches vorher wie ABCD lag, nun in die Lage A′B′C′D; die Gesichtslinie durch die Dioptern fm liegt nun in f′ m′, und zeigt nun nach der Linie m′ f′ N. Wenn also die Linie durch die Dioptern nicht mit der Seite AB parallel ist, so zeigt der Abweichungswinkel sich doppelt so groß, als er wirklich ist, und die Gesichtslinie kann nach erwähnter Umwendung nicht denselben Punct des Objects treffen. Wenn hingegen fm parallel mit AB oder EF in der ersten Stellung ist, so bleibt fm auch parallel mit EF in der zweyten Stellung des Lineals, oder

f′ m′ ist parallel mit EF oder A′ B′, und da f f′ = 2 Zoll, so wird der kleine Winkel, welcher am Objecte sich bildet, nur 3″, und ganz unmerklich, weswegen beyde Gesichtslinien, sowohl die auf, als die unter dem Tische, einen und denselben Punct des Objects treffen.

3) Wenn die Dioptern in dieser letzten Prüfung bestehn, so folgt daraus zugleich, daß die Dioptern senkrecht auf der Fläche des Lineals stehen. Ein verticales Object ist perpendikulär auf der Horizontalfläche (§. 3), und ist also auch senkrecht auf dem horizontalen Tisch, und dem darauf liegenden Lineal. Da aber die Gesichtslinien der Dioptern mit dem verticalen Object zusammen treffen, so muß die Fläche der Gesichtslinien durch die Spalten und Meßingflächen in den Dioptern senkrecht auf der Fläche des Diopterlineals seyn.

§. 38.

Gewöhnlich pflegt man bey der Untersuchung des Parallelismus der Gesichtslinie mit den Seiten des Diopterlineals es als hinlänglich anzusehen, daß man dasselbe auf dem Tische umwendet, und in beyden Lagen die Dioptern auf dem Tische bleiben läßt. Einige wenden das Diopterlineal so um, daß es an derselben Seite der Linie bleibt, z. B. an der linken, und AB (Fig. 35) in der ersten Lage an EF, und in der andern Lage CD an EF liegt. Dies veranlaßt dann keine andere Veränderung, als daß m dahin kommt, wo f war, und f dahin, wo m war; also bleibt nach dieser Umwendung die Gesichtslinie noch dieselbe, und trift das Object M, obgleich ein sehr bedeutender Fehler in dem Diopterlineal ist. Andere wenden das Diopterlineal auf die

Art

Art um, daß daſſelbe in der zweyten Lage A′ B′ C′ D′ an die rechte Seite der Linie E F gelegt wird, ſo daß A′ in B′, und B′ in A′ kommt. Es iſt klar, daß die Geſichtslinie der Dioptern dann in f′ m′ zu liegen komme, und f′ m′ parallel mit f m′ werde, und da f m′ = f′ m in Vergleich mit dem Abſtande des Objects ſehr klein iſt, die Geſichtslinie in der zweyten Lage f′ m′ N noch das Object M treffe, und der Fehler, welcher wirklich in der Stellung der Dioptern iſt, ſich gar nicht zeige, wenn man nicht in der zweyten Lage an der rechten Seite der Linie die obere Fläche des Lineals auf den Tiſch legt, ſo daß die Dioptern unter denſelben kommen, ſo wie §. 37. Num. 2. erklärt und bewieſen iſt. Sollte es ſchwer ſeyn, ſich in dieſe vielen Wendungen und Stellungen des Diopterlineals zu finden, ſo kann man der Einbildungskraft dadurch zu Hülfe kommen, daß man ſich ein Stück Papier A B C D ausſchneidet, welches die Fläche des Diopterlineals vorſtellen kann, darauf die Abſehenlinie f m verzeichnet, und dann mit dieſem Modell aus Papier die oben beſchriebenen Umwendungen vornimmt.

Anmerkung. Verſchiedene Schriftſteller in der Landmeßkunſt haben es für einen Fehler gehalten, wenn die Fläche der Abſehenlinie mitten durch das Diopterlineal geht, und nicht durch die Seite deſſelben, an welcher die Linien auf dem Tiſche gezogen werden. Sie glaubten bey der Ausmeſſung der Winkeln der geometriſchen Genauigkeit näher zu kommen, wenn ſie die Abſehenfläche, und die Mitte der Dioptern auf der Seite des Diopterlineals errichteten. Da es aber oben bewieſen worden iſt, daß ein Object, welches 1375 Ellen vom Tiſche entfernt iſt, nach der ganzen Breite des Diopterlineals, in dem Winkel nur einen Fehler von 15″ verurſacht, ſo begreift man leicht, daß dieſer kleine Unterſchied ganz unbedeutend iſt. Dieſe Sache ſoll nachher (§. 50) näher unterſucht, und dann bewieſen werden, daß wenn das

Object auch nur 130 Ellen von dem Tische entfernt ist, dennoch die Lage der Dioptern auf der Mitte des Lineals nur einen Fehler von einer Minute hervorbringen könne, welcher auf dem Meßtische nicht bemerkt werden kann. Wenn das Diopterlineal die Prüfung §. 37. Num. 2. nicht bestanden hätte, nämlich wenn die Gesichtslinie durch die Dioptern mit den Seiten deß Lineals nicht parallel wäre, sondern einen Winkel z. B. von 10′ mit denselben machte, so könnte man doch dessenungeachtet mit einem solchen Diopterlineal Winkel genau messen, wenn man nur immer an einer und derselben Seite des Lineals die Linien auftrüge. Es seyen (Fig. 39) AM und AN Gesichtslinien nach zwey Objecten M und N durch die Station A, welche mit den Seiten des Lineals einen Winkel $x = y = 10'$ machen. AB und AC sind die an den Seiten des Lineals aufgetragenen Linien. Man lege zu $x = y$ den Winkel m, so hat man $x + m = y + m$, oder der Winkel MAN zwischen den wahren Gesichtslinien ist eben so groß, als der nach den Seiten des Lineals aufgetragene Winkel BAC.

§. 39.

Auf einer jeden Karte verlangt man zu wissen, wo Süden und Norden sind. Hiedurch kann man herausbringen, nach welcher Richtung die Aecker laufen, und wie ein Ort in Rücksicht der vier Hauptweltheile, Süden, Norden, Osten, Westen, gegen den andern liegt. Hiezu gebraucht man den Kompaß. Dieser besteht aus einem 6 Zoll langen und $3\frac{1}{2}$ Zoll breiten Kasten ABCD (Fig. 24 u. 25). In dem Kasten sind zwey in Grade, halbe und viertel Grade, eingetheilte Cirkelbogen ab und cd. Diese Bogen macht man lieber aus Elfenbein als aus Meßing, weil in diesem zuweilen Eisentheilchen sich befinden, welche die Nadel an sich ziehen könnten. Der Durchmesser durch die Nullpuncte h und k muß mit den Seiten des Kastens

AB

AB und CD parallel seyn, von welchen wenigstens eine mit einer geraden Meßingplatte belegt seyn muß, um an derselben die Kompaßlinien auf den Tisch auftragen zu können. In der Mitte P, welche zugleich der Mittelpunct der Bogen ab und cd ist, errichtet man eine senkrechte, wohl gehärtete und scharf abgeschliffene Stahlspitze. Diese muß so lang seyn, daß die Spitze derselben in der Fläche der Cirkelbogen ab und cd sich befinde. Auf dieser Spitze hängt oder spielt eine Magnetnadel hk, 5 Zoll lang, in einer konisch eingebohrten Hölung, welche aus starkem oder gehämmertem Meßing, oder noch besser von Glas oder Agat seyn muß, um die Friction zu vermindern, und die magnetische Kraft desto ungehinderter auf die Nadel wirken, und derselben die wahre Direction nach dem magnetischen Süden und Norden geben zu lassen. Ueber der Nadel liegt eine Glasplatte, um den Wind abzuhalten. Das Ganze kann man noch mit einem hölzernen Deckel verwahren. Die Nadel muß nicht länger auf der Spitze spielen, als es beym wirklichen Gebrauch nöthig ist. Auf Reisen und bey Ortsveränderungen von einer Station zur andern, muß sie von der Spitze abgenommen, mit einem Faden an einem hölzernen Stäbchen angebunden, und in die Büchse des Kompasses gelegt werden. Dennoch kann die Nadel auf Reisen leicht ihre Kraft verlieren, es ist daher sehr nützlich, mit einem guten natürlichen oder künstlichen Magneten versehen zu seyn, mit welcher man die Nadel streichen und ihre magnetische Kraft erneuern kann. Dies Streichen geschieht entweder durch den einfachen Strich, da man einen der Pole des Magneten, z. B. den Nordpol, auf das eine Ende der Nadel setzt, und nach der ganzen Länge derselben nach dem andern Ende streicht. Man führt nun den Magneten in einem Halbkreis um die Nadel,

und fängt das Streichen von demselben Ende der Nadel mit demselben Pol wieder an, und so setzt man das Streichen fort. Ist der Pol, mit welchem man streicht, der Nordpol, so wird das Ende der Nadel, wo das Streichen anfängt, der Nord- und wo dasselbe aufhört, der Südpol der Nadel. Der doppelte Strich besteht darin, daß man mit dem einen Pol in der Mitte der Nadel anfängt, und nach dem einen Ende der Nadel hinausstreicht; man nimmt dann den andern Pol, und streicht mit diesem nach dem andern Ende der Nadel. Dies Streichen setzt man fort, und zwar immer in derselben Richtung, von der Mitte zu den Enden. Wollte man nach entgegengesetzten Directionen, bald vor-, bald rückwärts streichen, so würde man durch den einen Strich die Kraft wieder vernichten, welche man der Nadel durch den andern Strich gegeben hätte. Die Hälfte der Nadel, welche mit dem Südpol des Magneten gestrichen ist, wird das nördliche; und die andere Hälfte derselben, welche mit dem Nordpol gestrichen ist, das südliche Ende der Nadel. Um desto gewisser in der Genauigkeit der auf den Meßtisch aufgetragenen Kompaßlinien zu seyn, ist es gut, zwey Nadeln zu jedem Kompaß zu haben.

§. 40.

Die Verification des Kompasses der Landmesser besteht darin, daß man untersucht, ob die Seiten des Kompasses a d und b c unter einander und zugleich mit dem Durchmesser durch die Nullpuncte parallel sind. Zu dem Ende stellt man den Kompaß S a b c d (Fig. 28.) auf den Tisch, und wendet ihn so lange, bis die Nadel auf den Nullpunct des eingetheilten Cirkelbogens einspielt, wo man dann eine Linie M N an der Seite a d zieht. Darauf wendet man den Kompaß herum, und setzt denselben

ſelben an die rechte Seite der Linie M N, ſo daß d' dahin kommt, wo vorher a war, und a' dahin, wo d war, oder daß der Kompaß die Lage a' b' c' d' erhält. Da nun der Nordpol der Nadel gegen Süden gekehrt iſt, ſo muß man die Nadel auch auf ihrer Spitze und in ihrem Hütchen umlegen. Wenn die Schwingungen der Nadel vorbey ſind, und ſie ſich ganz ungehindert in Ruhe geſetzt hat, und man dann befindet, daß dieſelbe wieder bey dem Null des Cirkelbogens ſteht, ſo kann man daraus ſchließen, daß der Durchmeſſer durch die Nullpuncte mit a d parallel iſt. Man hat bey dieſer Berichtigung der Nadel vorausgeſetzt, daß der magnetiſche Meridian gerade durch die Mitte der Nadel gehe, oder in die Linie durch die beyden Enden der Nadel und die Mitte des Hütchens falle; in den meiſten Fällen wird dieß auch wohl auf das genaueſte richtig ſeyn. Aber es wäre doch möglich, vorzüglich wenn die Nadel breit iſt, daß der magnetiſche Meridian auf eine der Seiten falle, und alſo mit der Mittellinie einen Winkel von $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ Grad mache, und ein ſo großer Fehler würde dann auch in den auf den Meßtiſch aufgetragenen Linien Statt haben. In einer Abhandlung in den Schriften der Königl. Däniſchen Geſellſchaft der Wiſſenſchaften (Nye Samling, 1ſte Deel, Kiøbenhavn 1781, pag. 396-403) habe ich gezeigt, wie dieſer Fehler gehoben werden könne, nämlich dadurch, daß man das Hütchen der Nadel ſo einrichtet, daß man es herausnehmen kann, und zuerſt nach der obern und nachher nach der untern Fläche der Nadel obſervire, wo dann der Fehler ſich unter einer doppelten Größe zeigen wird. Die nach der Magnetnadel auf dem Meßtiſche gezogene gerade Linie zeigt nicht den wahren Nordpunct, ſondern der magnetiſche Meridian ſchneidet den wahren Meridian unter einem Winkel, welcher die Abweichung

weichung der Magnetnadel heißt. Wie durch ein dazu eingerichtetes und Gnomon genanntes Instrument der wahre Meridian auf dem Meßtische gezogen, und die Abweichung darnach gefunden werde, habe ich gleichfalls in der angeführten Abhandlung (pag. 403-406) erklärt. Uebrigens kann man noch bemerken, daß die Abweichung zu einer und derselben Zeit nicht gleich groß ist: an einigen Orten ist gar keine, an andern Orten eine nordöstliche, und an noch andern Orten eine nordwestliche Abweichung. An einem und demselben Orte ist sie nicht immer gleich groß, sondern nimmt an einigen Orten ab, an andern zu. Ich habe die Abweichung in Kopenhagen

1792 im September - - 18° 23′ 14″ und
1793 im October - - - 18° 15′ 12″

gefunden.

Wenn man sich noch mehr über den Magneten zu belehren wünscht, so kann man Musschenbrock (Dissertationes Physicæ et Geometriæ. Viennæ 1756. pag. 11-270); Erxleben (Anfangsgründe der Naturlehre, herausgegeben von Lichtenberg. Sechste Auflage. Göttingen 1794. pag. 537-560); Adams (Versuch über die Electricität nebst einem Versuche über den Magneten, Leipzig 1785, pag. 239-270); Cavallo (theoretische und practische Abhandlung der Lehre vom Magneten, Leipzig 1788) und Gren (Grundriß der Naturlehre, Halle 1793, pag. 713—734), nachlesen.

Vierter Abschnitt.

Aufstellung und Gebrauch des Meßtisches.

§. 41.

Nachdem man die Einrichtung und Prüfung der zur Feldmeßkunst gehörigen Instrumente kennen gelernet hat, so folgt zunächst die Erklärung einiger allgemeinen Regeln über die Aufstellung des Meßtisches und den richtigen Gebrauch der Instrumente, ehe die eigentliche Feldmeßkunst erklärt werden kann.

Das Blatt des Meßtisches ist von Holz (§. 30). Um nun auf demselben die Aufmessungen entwerfen zu können, ist es nöthig, ihn mit Papier zu überziehen, so daß dieses abgeschnitten werden, und entweder für sich allein, oder mit mehrern aufgemessenen und abgezeichneten Blättern eine Karte ausmachen kann.

Den Meßtisch mit Papier zu bekleben. Man breite einen Bogen Imperial- oder Royal-Papier auf einem Tische dergestalt aus, daß der Rücken, wo das Papier zusammengelegt ist, oben liegt. Mit einem Schwamm, aus welchem man das Wasser stark ausgedrückt hat, durchnäßt man dasselbe so gleichförmig als möglich. Man legt nun den Meßtisch auf das Papier, so daß der Rücken des Papiers auf der Mitte des Tisches HG Fig. 18. zu liegen kommt. Wenn man das Papier an den Seiten des Tisches umgelegt, und das überflüßige weggeschnitten hat, so bestreicht man die Seite AD des Tisches mit einem gut durchgekochten Kleister von Weitzenmehl, und drückt und reibt den Rand des Papiers fest an das Holz. Sobald dieser Rand des Papiers AD fest

sitzt,

sitzt, bestreicht man gleichfalls den Rand BC des Tisches, spannt das Papier ganz eben nach der Richtung DC und AB an der Seite BC an, und leimt es fest. Darauf bekleistert man AB, und wenn das Papier an diesem Rande fest haftet, wird dasselbe an der entgegengesetzten Seite DC ausgespannt und festgeleimt. Zur größern Sicherheit sieht man alle Ränder des Tisches noch einmal nach, und reibt das Papier, damit es desto fester anklebt. Anfangs ist zwar das Papier voll Runzeln und uneben, wenn es aber nachher trocknet, so legt es sich sehr glat an, so daß der Rücken des Bogens nicht mehr sichtbar ist, selbst wenn man das Papier nachher abschneidet. **Marinoni** hat sehr recht, wenn er behauptet, daß gewaltsame Ausspannungen und Ausziehungen, so wie auch das schnelle Trocknen des noch nassen Papiers vor einem Feuer oder Ofen, oder in starkem Sonnenschein, schädlich sey. Dadurch wird das Papier mit einer zu großen Gewalt ausgespannt, wodurch es leicht springt, oder zerreißt, und wenn das auch nicht geschieht, so hat doch dieß zu starke Ausspannen die Folge, daß wenn das Papier vom Tische abgeschnitten wird, es sich in Verhältniß der Kraft, mit der es ausgespannt wurde, wieder zusammen ziehet. Dies nennt man das **Einlaufen der Kartenblätter**, welches, wie klein auch immer das Ausspannen gewesen seyn mag, doch immer merklich ist. Je mehr man das Papier angefeuchtet hat, je dicker dasselbe ist, und je stärker es ausgespannt worden ist, **desto größer ist das Einlaufen.** Um die Größe des Einlaufens zu bestimmen, kann man an den Seiten des Tisches herum eine viereckichte Figur zeichnen, deren Seiten mit einem Stangenzirkel nach dem Maaßstabe der Karte und der Eintheilung auf dem Diopterlineal abgesetzt werden. Nach dem Maaßstabe der zur Speciallandmessung

gehörigen

gehörigen Karten kann die eine Seite dieser Figur ungefähr 3000 Ellen, und die andere 2200 Ellen betragen. Wenn man das Papier abgeschnitten hat, und man wieder mit dem Stangenzirkel mit dem Maaßstabe die Seiten nachmißt, so findet man die Größe des Einlaufens. Das größte Einlaufen wird man = $\frac{1}{2}$ Decimallinie auf 5 Decimalzoll, und das gewöhnliche Einlaufen = 0,25 Decimallinie für eine gleiche Länge, oder nach dem Maaßstabe der Speciallandmessung 5 Ellen auf 1000 Ellen finden. Wenn man des Morgens oder Abends, wenn der Thau fällt, arbeitet, so wird man finden, daß das Papier durch diese Feuchtigkeit sich hebt, uneben und runzelicht, aber wieder glatt wie zuvor wird, wenn es wieder abtrocknet. Indeß wird das Einlaufen durch solche beständige Veränderungen der Feuchtigkeit und Trockenheit vermehrt.

Zur Bekleidung des Tisches kann man statt des gewöhnlichen Kleisters sich auch des aus gewöhnlich gutem und reinem Hornleim, Hausenblase und etwas Zucker zubereiteten **Mundleims** bedienen. Diese Ingredienzien werden in Wasser ausgeweicht, gekocht oder zusammengeschmelzt, auf einen flachen Teller zu einer Höhe von 2 bis 3 Linien ausgegossen, und in lange, einen Zoll breite, Streifen ausgeschnitten. Diesen Mundleim kann der Landmesser nicht entbehren, wenn er mehrere Kartenblätter, und andere Papiere, welche zu Kartenzeichnungen gebraucht werden sollen, zusammen leimen will.

Anmerkung. Einige wollen sich die Mühe, das Papier an den Tisch anzuleimen, ersparen, und gebrauchen einen losen Rahmen um den Tisch zur Anklemmung des Papiers an denselben. Aber das Papier wird dann nie vollkommen glatt, und an den Seiten entstehen Ungleichheiten, welche die freye Bewegung des Diopterlineals behindern.

§. 42.

§. 42.

Den Meßtisch aufzustellen. Fig. 20 und 21.

1) Man richte den Dreyfuß T V O Q M in die Höhe, und drücke die Füße desselben fest in die Erde, damit sie nicht während der Arbeit auf der einen oder andern Seite sich senken, und dadurch den Tisch aus der demselben einmal gegebenen richtigen Stellung bringen.

2) Dann setze man das Meßingstativ G H A auf den Dreyfuß, und klemme dasselbe durch die Schrauben G und H auf dem Holzzapfen fest.

3) Das Tischblatt A B C D (Fig. 18) nebst dem Kreuße und Ringe setze man vermittelst der Röhre a b auf den Meßingzapfen A B, und klemme, wenn der Tisch in die gehörige Lage nach den Linien und Objecten, welche auf denselben fallen sollen, gebracht ist, die Klemmschrauben P und N an, und wo dann der Tisch völlig aufgestellt ist.

§. 43.

Den Meßtisch horizontal zu stellen.

1) Man setze die Libelle auf die Mitte des Tisches nach dessen Länge. Die Schrauben unter dem Stativ E F, durch welche die Kugel angeklemmt wird, löße man ein wenig, und erhöhe oder erniedrige den Tisch nach und nach so lange, bis die Blase der Libelle sich zu ihren Zeichen hinzieht.

2) Darauf wende man die Libelle nach der Breite des Tisches, und drehe denselben so lange um die Kugel, bis die Blase auch in dieser Richtung sich zu den Zeichen hinzieht.

3) Wenn

3) Wenn man den Tisch nach der Breite GH (Fig. 18) richtet, so muß man sich wohl in Acht nehmen, daß man nicht die horizontale Lage des Tisches nach der Länge EF verliere. Dieses geschieht, wenn man den Tisch bey GH oder in der Mitte desselben erhöht oder erniedrigt, so daß die Bewegung um die Linie EF erfolgt, ohne daß die äussersten Puncte derselben, E und F, dadurch höher oder niedriger werden. Man sieht leicht ein, daß während dieser Arbeit der Tisch keine andere Bewegung als um die Kugel S haben könne, und deswegen die Schrauben in dem Ringe IKLM fest seyn müssen.

4) So fährt man fort die Stellung des Tisches zu prüfen und zu berichtigen, bis die Libelle so wohl nach der Länge als der Breite des Tisches bey ihren Zeichen bleibt, wo dann die ganze Oberfläche des Tisches horizontal seyn muß, weil zwey gerade einen Winkel mit einander machende Linien eine Fläche bestimmen, und da diese beyden Linien horizontal sind, so muß auch die Fläche des Tisches horizontal seyn.

§. 44.

Auf dem Felde gibt es eine abgesteckte Linie KGCD, und in derselben einen Punct L; man soll den Meßtisch dergestalt aufstellen, daß eine auf demselben gezeichnete Linie m n in die abgesteckte Linie auf dem Felde, und ein in dieser Linie auf dem Tische gegebener Punct m über den Punct L auf dem Felde gebracht werde. Fig. 36.

1) Nach dem Augenmaasse stellt man den Tisch über den Punct L, und verrückt denselben auf dem Meßingzapfen so lange, bis die gegebene Linie auf dem Tische ungefähr in die Linie auf dem Felde fällt. Dann schraubt man den Tisch durch Hülfe der Schrauben auf dem Stative fest, und stellt ihn horizontal (§. 43).

2) Wenn man die Schrauben unter dem Kreuße und Ringe gelößt hat, so legt man das Diopterlineal mit der einen Seite scharf und genau an die gegebene Linie m n, und um dies desto besser beurtheilen zu können, macht man an beyden Enden der mit der Spitze eines Zirkels aufgetragenen Linie vier oder fünf Puncte mit einer Nadel. Auf die Art bezeichnet man alle Grundlinien oder abgesteckte Linien auf dem Meßtische. Wenn nun die Seite des Diopterlineals an diesen Puncten anliegt, so muß sie auch an der ganzen Linie anliegen.

3) Man hält das Auge an der Spalte des Diopters A, und verschiebt den Tisch auf dem Ringe so lange nach den Stäben C und D, bis diese nicht allein von der Meßingfläche in der Oefnung des Diopters gedeckt werden, sondern auch, wenn das Auge nach der obersten Spalte heraufgeführt wird, mitten in der obersten Spalte zu stehen scheinen. Diese Stäbe müssen nicht weiter als 48 Ellen von dem Tische entfernt seyn, wenn es die kleinern, und 64 Ellen, wenn es die grössern Absteckungsstäbe sind.

4) Darauf geht man, ohne den Tisch zu verrücken, nach der andern Seite desselben, hält das Auge an der Spalte des Diopters B, und sieht zu, ob die Meßingplatte im Diopter A die Stäbe G und K decke,

decke, und diese, sowohl oben nach der Gesichtslinie BAHI, als unten nach BGK, in der obersten Spalte stehen. Werden die Stäbe G und K nicht gedeckt, sondern stehen rechts oder links der Meßingplatte in der Oefnung des Diopters A, so muß der Tisch auf dem Kreuze und Ringe nach der gehörigen Seite so lange geschoben werden, bis die Stäbe G und K mit der Gesichtslinie durch das Diopter A übereinstimmen.

5) Man verläßt nun das Diopter B, und geht wieder zu dem Diopter A, um zu untersuchen, ob die Stäbe C und D im Diopter B gedeckt sind, wo man denn, wenn noch ein Fehler sich zeigt, den Tisch auf dem Ringe und dem Kreuze nach der gehörigen Seite hinschiebt, bis die Deckung erfolgt. Findet man zuletzt, daß die Stäbe auf beyden Seiten des Tisches gedeckt werden, sowohl wenn man vorwärts von A nach B, als rückwärts von B nach A visirt, so fällt die Linie auf dem Tische genau in die Linie auf dem Felde.

6) Je mehr Stäbe man in der Linie auf jeder Seite des Tisches hat, desto besser ist es, doch ist es nicht genug, daß die dem Tische nächsten Stäbe gedeckt werden, sondern die ganze Linie oder so viel Stäbe, als es möglich ist, mit dem Auge zu erreichen, müssen von den Gesichtslinien BAHI und ABFE gedeckt werden. So lange die weit entfernten sichtbaren Stäbe sich noch entweder auf der rechten oder linken Seite der Meßingfläche, oder nur in der obersten Spalte befinden, ist die Linie auf dem Tische noch nicht ganz genau in derselben Verticalfläche, in welcher sich die Linie auf dem Felde befindet.

7) Wenn es sich bey Num. 5. zutragen sollte, daß der Tisch nicht genug seitwärts geschoben werden könnte, weil das Kreutz auf die Schrauben des Ringes stößt, so muß der Tisch nebst dem Dreyfuße versetzt werden. Man schiebt dann den Tisch mitten über das Stativ, und rückt beyde nach der gehörigen Seite, so daß man den noch fehlenden Raum durch Verschiebung des Tisches auf dem Kreutze und Ringe erhalten kann. Man muß dann freylich aufs neue den Tisch horizontal stellen, und die ganze Arbeit von vorne anfangen. Da indeß die Linie auf dem Tische gegeben ist, so gehört nur sehr wenig Uebung dazu, um den Tisch gleich dergestalt zu setzen, daß man der Linie auf dem Felde gleich so nahe komme, daß das fehlende ohne Verrückung des Dreyfußes oder Stativs durch das Kreutz und den Ring verbessert werden kann.

8) Es ist nun noch übrig, den gegebenen oder angenommenen Punct auf dem Tische m über den Punct L auf dem Felde zu bringen, bey welchem entweder die Kettenmessung aufgehört hat, oder anfangen soll. Ein Gabel von Holz oder Meßing, deren Länge gleich der halben Länge des Tisches ist, und deren Oefnung M P Fig. 29 etwas grösser ist als die Dicke des Tisches, wird mit dem einen Ende M an den gegebenen Punct auf dem Tisch gebracht, so daß das Loth p Fig. 36 über dem Puncte L hängt, welches sich nun leicht thun läßt, da der Tisch sich in der Linie befindet. Statt der Gabel könnte man auch ein Fallstäbchen (§. 19) gebrauchen, dieses mit dem obern Ende an den Punct unter dem Tische bringen, welcher gerade unter dem Puncte m auf dem Tische liegt, und dann

fallen

fallen lassen. Fällt das Stäbchen auf dem Punct L auf dem Felde, so sind die Puncte m und L in der Verticallinie, in der sie seyn sollen. Trift aber das Fallstäbchen den Punct L nicht, so sieht man, wie viel und nach welcher Seite man den Tisch schieben müsse.

9) Zuletzt sieht man noch einmal nach, ob das Diopterlineal genau an der auf dem Tische gegebenen Linie liege, wie auch, ob die Stäbe auf beyden Seiten des Tisches genau und auf die Art gedeckt werden, wie bey Num. 4. 5. 6. erklärt ist. Man schraubt dann die Schrauben im Ringe, welche das Kreutz und den Ring an den Tisch befestigen, fest. Wenn dies geschehen ist, muß man aufs neue die Linie nachsehen, und untersuchen, ob der Tisch seine horizontale Lage habe. Wird alles richtig befunden, so ist der Tisch dergestalt aufgestellt, daß die gegebene Linie und der gegebene Punct in derselben auf dem Tische über der gegebenen Linie und dem gegebenen Puncte auf dem Felde liegen.

§. 45.

Den Punct a (Fig. 37) auf dem Meßtische über den Punct A auf dem Felde in der abgesteckten Linie B C D I durch eine Kreutzlinie, d. h., eine Linie, welche die gegebene Linie in dem Puncte A schneidet, oder durchkreuzt, zu bringen.

1) In der abgesteckten Linie B C D I, und in dem in dieser Linie gegebenen Puncte A, über welchem der Meßtisch aufgestellt werden soll, errichtet man einen Stab, welcher genau in die Linie durch die Stäbe B, C, D und I eingesteckt wird. (§. 5).

2) Ungefähr senkrecht auf der Linie BCDI errichtet man einen Absteckungsstab E senkrecht und parallel mit dem Stabe in A, und auf der andern Seite setzt man einen Stab F in gerader Linie mit E und A (§. 5).

3) Man nimmt dann den Stab A weg, und stellt den Tisch dergestalt über A, daß die abgesteckte Linie auf dem Felde IAB in die Fläche der Linie ab auf dem Tische fällt (§. 44).

4) Das Diopterlineal wird an den Punct a gelegt, und indem man durch das Diopter H visirt, drehet man das Diopterlineal so lange, bis der Stab F bedeckt ist, worauf man zu dem Diopter G gehet, und nach dem Stabe E visirt.

5) Wenn der Stab E nicht gedeckt wird, so schiebt man den Tisch auf dem Kreuz und Ringe so lange vor- oder rückwärts, bis beyde Stäbe E und F gedeckt werden, so wohl wenn man vorwärts nach F als rückwärts nach E visirt. Ehe man das Kreuz festschraubt, muß man das Diopterlineal an ab legen, und nachsehen, ob die Lage nach der Hauptlinie ab unverändert ist.

6) Da die Fläche durch die Stäbe E und F vertical ist, und die Fläche durch die Stäbe I, D, C und B gleichfalls vertical ist, auch zwey Flächen sich nur in einer geraden Linie schneiden, so muß diese gerade Linie aA von dem Puncte a auf dem Tische zum Puncte A auf dem Felde eine senkrechte Linie seyn, und der Punct a senkrecht über dem Puncte A auf dem Felde liegen; welches verlangt wurde.

Anmerkung. Diese Methode ist sehr genau, erfodert aber etwas mehr Zeit, und kostet etwas mehr Mühe, als die Methode, welche §. 44 Num. 8 erklärt ist. In allen

allen den Fällen, wo es auf den höchsten Grad von Genauigkeit ankommt, und vornehmlich bey der Umtauschung des Tischblattes, oder der Combination eines vollgezeichneten Tischblattes mit einem neuen, muß man die in diesem §. 45 beschriebene Methode befolgen. In andern Fällen kann man die §. 44 angegebene gebrauchen, und das um so viel mehr, als selbst der feinste Punct auf dem Tische nach dem Maaßstabe der Speciallandmessung eine halbe oder viertel Elle auf dem Felde beträgt. Es kann also keinen merklichen Fehler verursachen, wenn man auch um einige Zoll darinn gefehlt hätte, daß der Punct auf dem Tische nicht senkrecht über dem Punct auf dem Felde wäre, sondern ein wenig auf die eine oder andere Seite falle.

§. 46.

§. 44. Num. 3 ist die Regel gegeben worden, daß die kleinern Absteckungsstäbe, nach welchen der Tisch gestellt werden soll, nicht weiter als 48 Ellen vom Meßtische, und die grössern nicht weiter als 64 Ellen von demselben entfernt seyn dürfen. Fig. 38.

Es sey AB der Abstand der Dioptern auf dem Diopterlineal = 13 Decimalzoll = 1,3 Fuß. Bey A ist die Oefnung oder die Spalte, durch welche man sieht, und BC ist die Breite der feinen Abseheufläche in der Oefnung des Diopters, welche die Stäbe decken muß; diese sey $\frac{1}{10}$ Decimallinie = 0,001 Fuß. DE ist der Durchmesser des Stabes bey den kleinern Stäben, und = 0,075 Fuß oder $\frac{3}{4}$ Decimalzoll; für die grössern Stäbe ist DE = 1 Decimalzoll = 0,100 Fuß. Da der Durchmesser des Stabes genau von der Platte BC bedeckt werden muß, so müssen beyde unter einem gleichen Winkel DAE gesehen werden, und ABD und ACE gerade Linien seyn. Da man nun ferner DE und BC parallel annimmt, so sind die Dreyecke ADE und ABC

ähnlich, und haben also proportionirte Seiten. Es ist also $AE : AC = DE : BC$; und, wenn man das folgende Glied des Verhältnisses von dem vorhergehenden abzieht, $AE - AC : AC = DE - BC : BC$; aber $AE - AC = CE$ = Abstand des Stabes von dem Diopterlineal oder Tische; also $CE : AC = DE - BC : BC$. Wenn man die äussern und mittlern Glieder multiplicirt, ist $AC.(DE - BC) = CE.BC$, und wenn man mit BC dividirt, findet man $\frac{AC.(DE-BC)}{BC} = CE$. Für die kleinern Stäbe, bey welchen $DE = 0,075$ Fuß ist, findet man $CE = 1,3.\frac{(0,075-0,001)}{0,001} = \frac{0,0962}{0,001} = 96,2$ Fuß $= 48\frac{1}{10}$ Ellen. Für die großen Absteckungsstäbe, wo $DE = 0,1$ Fuß ist, findet man $CE = 1,3.\frac{(0,100-0,001)}{0,001} = \frac{0,1287}{0,001} = 128,7$ Fuß $= 64\frac{3}{10}$ Ellen.

§. 47.

Unter **Grundlinien** versteht man in der Landmeßkunst abgesteckte und aufgemessene Linien, von welchen aus man, entweder durch Messung allein, oder durch Absehenlinien allein, oder theils durch Messung, theils durch Absehenlinien, den Ort und die Lage der Objecte auf der Karte bestimmt. **Stationen** nennt man die Puncte in der Grundlinie, von welchen aus man durch Absehenlinien allein, oder durch diese und Messung zugleich, Puncte auf der Karte bestimmt. Die Puncte einer Grundlinie also, wo der Meßtisch aufgestellt wird, um Absehenlinien zu ziehen, und Winkel zu messen, sind **Stationen auf dem Felde**, da hingegen die Puncte auf dem Tische, welche zu den Stationen auf dem Felde gehören, **Stationen auf dem Meßtische** genannt werden.

§. 48.

§. 48.

Es ist eine Grundlinie, und in dieser eine Station gegeben, man soll auf dem Meßtische zu verschiedenen in dieser Station sichtbaren Objecten Linien ziehen, und die Winkel messen, welche diese Objecte mit der Grundlinie machen.

1) Man stelle den Tisch horizontal auf (§. 43); bringe durch Hülfe des Diopterlineals die Grundlinie auf dem Tische in die Linie durch die Absteckungsstäbe in der Grundlinie auf dem Felde, so wie den Punct auf dem Tische über den Punct auf dem Felde (§. 44 und 45), und mache alle Schrauben am Stativ und an dem Ringe und Kreuze ganz fest.

2) Man wende das Diopterlineal nach dem Objecte, und lege es an den Stationspunct auf dem Tische. Man halte das Auge zur Spalte h i in dem Dioptер (Fig. 27), und drehe das Diopterlineal so lange, bis die Absehen- oder Meßingfläche c d in der Oefnung des andern Diopters das Object deckt, oder wenn dieses eine beträchtliche Breite hat, es mitten durchschneidet, und sehe zugleich zu, ob das Object mitten in der obersten Spalte a g stehe.

3) Wenn nun das Diopterlineal genau am Stationspuncte auf dem Tische liegt, so ziehe man mit der Spitze eines Zirkels eine feine Linie auf dem Tische, welche den Winkel angiebt, den das Object mit der Grundlinie macht. Man thut wohl, diese Linien über den ganzen Tisch, und zu beyden Seiten der Station zu ziehen, weil dies allezeit sicherer ist, als wenn man nachher die Linie sollte verlängern müssen.

4) Liegt das Dioptrlineal, nachdem man daſſelbe genau nach dem Objecte gerichtet hat, entweder zu entfernt von dem Stationspuncte, oder ſo nahe an demſelben, daß er von dem Lineal bedeckt wird, ſo muß man durch eine langſame und parallele Bewegung das Diopter an den Punct führen, worauf man dann, wenn es nöthig iſt, aufs neue nach dem Objecte viſirt, und die Lage des Dioptrlineals verbeſſert.

5) Nachdem der Winkel aufgenommen iſt, muß man das Dioptrlineal wieder an die Grundlinie bringen, und zuſehen, ob die Lage des Tiſches unverändert iſt. Dies iſt vorzüglich dann nöthig, wenn mehrere Winkeln zu mehreren Objecten von einer und derſelben Station aus zu obſerviren ſind.

6) An die gezogene Linie ſchreibt man mit Bleyſtift den Namen des Objects, oder wenn man von einer Station aus nach mehrern Objecten viſiren ſoll, ſo bezeichnet man dieſe Linien mit Buchſtaben oder Nummern, und bemerkt in ſeinem Zeichnungsbuche die Bedeutung derſelben, oder deutet in dem erſten unvollkommenen Entwurf über die Belegenheit der Objecte an den gehörigen Orten dieſe Buchſtaben oder Nummern an. Ohne dieſe Vorſicht kann man an andern Stationen dieſe Linien nicht wieder erkennen, und die Arbeit iſt ohne Nutzen, wenn man ſelbſt nicht weiß, was man vorgenommen hat.

Anmerkung. Marinoni (Lib. de re ichnographica Viennæ 1756, pag. 21 — 22) und mehrere andere Verfaſſer ſtecken feine Nähnadeln in die Stationspuncte, und drehen um dieſe Nadeln das Dioptrlineal als um einen Bewegungs- oder Ruhepunct. Soll dies geometriſch richtig ſeyn, ſo muß die Linie dergeſtalt aufgetragen

— werden,

werden, daß sie ihrer ganzen Länge nach gerade so weit von der Seite des Lineals absteht, als der Halbmesser der Nadel groß ist. Diese kleinen Nadeln, deren Kopf man mit etwas Siegellack bedecken muß, müssen mit aller möglichen Sorgfalt senkrecht eingesteckt werden. Eine unangenehme Folge der Nadellöcher ist, daß das Papier am Stationspuncte von der Nadel durchbohrt wird, und, wenn nachher die aufgemessenen Linien abgesetzt werden sollen, die Zirkelspitze so leicht in dies runde und ofne Loch hinabgleitet; bey mehrern Absetzungen wird es immer gröſſer und gröſſer, und alle Absetzungen der Maaße werden weniger zuverläßig. Es ist daher besser, keine Nadel zu gebrauchen, auch kann man durch einige Uebung sich leicht daran gewöhnen, das Lineal aus freyer Hand um den Stationspunct auf dem Tische zu drehen, und daſſelbe durch eine parallele Bewegung desſelben wieder an den Punct zu bringen, wenn eine kleine Abweichung erfolgt seyn sollte. Der ungenannte Verfasser des verbesserten Meßtisches pag. 29. gebraucht eine Vorrichtung, welche unten an den Rand des Tisches gesezt wird, und um welche sich als um eine Axe das Diopterlineal drehen läßt; aber hiebey hält es noch schwerer, den Stationspunct zu treffen.

§. 49.

Nachdem nun gewiesen worden ist, wie man durch Hülfe des Diopterlineals nach Objecten visirt, so muß jezt untersucht werden, welches die Fehler sind, welche in den durch die Abſehenlinien des Diopterlineals gemeſſenen Winkeln vorkommen können.

Zuerst muß untersucht werden, wie viel die feinste Linie, welche mit der Spitze eines Zirkels gezogen werden kann, betrage. Die Breite einer solchen Linie ist gewöhnlich $= \frac{2}{100}$ einer Decimallinie oder 0,0002 Fuß. Wenn die Station mitten auf dem Tische angenommen ist, so beträgt die Entfernung derselben von den Rändern

des

des Tiſches wenigſtens 5 Decimalzoll, und die gemeſſenen auf dem Tiſche verzeichneten Winkel kann man in allen Fällen mit einem Cirkelbogen meſſen, deſſen Radius 5, und deſſen Durchmeſſer 10 Decimalzoll oder einen Fuß beträgt. Der Umfang dieſes Cirkels iſt = 3,14159 Fuß, und enthält 360.60.60 = 1296000 Sekunden. Man ſetze nun folgende Proportion auf: 3,14159 Fuß geben 1296000 Sek., was geben 0,0002 Fuß? oder 3,14159 : 1296000 = 0,0002 : x; folglich findet man $x = \frac{1296000 . 0,0002}{3,14159} = \frac{259200}{3,14159} = 82'' = 1' 22''$. Hätte man die feinſte Linie = $\frac{1}{100}$ Decimallinie genommen, (und ſo fein kann man kaum eine Linie ziehen,) ſo würde man $x = \frac{1296000}{3,14159} = 41''$ gefunden haben. Wenn man ſich nun an die Mittelzahl dieſer beyden Beſtimmungen halten will, ſo fällt es in die Augen, daß die feinſte Linie, welche man auf dem Meßtiſche ziehen kann, in der Breite eine Minute einnimmt, und daß man alſo bey Meſſung eines Winkels auf dem Meßtiſche nicht erwarten darf, den Winkel in kleinern Theilen als in einer Minute ausmeſſen zu können, welches doch immer noch der Wahrheit viel näher iſt, als man derſelben mit dem Aſtrolabium, der Boußole und dem Kompaſſe von gleicher Gröſſe kommen kann.

§. 50.

Darauf muß unterſucht werden, was für Fehler in den Winkeln daraus entſtehen können, daß die Abſehenlinie durch die Dioptern durch die Mitte des Lineals geht, die Linien auf dem Tiſche aber an den Seiten deſſelben gezogen werden. Fig. 40.

Es

Es sey A der Stationspunct auf dem Tische, um welchen die Seite des Lineals sich drehet, bis die Gesichtslinie a M durch die Dioptern das Object M trift, worauf man an der Seite des Lineals die Linie AB ziehet. N sey ein anderes Object in gleichem Abstande von der Station A; man drehet das Diopterlineal um A, bis die Gesichtslinie a N das Object N trift, worauf man die Linie AC ebenfalls an der Seite des Lineals ziehet. Der nach den Seiten des Lineals aufgetragene Winkel ist BAC, und der, den die Gesichtslinien durch die Mitte des Diopterlineals bilden, ist MaN; diese Winkel sind aber gleich groß. Ist nämlich das Lineal genau verificirt, so ist AB parallel mit aM, und AC mit aN; also ist der Winkel BAC = BIN = MaN. Man ziehe die Linien AM und AN, so ist MaN = BAC dem Winkel, welchen die von a aus gesehenen Objecte M und N bilden; aber MAN ist der Winkel, welchen die Objecte M und N einschliessen, wenn sie von dem Stationspuncte A aus gesehen werden, und dieser Winkel ist es eigentlich, welchen man auf dem Tische hätte verzeichnen sollen. Man ziehe von A die Perpendiculare AG auf aM, und die Perpendiculare AH auf aN. In den rechtwinklichten Dreyecken AGM und AHN ist AM = AN, weil angenommen ist, daß beyde Objecte gleich weit von der Station A entfernt sind; ferner AG = AH, weil es die halbe Breite des Diopterlineals ist; weswegen M = N ist. Aus diesen gegebenen Theilen kann man den Winkel M = N berechnen. Denn MG : AG = sin. tot. : Tang. M; Tang. M = $\frac{\text{A G. sin. tot.}}{\text{MG}}$ Nun ist aber die halbe Breite des Diopterlineals, AG, = 8 Decimallinien = 0,08 Fuß, wogegen AM allzeit sehr beträchtlich groß ist, so daß man ohne merklichen Fehler MG = AM annehmen kann. Wenn also die Entfernung

fernung des Objects von dem Tiſche = 15 Ellen = 30 Fuß = 3000 Linien gegeben iſt, ſo kann man den Winkel M berechnen.

log. ſin. tot. + log. 8 = 10,9030900
log. 3000 = 3,4771213
log. Tang. M = 7,4259687
M = 9′ 10″

Auf dieſe Art iſt der Winkel M berechnet, wenn das Object 20, 30, 50 u. ſ. w. Ellen vom Tiſche entfernt iſt.

Entfernung des Objects vom Tiſche.	Winkel M.
15 Ellen.	9′10″
20 —	6′51″
30 —	4′35″
50 —	2′45″
70 —	1′57″
100 —	1′23″
130 —	1′ 3″
160 —	0′49″
200 —	0′41″
250 —	0′33″
300 —	0′27″
350 —	0′23″
400 —	0′20″
500 —	0′16″
600 —	0′14″
700 —	0′11″
800 —	0′10″
900 —	0′ 9″
1000 —	0′ 8″

So

So wie man in der Astronomie den Unterschied, welcher entsteht, wenn man einen Himmelskörper von zwey verschiedenen Orten aus betrachtet, z. B. von dem Mittelpunct der Erde und einem Puncte auf deren Oberfläche, **Parallaxe** nennt, so kann man ebenfals den Winkel M oder a M A, welcher daher entsteht, daß man nach einem Objecte einmal von der Mitte des Diopterlineals a, und darauf von der Seite desselben A aus visirt, die **Parallaxe des Diopterlineals** nennen.

1) Nimmt man nun die Entfernungen der Objecte M und N von dem Tische gleich groß an, nämlich A M = A N, so ist es bewiesen, daß M = N ist; aber A B ist parallel mit G M; also sind die Wechselwinkel M und M A B gleich groß; aus gleicher Ursache N = N A C; also M A B = N A C; hiezu der Winkel B A N addirt, so ist M A B + B A N = B A N + N A C oder M A N = B A C. **Wenn also zwey Objecte M und N gleich weit von dem Meßtische entfernt sind, so ist der nach den Seiten des Diopterlineals entworfene Winkel B A C eben so groß als der wirkliche Winkel der Objecte, diese mögen nun dem Tische nahe oder weit von demselben entfernt seyn.** Es kann also keinen Fehler verursachen, wenn die Dioptern auf der Mitte des Lineals stehen.

2) Wenn die Objecte nicht gleich weit entfernt sind, so kann man entweder durch eine Berechnung oder aus der Tabelle Num. 1. den Winkel M A N, und dessen Unterschied von B A C bestimmen. Man nehme A M = 50 Ellen, so ist M = 2′ 45″, und A N = 100 Ellen, so ist N = 1′ 23″; also

also der wahre aus der Station A gesehene Winkel der Objecte, MAN, ist = M + BAN = 2′45″ + BAN, und der nach den Seiten des Lineals aufgetragene Winkel BAC = BAN + N = BAN + 1′23″. Wenn also die Entfernungen der Objecte ungleich sind, so wird der eigentliche Fehler in dem aufgetragenen Winkel, oder der Unterschied zwischen dem wirklichen Winkel MAN und dem auf dem Tische verzeichneten BAC gleich dem Unterschiede der Winkeln M und N = M — N. Denn MAN — BAC = M + BAN — BAN — N = M — N. In dem angeführten Beyspiel war MAN — BAC = 2′45″ — 1′23″ = 1′22″, und also nicht sehr bedeutend, wenn man bedenkt, daß die feinste Linie auf dem Meßtische schon eine Minute beträgt. Hätte man AM ⩽ AN angenommen, so würde der Fehler im Winkel BAC = N — M seyn.

§. 51.

Wenn man den richtigen Regeln einer genauen Feldmeßkunst folgen will, so müssen alle Grund- und Hauptlinien abgesteckt und aufgemessen, und der Meßtisch nach Stäben, die zu beyden Seiten desselben ausgesteckt sind, und von welchen die entferntesten 400, 500, 600 Ellen und darüber entfernt stehen, (§. 5 und 44) aufgestellt werden. Ist dann die Grundlinie auf dem Tische nach (§. 48) über die Grundlinie auf dem Felde gebracht, so ist der Winkel an dem entferntesten Stabe oder M nur 20″ bis 14″ (§. 50. Num. 1), und da dieser Winkel auf dem Tische unmerklich ist (§. 49), so folgt, daß die

Absehen-

Absehenlinie durch die Dioptern, und die nach den Seiten des Lineals gezogene Grundlinie, für in einander fallend und für eine und dieselbe Linie angesehen werden können, oder daß AM und AB zusammen oder auf einander fallen (Fig. 41 und 40). Nun drehe man das Diopterlineal um den Punct A, bis die Absehenlinie aN das Object N trift, und ziehe dann an der Seite des Lineals die Linie AC. Man ziehe die Linie AM, so ist MaN der Winkel, welchen die beyden Gesichtslinien bilden, MAC ist der nach den Seiten des Diopterlineals auf dem Meßtische verzeichnete Winkel, und MAN ist der wirkliche Winkel, welchen das Object N, von der Station A aus betrachtet, mit der Grundlinie AM macht. Aus A ziehe man AH senkrecht auf aN; AH ist die halbe Breite des Diopterlineals, AN ist die Entfernung des Objects von der Station, und = HN anzunehmen; daher ist Tang. $N = \frac{AH.\ fin.\ tot.}{HN}$. Der Winkel wird daher eben so berechnet als M in §. 50. Num. 1., und die in der Tabelle angeführten Berechnungen können hier angewandt werden, wenn man statt M den Winkel N setzt. Weil aN parallel mit AC ist (§. 37. Num. 2), so ist der Winkel N = NAC, und der wahre und wirkliche Winkel MAN = MAC — NAC = MAC — N. Hieraus folgt, **daß, wenn der Meßtisch gehörig über einer abgesteckten Linie PAM aufgestellt ist, der nach den Seiten des Diopterlineals aufgetragene Winkel MAC um so viel zu groß wird, als der Winkel N oder die Parallaxe des Diopterlineals ausmacht.**

§. 52.

Aus diesem Satze lassen sich mehrere für die Praxis wichtige Folgen herleiten.

1) Wenn man durch Visiren und Messen ein nahe bey dem Meßtische liegendes Object, z. B. die Ecke eines Ackers, die Krümmung eines Weges oder kleinen Flusses, bestimmen will, so wird zwar der Winkel N beträchtlich groß; z. B. wenn die Entfernung des Objects von der Station nur 50 Ellen betrüge, so würde der Winkel N, oder die Parallaxe = 2′45″ (§. 50. Num. 1.) werden; aber wenn man nun diese Länge nach dem Maßstabe der Specialkarten, 100 Ellen = $\frac{1}{2}$ Decimalzoll, absetzen will, so wird 50 Ellen = $\frac{1}{4}$ Decimalzoll = 0,025 Fuß. Der Fehler im Winkel muß also an der Stelle und in einem solchen Abstande von der Station mit einem Cirkel ausgemessen werden, dessen Durchmesser = 0,50 Fuß, und dessen Peripherie = 0,15707 ist. Nun ist 0,15707 : 1296000″ = 0,0002 : x″ (§. 49); hieraus findet man $x = \frac{1296000'' 0,0002}{0,15707} = \frac{259,2}{0,15707} =$ 1650″ = 27′ 30″. Die Breite der feinsten Linie und des feinsten Puncts beträgt also in einer Entfernung von 50 Ellen von der Station 27′ 30″, und also weit mehr, als der Fehler von 2′45″, welcher daher entsteht, daß die Gesichtslinie nach der Seite des Lineals gezogen wird. Im allgemeinen kann man annehmen, daß, wenn ein dem Meßtische naher Punct durch Visiren und Messen bestimmt werden soll, der bey dem Visiren begangene Fehler ganz unmerklich sey, weil die Breite der feinsten Linie in einer so kleinen Entfernung des Objects viel mehr beträgt.

2) Dasselbe gilt auch, wenn man von den beyden äussersten Puncten einer kleinen Grund-

Grundlinie ein sehr nahes Object, etwa von 50 Ellen, durch den Schneidungspunct zweyer Gesichtslinien bestimmen will.

3) Aus der §. 50. Num. 1. berechneten Tabelle ersieht man, daß die Parallaxe des Diopterlineals aNA, für die Entfernung des Objects von 300 bis 3000 Ellen zwischen 27″ und 8″ liegt, und also unbedeutend ist. Für eine Entfernung von 500 Ellen, welche nach dem Maaßstabe der Specialkarten = 0,25 Fuß ist, beträgt die Peripherie des Cirkels, wodurch der Winkel gemessen wird, 1,5707 Fuß, und also die Breite der feinsten Linie im Cirkelbogen $= \frac{1296000 \cdot 0,0008}{1,5707}$ = 165″ = 2′45″ und folglich viel weniger als die Parallaxe des Diopterlineals = 16″. Man kann aus allem diesen im allgemeinen den Schluß herleiten, **daß die Parallaxe des Diopterlineals auf keinen Fall einen Fehler in den Winkeln hervorbringen könne, welcher auf dem Meßtische merklich würde.**

4) Wenn man die Figuren betrachtet, so fällt es in die Augen, daß die Linien auf dem Meßtische **AB** und **AC** an der rechten Seite des Lineals gezogen sind, wobey der Einfluß der Parallaxe oder der Fehler in dem Winkel **BAC** entweder **M — N**, wenn AN > AM, oder **N — M** wenn AM > AN ist (§. 50. Num. 2). Wenn man die eine Gesichtslinie aM nach dem Objecte M an der rechten Seite des Lineals AB zöge, die andere aber, nämlich aN nach dem Objecte N, an der linken Seite des Lineals AC, so ist, wenn man die Linien AM und AN von dem Sta-

tionspuncte A auf dem Tiſche ziehet, MAN der wirkliche Winkel zwiſchen den Objecten, und BAC der auf dem Tiſche verzeichnete Winkel. Nun iſt MAN = MAB + BAC + CAN = M + BAC + N; alſo in dieſem Fall der Fehler in dem Winkel auf dem Tiſche gleich der Summe der parallactiſchen Winkeln, da derſelbe in den vorigen Fällen gleich dem Unterſchiede der parallactiſchen Winkeln, nämlich = M — N oder N — M war (§. 50. Num. 2). Hieraus erhellet, **daß, wenn man die eine Geſichtslinie auf dem Tiſche an der rechten Seite des Lineals, die andere an der linken Seite deſſelben ziehet, der Fehler in dem Winkel viel größer werde, als wenn man immer dieſelbe Seite des Lineals an den Stationspunct legt, und nach derſelben Seite die Geſichtslinien ziehet; ferner, daß man zur Verminderung des Einfluſſes der parallactiſchen Winkeln beſtändig eine und dieſelbe Seite des Lineals, wozu man am liebſten die rechte Seite wählt, gebrauchen müſſe.**

§. 53.

Oft wird es ſich zutragen, daß man in einer angenommenen Grundlinie BCDI (Fig. 37) nicht länger mit dem Abſtecken und Aufmeſſen derſelben fortfahren kann, weil man auf Hinderniſſe, Moräſte, Seen, Wälder, Städte u. ſ. w. ſtößt, die man nicht immer voraus ſehen, oder vermeiden kann. Oder man hat unter andern Umſtänden mit der Hauptlinie das Gränzzeichen und die äußerſten Gränzen der aufzumeſſenden Feldmark erreicht,

und

und hat nun nicht nöthig, nach dieser Linie die Arbeit weiter fortzusetzen, sondern soll sich auf die eine oder andere Seite schlagen, um das nach derselben hinausliegende Ackerland, Wiesenland, Moräste u. s. w. aufzunehmen. In dem letztern Fall wird die Station an der Gränze die letzte Station auf dem Tische. Man überlegt nun, welche Direction für die neue Grundlinie oder eine Seitenlinie die bequemste seyn möge; legt das Diopterlineal an den Stationspunct a auf dem Meßtische, drehet dasselbe nach dieser Direction; ziehet die neue Linie c d, und **steckt diese Seitenlinie auf folgende Art auf das Feld aus.**

1) Man hält das Auge zu der Spalte in dem Diopter H, und läßt einen Gehülfen mit einem der grössern Absteckungsstäbe K ungefähr 64 Ellen von dem Tische sich entfernen, welcher auf gegebene Zeichen den Stab so lange rechts und links bewegt, bis der Stab seiner ganzen Länge nach von der Platte gedeckt wird, und zugleich in der obersten Spalte des Diopters G steht. Auf dieselbe Art setzt man einen Stab ungefähr 32 Ellen vom Tische in F.

2) Darauf hält man das Auge zum Diopter G, und läßt mit derselben Vorsicht auf der andern Seite des Tisches nach der Absehenfläche und der obersten Spalte in dem Diopter H zuerst den entferntesten Stab in einem Abstande von 64, und dann den nähern in einer Entfernung von 32 Ellen einrichten.

3) Zuletzt sieht man zu, sowohl ob das Diopterlineal genau an der Linie c d liegt, als auch ob, wenn man das Lineal an a b legt, der Tisch sich von der Grundlinie BCDI verdrehet hat. Be-

findet man alles richtig, so bezeichnen die ausgesteckten Stäbe den Lauf der neuen Seitenlinie, und, wenn der Tisch weggenommen wird, müssen die vier Stäbe I, E, F und K die Linie ausmachen, nach welcher die Absteckung und Aufmessung angefangen werden kann.

4) Es ist hier vorausgesetzt worden, daß die Absteckung der Seitenlinie von dem Tische aufs Feld auf ebenem Boden vorgenommen ist, auf welchem man immer, wenn es möglich ist, solche Stationen anzunehmen hat. Erfodert es aber die Noth, daß die Hauptlinie auf einem Hügel oder in einem Thale gebrochen werde, so muß man sich damit begnügen, allein die beyden nächsten Stäbe E und F zu setzen.

§. 54.

Aus §. 46 wird man den Grund der gegebenen Regel einsehen, daß die entferntesten Stäbe R und I, wenn es auch die größern Absteckungsstäbe sind, nicht viel weiter als 64, und, wenn sie zu den kleinern Stäben gehören, nicht viel über 48 Ellen von dem Tische gesetzt werden müssen. Einige sind der Meynung, daß der erste Stab R so weit vom Meßtische, als es möglich ist, ihn zu sehen, (welches, wenn derselbe von der Sonne erhellet wird, ungefähr 200 Ellen betragen mag), entfernt werden müsse. Aber es ist nicht schwer zu beweisen, daß, **wenn der Stab zu weit von dem Meßtische, z. B. 200 Ellen aufgesetzt wird, derselbe 3 Zoll verrückt werden könne, ohne daß es durch das Diopter bemerkbar werde.** Es sey AC (Fig. 38) die Länge des Diopterlineals zwischen den Dioptern = 13 Decimalzoll = 1 3 Fuß. A ist der Punct in der Spalte des

einen

einen Diopters, wo das Auge sich befindet; BC ist die Breite der Absehenfläche in dem andern Diopter = $\frac{1}{100}$ Linie = 0,001 Fuß und AE die Entfernung des Stabes von der Station A. Man ziehe ABD und DE parallel mit BC, so ist AC : CB = AE : ED, wo ED der Raum ist, um welchen der Stab verrückt werden kann, ohne daß das Auge in A dieß bemerkt, $= \frac{CB \cdot AE}{AC}$ In dem angeführten Beyspiel ist ED = $\frac{400 \cdot 0,001}{1,3} = 0,307$, oder etwas über 3 Zoll. Die größern Absteckungsstäbe halten einen Zoll im Durchmesser; also kann ein solcher in a, b und c stehen, und wo er auch immer steht, wird er doch von der Absehenfläche gedeckt werden, und richtig zu stehen scheinen, da doch die wahre Stelle nur in b ist.

§. 55.

Die Richtung der Magnetnadel auf dem Meßtische anzugeben.

1) Damit die Linie der Magnetnadel auf der Karte eben die Lage gegen die durch Ausmessung und Visirung aufgetragenen Objecte erhalte, als sie wirklich in der Natur und auf dem Felde hat, so muß der Meßtisch in einer Grundlinie und über einer Station in derselben (§. 42. 43. 44) aufgestellt werden.

2) Wenn der Tisch vollkommen festgeschroben ist, wird die Boußole auf denselben gesetzt, und die Nadel in ihrem Hütchen aufgehängt. Man wendet und drehet nun die Boußole so lange langsam herum, bis die Nadel sich den Nullpuneten auf den eingetheilten Bogen nähert. Bleibt die Nadel daselbst ruhig stehen, so kann man an der Seite der Boußole den magnetischen Meridian ziehen.

3) Steht die Nadel nicht still, sondern ist sie in Schwingung gerathen, so muß man so lange warten, bis die Friction an der Stahlspitze und im Hütchen die Schwingungen aufhebt. Sollte dann aber die Nadel noch nicht ganz genau bey Null stehen, so muß man das ganze Kästchen nach der gehörigen Seite drehen, und wenn die Nadel dann noch oscillirt, dieselbe sich wieder in Ruhe setzen lassen, und damit so lange fortfahren, bis dieselbe ruhig und genau bey Null steht, worauf dann die Direction der Magnetnadel angedeutet wird.

§. 56.

Bey Auftragung der Richtung der Magnetnadel auf den Meßtisch muß man folgende practische Bemerkungen beobachten.

1) Die ganze Arbeit muß nur bey ruhigem Wetter vorgenommen werden. Denn wie dicht auch immer das Kästchen seyn mag, so dringt doch immer etwas Wind hinein; man kann also dann nie die Nadel in den Stand der Ruhe bringen, und folglich auch nie eine genaue und zuverläßige Richtung der Magnetnadel erhalten.

2) Es ist bekannt, daß Eisen, sowohl das magnetisirte als nichtmagnetisirte, die Magnetnadel anzieht, wenn es derselben nahe genug ist. Die Entfernung, in welcher das Eisen auf die Nadel wirkt, ist nach der Größe und Entfernung der Eisenmasse und der Beweglichkeit der Nadel verschieden. Je größer die Masse, und je näher sie ist, und je beweglicher die Nadel ist, desto mehr wird die Nadel von ihrer wahren Richtung abgezogen.

Man

Man muß daher sorgfältig dahin sehen, daß, wenn man die Richtung der Magnetnadel ziehen will, auf 4 bis 5 Fuß kein Eisen in der Nähe ist.

3) Obgleich die Electricität und der Magnetismus von sehr verschiedenen Naturkräften bewirkt werden, so hat doch selbst die schwächste Electricität Kraft genug, eine leicht bewegliche Nadel an sich zu ziehen, und sie also von ihrer wahren Direction abzubringen. Ferner ist Glas einer der Körper, welche die Electricität am leichtesten und in der größten Menge hervorbringen. Hieraus folgt also, daß man allen den Umständen auszuweichen suchen müsse, welche Electricität in dem die Magnetnadel bedeckenden Glase hervorbringen, und nicht, wenn man die Boußole auf den Tisch stellt, das Glas mit der trocknen Hand oder einem trocknen Tuche abtrocknen dürfe, weil dadurch dasselbe electrisch wird, und die Nadel anzieht. Sollte dasselbe aber wirklich electrisch geworden seyn, so so kann man den Athem an dessen beyde Seiten anwehen, indem diese feuchten Dämpfe die Electricität wieder ableiten; auch kann man das Glas in vielen Puncten mit der Zirkelspitze, als welche ein Leiter ist, berühren.

4) Glas, welches einige Zeit den Sonnenstrahlen ausgesetzt ist, erhält auch zuweilen einen kleinen Grad von Electricität; man darf daher gleichfalls nicht, oder doch nicht lange, die Magnetnadel den Sonnenstrahlen aussetzen, bevor man sie braucht.

5) In der Naturlehre wird unwiderleglich bewiesen, daß der Donner und Blitz nichts anders als ein electrischer Schlag von einer Wolke zur andern,

oder von einer Wolke zur Erde herab oder umgekehrt ist, und das vorzüglich bey einem Gewitter die Luft mit Electricität angefüllt ist. Diese wird also auf die Nadel wirken, und die Richtung derselben ungewiß machen. Die Erfahrung bestätigt dies auch. Bey einem Gewitter ist die Nadel unruhig, wandert $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ auch 1 Grad vor- und rückwärts, und setzt sich nicht in Ruhe, bevor das Gewitter vorüber gezogen ist, woraus also folgt, daß man nicht bey einem Gewitter die Direction der Magnetnadel ziehen müsse.

6) Man weiß zwar eigentlich nicht, woher das Nordlicht seinen Ursprung hat, obgleich unter mehrern hierüber erdachten Hypothesen, z. B. daß es nach **Mairans** Meinung **Zodiakallicht**, oder nach **Hells** Erklärung reflectirtes Sonnen- und Mondlicht in den feinen Eistheilchen der obersten Luftregionen sey, die wahrscheinlichste Meinung die ist, daß das Nordlicht Electricität in der obern sehr dünnen Luft ist. Mag nun das Nordlicht eine electrische oder irgend eine andere uns noch unbekannte Entstehung haben, so lehrt doch die Erfahrung, daß während eines Nordlichts die Magnetnadeln sehr unruhig sind, und keine sichere und bestimmte Richtung annehmen, weswegen man während eines Nordlichts nicht die Direction der Magnetnadel auftragen muß. Es könnte wunderbar scheinen, daß ich diese Regel bey der Landmessung gebe, welche immer am Tage und nie

nie des Nachts vorgenommen wird; aber früh am Vor- und Nachmittage gegen Abend, sieht man zuweilen deutlich am nördlichen Theile des Horizonts, vorzüglich bey nördlichen und östlichen Winden, einige dünne weisse, in divergirenden Strahlen am Himmel heraufsteigende Wolken. Diese sind wirkliches Nordlicht, und man wird, wenn es anfängt dunkler zu werden, oft finden, daß sie mit dem Glanze des Nordlichts spielen, und daß also am Tage oft Nordlicht am Himmel ist.

Fünfter Abschnitt.

Messung unzugänglicher Linien.

§. 57.

Bey der geringsten Uebung auf dem Felde wird man bald erfahren, daß nicht alle Linien und Entfernungen wegen Hindernisse, als Moräste, Seen, Wälder, Städte, u.s.w. wirklich können mit der Kette aufgemessen werden. Solche Linien, welche mit der Kette nicht unmittelbar können gemessen werden, nennt man **unzugängliche Linien** oder **Entfernungen.** Es ist höchst nothwendig, die **geometrischen Handgriffe** und die **Anwendung des Meßtisches** zu erklären, wodurch solche Linien mit eben so viel Genauigkeit bestimmt werden können, als wenn sie mit der Meßkette aufgemessen wären. Diese Probleme sind desto wichtiger, da sie der Grund aller Landmessung sind, und nachher zu beträchtlicher Verkürzung der Aufmessungen, selbst an solchen Stellen und bey solchen Linien, wo die Umstände es erlauben, mit der Kette zu messen, angewandt werden.

§. 58.

Eine unzugängliche Linie AB (Fig. 43) unter der Bedingung aufzumessen, daß man auf dem Felde einen Punct C. finden könne, von welchem aus man nach A und B visiren und messen kann.

1) In

1) In dem Puncte C stelle man den Meßtisch horizontal auf (§. 43). An den Punct C auf dem Tische, welcher durch Hülfe der Gabel lothrecht über den Punct C auf dem Felde gebracht ist (§. 44. Num. 8), lege man das Diopterlineal, und drehe dasselbe, indem es immer an dem Puncte C liegt, so lange, bis das Object A von der Absehenfläche gedeckt wird, und mitten in der Spalte stehet (§. 48). Nun ziehet man mit einer Zirkelspitze die Linie Ca, und sezt in der Richtung dieser Linie Absteckungsstäbe auf dem Felde aus (§. 53).

2) Darauf visirt man nach dem Objecte B, ziehet die Linie Cb auf dem Tische, und steckt sie auf dem Felde ab.

3) Nachdem der Tisch weggenommen ist, vollendet man die Absteckung der Linie AC nach der Richtung der vom Tische aus abgesteckten Stäbe (§. 5—9), und mißt diese Linie mit der Kette (§. 16—19). Sie werden z. B. = 500 Ellen gefunden.

4) Eben so wird die Linie CB abgesteckt und aufgemessen. Sie sey = 600 Ellen.

5) Nach dem Maaßstabe, nach welchem die Aufmessungen und die Karte verzeichnet werden sollen, mache man auf dem Meßtische Ca = 500; Cb = 600 Ellen.

6) Man ziehe die Linie ab, so enthält diese nach dem Maaßstabe der Karte eben so viele Ellen, als AB auf dem Felde deren wirkliche Ellen groß ist. Denn in den Dreyecken ABC und abC ist der Winkel C gemeinschaftlich, und die denselben einschliessenden

den Seiten sind vermöge der Konstruction proportional; also sind die Dreyecke ähnlich, und Ca:ab = CA:AB.

§. 59.

Wenn man keinen solchen Stationspunct, von welchem aus sich nach beyden Objecten A und B visiren und messen läßt, finden kann, so kann man dennoch diese unzugängliche Linie aufmessen, wenn man auf dem Felde eine Grundlinie CD (Fig. 44) absteckt und aufmißt, von deren einem Endpuncte C man nur nach A visiren und messen, und von deren anderm Endpuncte D man nur nach B visiren und messen kann.

1) Nachdem der Anfang der Grundlinie CD abgesteckt ist, stellt man den Meßtisch nach den Stäben auf beyden Seiten desselben über den Punct C (§. 44); visirt nach dem Objecte A (§. 48), und ziehet die Linie C a auf dem Tische.

2) Die Linie C a wird auf dem Felde abgesteckt (§. 53). Der Tisch wird weggenommen, und die Linie AC abgesteckt und aufgemessen (§. 5). Darauf wird C a nach dem Maaßstabe der Karte auf den Tisch abgesetzt, und dadurch die Stelle a des Objects A auf der Karte bestimmt.

3) Nun fährt man mit Absteckung und Aufmessung der Grundlinie CD fort, bis man an den Punct D kommt, von welchem aus man nach dem andern Object B visiren und messen kann.

4) Die Grundlinie CD wird nach dem Maaßstabe von C nach d abgesetzt. Dieser Punct auf dem Tische wird über den Punct auf dem Felde gestellt, wo die Messung aufhörte, und die Grundlinie

cD

cD auf dem Tische über die Grundlinie CD auf dem Felde gebracht (§. 44). Man visirt nun nach dem andern Object B, und ziehet die Linie dB.

5) Diese Linie wird darauf auf dem Felde abgesteckt und aufgemessen. Setzt man darauf das Maaß von DB ab, so hat man gefunden, daß der Punct B auf dem Felde in b auf dem Tische liegt.

6) Ziehet man nun auf dem Tische oder der Karte die Linie ab, so ist diese nach dem Maaßstabe der Karte der Linie AB auf dem Felde proportional. Man ziehe die Diagonale AD, so ist in den Dreyecken ACD und acD der Winkel C = c, und AC : CD = ac : cD vermöge der Konstruction; also sind diese Dreyecke ähnlich, und A = a und D = D oder DaA ist eine gerade Linie, und CD : cD = AD : aD; aber vermöge der Konstruction auch CD : cD = DB : Db; also AD : aD = DB : Db, und folglich ist, weil der Winkel ADB = aDb, das Dreyeck ADB dem Dreyeck aDb ähnlich, und also DB : Db = AB : ab.

§. 60.

Eine unzugängliche Linie unter der Bedingung aufzumessen, daß deren einer Endpunct B unzugänglich sey, man aber in dem andern Endpuncte A derselben eine Station annehmen, und von der aus eine Grundlinie AC messen könne, in deren Endpuncte C sich abermals nach B visiren lasse. (Fig. 45).

1) Man fange die Absteckung der gewählten Grundlinie AC an, und stelle den Meßtisch über die erste

erste Station A (§. 44); visire nach dem Objecte B (§. 48), und ziehe auf dem Meßtische die Linie Ab.

2) Man nehme den Meßtisch weg, stecke die Grundlinie AC ab, und messe selbige bis an C auf (§. 5 und 18), von welchem Puncte aus man nach B visirt. Die Grundlinie setze man nach dem Maaßstabe der Karte von a bis C ab, welcher Punct die zweyte Station auf dem Tische ist.

3) Nachdem der Punct C auf dem Tische über den Punct C auf dem Felde gebracht, und die Grundlinie Ca nach der Linie CA auf dem Felde eingerichtet ist (§. 44), so visirt man nach dem Objecte B, und ziehet die Linie Cb.

4) Der Punct b auf dem Tische, in welchem die in der ersten Station einvisirte Linie ab die Linie der zweyten Station Cb schneidet, ist der Ort des Objects B. In den Dreyecken ACB und aCb ist der Winkel A = a und C = C; folglich die Dreyecke ähnlich, und AC : AB = Ca : ab, oder so viel Ellen AB auf dem Felde enthält, eben so viel beträgt ab nach dem verjüngten Maaßstabe.

Anmerkung. Wenn ein Punct B auf dem Felde nach seiner richtigen Lage gegen eine gegebene Grundlinie AC auf der Karte angegeben werden soll, so sind drey Verfahrungsarten möglich: 1) **durch Messen allein**; man mißt die Grundlinie AC, gleichfalls die Linien AB und CB, und konstruirt darauf nach dem Maaßstabe der Karte aus diesen drey Linien ein Dreyeck aCb, wo man dann den Ort auf dem Felde in b auf der Karte aufgetragen hat; 2) **durch Visiren und Messen** (§. 58. 59); 3) **durch zwey einvisierte Linien** (§. 60). Die ganze Feldmeßkunst ist nichts als eine gehörige Anwendung dieser Sätze.

§. 61.

§. 61.

Auf einer abgesteckten Linie BCDI auf dem Felde eine Perpendiculare EFK zu errichten. (Fig. 37.)

1) **Durch Hülfe des Meßtisches.** Man stelle die gegebene Linie ab auf dem Meßtische über BI auf dem Felde, und a über A (§. 44). Auf der Linie ab errichte man eine senkrechte Linie cd. Nach dieser letzern stecke man die Linie EFK ab (§. 53), welches die verlangte auf BCDI perpendiculare Linie ist.

2) **Mit der Meßkette.**

Erste Methode. Da in einem Dreyeck ECF (Fig. 46) $EF^2 = EC^2 + CF^2$ ist, so ist der Winkel bey C ein rechter Winkel, und FC senkrecht auf CE. Die Zahlen 3, 4 und 5 oder 6, 8 und 10 haben die Eigenschaft, daß $5^2 = 4^2 + 3^2$ oder $10^2 = 6^2 + 8^2$ ist. Man nehme die sechste Elle der Kette, setze bey derselben ein Meßstäbchen in C, und spanne das Ende der Kette durch ein gleiches Stäbchen nach E aus; man nehme ferner von der Kette CF = 8 Ellen und FE = 10 Ellen (welches der Rest derselben bis auf eine Elle ist), und befestige das andere Ende derselben an dem in E stehenden Stäbchen. Spannt man nun die Kette bey F durch ein Stäbchen aus, und steckt selbiges in die Erde, so wird CF senkrecht auf EC seyn.

Zweyte Methode. Von C (Fig. 47) messe man zu den beyden Seiten CE = CG = 5 Ellen, und bezeichne E und G durch Stäbchen. Bey E befestige man das eine, und bey G das andere Ende

der Kette, faſſe dieſelbe in der Mitte $= 12\frac{1}{2}$ Ellen an, ſpanne ſie aus, und ſetze bey F ein Stäbchen, welches die ſenkrechte Linie FG beſtimmt. Denn in den Dreyecken ECF und GCF iſt $EC = CG$, $EF = FG$ und $CF = CF$; $x = y$ und FC ſenkrecht auf EG.

§. 62.

Das **Diopterkreutz** oder **Feldmeſſerkreutz** (Fig. 48) (l'Equerre d'Arpenteur) iſt ein aus zwey ſenkrecht gegen einander befeſtigten Diopterlinealen AB und CD beſtehendes Inſtrument. Die Dioptern müſſen ſo eingerichtet ſeyn, als §. 35 erklärt iſt. Es bedarf keines andern Stativs als eines mit einem Eiſenſchuh beſchlagenen Stabes. **Bion** ſetzte die Dioptern auf einen Cirkel (Traité de la conſtruction des inſtrumens de Mathematique, à la Haye 1723, pag. 133 bis 136). Man könnte ſie auch in die Ecken eines Quadrats ſetzen, weil die Diagonalen deſſelben ſich unter einem rechten Winkeln ſchneiden. Dies iſt vielleicht eines der älteſten, zur Feldmeßkunſt gehörigen Inſtrumente. **Feſtus** führt es unter dem Namen **Gruma** oder **Groma** an; (groma appellatur genus machinulæ, quo regiones agri cuiusque cognoſci poſſunt, quod genus Græci dicunt γνωμονα). Das Stativ kann ein ſtarker, runder, mit einem Eiſenſchuh F beſchlagener Stab EF ſeyn.

Will man das Diopterkreutz verificiren, ſo ſtecke man eine Linie MN ab (Fig. 50), ſetze das Stativ in die Linie und das Kreutz auf daſſelbe, und ſehe zu, ob die Stäbe gedeckt werden, ſowohl, wenn man von A nach N, als von B nach M viſirt. Befindet man das richtig, ſo ſtecke man nach den Dioptern C und D die

Stäbe

Stäbe P und Q aus. Darauf wende man die Dioptern C und D in die Linie MN, und visire mit B und A nach den Stäben P und Q. Werden diese dann gedeckt, so ist der Winkel x = y.

Sollte ein Fehler im Diopterkreuze und AB nicht senkrecht auf CD seyn, so kann man doch mit demselben eine wirklich senkrechte Linie abstecken. P und Q (Fig. 49) mögen die bey der ersten Stellung des Diopterlineals AB ausgesetzten Stäbe seyn. Die zweyte Stellung deutet A′B′ an, und wenn C und D in der Linie MN liegen, so setze man nach A′ und B′ die Stäbe R und S. Man mache GR = GP, messe die Linie RP, theile sie in T in zwey gleiche Theile, und setze daselbst einen Stab, wo dann TG senkrecht auf MN seyn wird. In den Dreyecken RTG und GTP ist TR = TP, RG = GP und TG = TG; also = s = r. Bey der Drehung des Instruments in die zweyte Lage wird n = m; also r + n = s + m; folglich TG senkrecht auf MN.

Das Diopterkreuz kann bey vielen Gelegenheiten zur Absteckung senkrechter Linien mit vielem Nutzen gebraucht werden, indem es viel geschwinder aufgestellt werden kann als der Meßtisch, und diesem doch an Genauigkeit ziemlich nahe kommt. Von den mit der Kette abgesteckten Perpendicularlinien darf man keine große Genauigkeit erwarten, weil die Puncte, welche den Lauf derselben angeben sollen, nur 10 bis 12 Ellen von einander abstehen. Nach einem so kurzen Abstande kann keine Linie mit einiger Genauigkeit abgesteckt und verlängert werden; aber zu kurzen Perpendicularen von 50, höchstens 100 Ellen kann die Kette gerne gebraucht werden, nicht aber zu längern.

§. 63.

Auf dem Felde einen Winkel von 60 Grad mit der Kette abzusetzen. Man nehme eine Elle von der Kette ab, wo dann 24 Ellen übrig bleiben, welche sich in drey gleiche Theile theilen lassen. Bey dem Puncte A (Fig. 51) in der Linie AB, wo der Winkel abgesetzt werden soll, nehme man AB = 8 Ellen, und befestige das Ende der Kette durch ein Stäbchen in B, und setze bey acht Ellen in A ein zweytes Stäbchen. Das Ende der übrigen 16 Ellen macht man ebenfalls an dem Stäbchen in B fest. Die Mitte dieser 16 Ellen oder 8 Ellen faßt man mit einem dritten Stäbchen, spannt durch dasselbe die Kette an, und setzt das Stäbchen in C, wo dann der Winkel BAC = 60° seyn muß, weil alle Seiten des Dreyecks BAC gleich groß, AB = AC = CB = 8 Ellen sind; folglich das Dreyeck gleichseitig, und jeder Winkel A = B = C = 60° ist. Setzt man Absteckungsstäbe in A und C, so läßt sich eine Linie nach derselben abstecken; doch muß diese Methode nur zu kurzen, nicht über 100 Ellen langen, Linien angewandt werden, weil solche sonst allzusehr abweichen könnten. Es sey Fig. 38 AC die Entfernung der Stäbe = 8 Ellen. Der Fehler in der Stellung des zweyten Stocks = BC = 5 Linien; denn wer dürfte es wohl unternehmen, mit einem geringern Fehler zwey Stäbe in die Löcher zweyer Meßstäbchen einzustecken? AE = 100 Ellen und DE der endliche Fehler in der Linie. Nun ist AC : AE = BC : DE und $\frac{AE \cdot BC}{AC} = DE = \frac{100 \cdot 4}{8} = \frac{400}{8} = 50$ Linien = 5 Zoll. Auf 200 Ellen beträgt der Fehler 10, auf 300 Ellen 15 Zoll.

Diese

Dieser Fehler, welcher sich bey Absetzung der Winkeln mit der Kette einschleichen kann, kann sich auch bey Absteckung senkrechter Linien durch Hülfe der Ketten einschleichen, und dieß ist die Ursache, weßwegen man diese Verfahrungsarten nur zu kurzen, ungefähr 100 Ellen betragenden Linien gebrauchen muß.

§. 64.

Wenn eine abgesteckte Grund- oder Hauptlinie AB (Fig. 52 und 53) auf einen See oder Sumpf stößt, über welchen zwar die Absteckung, aber nicht die Aufmessung mit der Kette vorgenommen werden kann, dann dennoch die Länge dieser unzugänglichen Linie zu finden.

Für kurze Entfernungen von ungefähr 100 Ellen.

Erste Art. Durch Hülfe der Kette kann man an dem Puncte C einen Winkel von 60° ansetzen (§. 63). Man steckt dann die Linie CD ab, mißt sie und macht sie so lang, bis man findet, daß man unter einem Winkel von 60° den Sumpf oder See vorbeykommen kann. Dieser Winkel wird dann bey D abgesteckt; so wie auch die Linie DF, bis man wieder in die Linie AB kommt, wo dann CF = CD ist, und man die Messung wieder von dem Puncte F anfangen kann.

Zweyte Art. Durch Hülfe der Kette errichtet man in C eine Perpendiculare CD (§. 61), und verlängert diese so weit, bis man in D den Sumpf vorbeykommen kann. Hier errichtet man eine senkrechte Linie DE, und verlängert diese so weit, bis man in E den Sumpf passirt ist, wo man aufs neue eine Verticallinie errichtet und so weit verlängert, bis man wieder in die

linie A B kommt. Weil C D E F ein rechtwinklichtes Parallelogramma iſt, ſo hat man D E = C F, und die Meſſung wird von dem Puncte F an wieder fortgeſezt.

Welche Methode für die leichteſte und kürzeſte zu halten ſey, läßt ſich nur aus den Umſtänden entſcheiden. Läuft der Sumpf oder See in eine lange und ſpitze Figur aus, wie in Fig. 52, ſo iſt die Dreyeckmethode die kürzeſte; iſt der Sumpf aber lang und ſchmal, die Rechteckmethode vorzuziehn.

Es iſt ſchon angemerkt worden, daß dieſe Verfahrungsarten nicht bey großen Entfernungen gebraucht werden müſſen. Wenn man bey C einen Winkel von 60° abſezt, ſo kann man auf einer Länge von 100 Ellen leicht zu einem fehlerhaften Punct d kommen, welcher für eine ſolche Entfernung 5 Zoll von dem wahren D abſteht (§. 63). Seßt man nun hier abermals einen Winkel von 60° ab, ſo wird man noch einmal zu einem zweyten fehlerhaften Punct f gelangen, deſſen Abſtand von dem wahren Punct F ungefähr 10 bis 12 Zoll betragen wird. Dieſen Fehler darf man noch für unbedeutend anſehn; wäre aber das Dreyeck gröſſer angenommen, ſo würde der Fehler gröſſer ausgefallen und nicht auſſer Acht zu laſſen ſeyn.

Für gröſſere Entfernungen über 100 Ellen.

In dieſem Fall geht man entweder mit einem gleichſeitigen Dreyeck oder Rechteck aus; aber mit dem Unterſchiede, daß die Winkel auf dem Meßtiſche conſtruirt, und von dieſem aufs Feld abgetragen werden (§. 53), und daß man in C und D, Fig. 52, ſo wie in C, D und E, Fig. 53, ordentliche Stationen annimmt (§. 58). Zuleßt bemerke man noch, daß es in der Stube, wo man auf Papier arbeitet, leicht geſagt iſt, daß C D einen Winkel

von

von 60° mit CF machen müsse; daß aber, wenn man in CD etwa bey D nicht nach F visiren könne, das gleichseitige Dreyeck nicht zu gebrauchen sey. Man muß unter solchen Umständen zur Bestimmung der Grösse der unzugänglichen Linie CF, jedes andere Dreyeck gebrauchen. Kommt man nämlich in C an den Sumpf, so wird der Meßtisch aufgestellt, und eine Linie in einer solchen Direction abgesteckt, daß man irgendwo in dieser Linie, z. B. in D, nach dem Signale oder Stabe F in der Linie AB zu visiren im Stande ist; man mißt dann nach D, setzt die Linie CD auf den Tisch ab, und visirt nach F, wo man dann den Ort des Punctes F auf dem Meßtische hat, die Länge von CF finden, und die Kettenmessung bey F aufs neue anfangen kann.

§. 65.

Wenn das der Grundlinie im Wege liegende Hinderniß eine Stadt oder ein sehr dichter Wald oder überhaupt von der Beschaffenheit ist, daß die Absteckung nicht durch dasselbe fortgesetzt werden kann, und man doch wünscht die Linie AB auf der andern Seite des Hindernisses von F nach B fortsetzen zu können, so kann das entweder durch ein Dreyeck oder ein Rechteck geschehen. Wenn man durch Dreyecke den Punct F auf dem Tische bestimmt hat (§. 60. 64), wo die Linie DF die verlängerte AC schneidet, so steckt man auf dem Felde die Linie DF ab, und gibt derselben so viele Ellen als sie auf dem Tische nach dem Maaßstabe der Karte hat. In diesem Puncte F wird der Meßtisch nach der Linie DF aufgestellt (§. 38); das Diopterlineal an die Linie ACF gelegt, und FB als die Verlängerung der Linie AC auf dem Felde abgesteckt (§. 53).

Bey der Rechteckmethode stellt man den Tisch in C auf, steckt eine Perpendiculare CD (Fig. 53) auf dem Felde aus, und macht sie so lang, bis man unter einem rechten Winkel das Hinderniß vorbey kommen kann. Man steckt dann eine auf CD senkrechte Linie DE ab, und macht sie so lang, daß man das Hinderniß in E vorbeykommen kann; in E wählt man eine Station, und steckt die Verticale EF = CD ab. Nach der abgesteckten Linie EF wird nur der Tisch in F aufgestellt, das Diopterlineal an die Puncte A, C und F auf dem Tische gelegt, und die Linie FB auf dem Felde abgesteckt.

Erlauben Umstände es nicht, in Einem Dreyecke oder Rechtecke das Hinderniß zu umgehen, so kann man ein **Trapezium** oder **Polygon** gebrauchen. Man folgt dann dem Hindernisse in gebrochenen Linien CD, DE, EF und GF (Fig. 54) auf die Art, wie die Umstände es erlauben. Die verlängerte Linie AC schneidet die letzte Polygonseite GF in F, und von dieser Station aus kann man die Linie FB ausstecken.

§. 66.

Eine krumme Linie MNOP (Fig. 55) aufzumessen; z. B. einen Bach, einen kleinen Fluß, Weg, krumme Umzäunung, Aussenecken eines Gehölzes, eine Strandküste u. s. w.

1) Man steckt eine gerade Linie AB ab, in welcher man einem beträchtlichen Theil der krummen Linie von M bis N folgen kann.

2) In A steckt man die Perpendiculare A m ab und mißt sie. Man mißt darauf 50 Ellen bis a ab, steckt die Perpendiculare a b ab und mißt selbige; mißt ferner 50 Ellen bis c ab, steckt die Perpendiculare

diculare cd ab, und mißt dieſelbe; man gehe wieder 50 Ellen vorwärts bis in e, und ſteckt die Perpendiculare eg ab und mißt ſie u. ſ. w.

In den gewöhnlichen Fällen iſt es genug, daß jede 50 Ellen Perpendicularen gezogen werden; ſollten die Biegungen aber ſehr ſtark ſeyn, ſo müſſen die Perpendicularen näher genommen werden, z. B. auf 20, 30 oder 40 Ellen. Sind ſie kleiner als 100 Ellen, ſo können ſie mit der Kette (§. 61. Num. 2), ſind ſie aber gröſſer, ſo müſſen ſie durch Hülfe des Diopterkreuzes (§. 62) ausgeſteckt werden.

3) Man entwirft eine leichte Zeichnung über die aufgemeſſene Linie AB und deren Perpendicularen, und zwar mit dem beygeſchriebenen Ellenmaaße, und zeichnet nach dem Augenmaaße die kleinen Biegungen, welche zwiſchen den Puncten m, b, d, e, g u. ſ. w. noch befindlich ſeyn mögen. Hat man alles dieſes auf der Linie BA nach dem Maaßſtabe der Karte abgezeichnet, ſo iſt die krumme Linie m d g h aufgenommen.

4) Wenn man in B kommt, ſo wird man auf die krumme Linie treffen; man nimmt daher in B eine Station, und ſtellt daſelbſt den Meßtiſch auf (§. 48). Man beſtimmt die Stäbe in den Biegungen bey h, i und k durch Viſiren und Meſſen (§. 58), und ſteckt nach der Seite hinaus, wo die neue Linie am weiteſten der krummen Linie folgen kann, die Linie BC ab (§. 53).

5) Wenn man in C kommt, ſo wird die Linie BC ſich zu weit von der krummen Linie entfernen; man ſtellt alſo den Tiſch auf, und ſteckt die Linie CD ab.

6) Diese neue Linie wird abgesteckt und zugleich mit ihren Perpendicularen aufgemessen, und wenn man nach dem rohen Entwurf alle Perpendicularen nach ihrer Grösse absetzt und die Biegungen auszieht, so hat man den Entwurf der krummen Linie MNOP auf der Karte. Hieraus erhellt, daß es die Hauptregel bey dieser Arbeit ist, der krummen Linie so nahe wie möglich mit gebrochenen geraden Linien AB, BC und CD zu folgen, und theils durch Perpendicularen, theils durch Visiren und Messen die Puncte der krummen Linie und deren Abweichung von den geraden Linien AB, BC und CD zu bestimmen.

Anmerkung. Man könnte zwar auch die Puncte m, b, d, g, h durch Visiren von den Stationen A und B bestimmen; allein eines Theils setzt dies voraus, daß alle diese Puncte in beyden Stationen sichtbar sind; theils ist es schwer, wenn man nach vielen Puncten visirt, diese in der andern Station wieder zu erkennen.

§. 67.

Eine unzugängliche Linie unter der Bedingung aufzumessen, daß beyde Objecte A und B (Fig. 56), von zwey Orten auf dem Felde aus, nämlich C und D, zwischen welchen man eine Grundlinie abstecken und aufmessen kann, gesehen werden können.

1) In der Station C stelle man die Grundlinie auf dem Meßtische über die Grundlinie auf dem Felde CD (§. 44), visire nach den Objecten A und B, und ziehe Ca und Cb (§. 48).

2) Man

2) Man stecke die Grundlinie CD ab, und messe sie (§. 5 — 20), und setze sie auf dem Tische von C nach D ab.

3) Man bringe den Punct D auf dem Tische über den Punct D auf dem Felde, dc über DC, visire nach A und B, und ziehe Da und Db.

4) Die Puncte a und b, wo die Gesichtslinien der ersten Station die Gesichtslinien der zweyten Station schneiden, stimmen mit den Objecten A und B überein, und AB auf dem Felde ist ab auf dem Meßtische proportionirt. Denn △ ACD ∽ △ acD und △ ABD ∽ △ abD.

§. 68.

Bey den vorhergehenden Problemen wurde vorausgesetzt, daß man auf dem Felde zwey Stationen finden könnte, von welchen aus die Objecte gesehen werden können; da dieses aber wegen dazwischen liegender Höhen oder anderer Hindernisse oft unmöglich ist, so gibt das Anlaß zu folgenden Aufgaben.

Eine unzugängliche Linie AB unter der Bedingung aufzumessen, daß beyde Objecte A und B nur in einer einzigen Station sichtbar sind, aber von zwey andern Standpuncten C und E aus, nämlich A von C und B von E aus, gesehen werden können.

1) In C, wo man A sehen kann, stellt man den Meßtisch auf, und steckt CD auf dem Felde nach dem Orte D aus, wo beyde Objecte gesehen werden können, und visirt nach A.

2) Man mißt die Grundlinie CD auf, und wenn diese nach ihrem Ellenmaaße von D nach c auf dem

dem Tische abgetragen ist, so stellt man den Tisch nach der Grundlinie CD, visirt nach den Objecten A und B, und hat dann auf der Karte den Punct a als die Stelle des Objects A.

3) Man steckt darauf auf dem Felde die Linie DE bis zu dem Orte E ab, wo man B sehen kann. Ist es möglich nach E in einer einzigen geraden Linie zu kommen, so hat man nicht nöthig, die Linie in D zu brechen.

4) Man steckt die neue Linie DE ab, mißt sie, und setzt sie auf dem Tische von d nach E ab. Man stellt darauf den Meßtisch über E und nach der Grundlinie ED, und visirt nach B, wodurch man b als den Ort des Objects B erhält. ab ist nun AB auf dem Felde proportionirt, weil △ ACD ∽ △ acd; △ EDB ∽ △ Edb und △ ADB ∽ △ adb.

§. 69.

So sind denn nun die wichtigsten und brauchbarsten Probleme zur Aufmessung unzugänglicher gerader Linien oder Entfernungen erklärt worden. Wir haben sie alle mit dem Meßtische in einem oder mehrern Standpuncten, entweder durch Visiren und Messen, oder allein durch Visiren von angenommenen Grundlinien, aufgelößt. Folgendes sind die wichtigsten Regeln einer genauen Feldmeßkunst:

1) **Alle Grundlinien müssen abgesteckt und aufgemessen werden.**

2) **Der Meßtisch darf nicht nach einem einzigen Stabe oder Signal oder in einer Station, welche bloß durch Visirlinien bestimmt ist, und von welcher aus andere Objecte**

Objecte bestimmt werden sollen, aufgestellt werden.

3) Der Meßtisch muß nur in abgesteckten Grund- und Hauptlinien nach Stäben auf beyden Seiten desselben aufgerichtet werden.

4) Man muß mit möglich größter Sorgfalt nach den Objecten visiren.

5) Die im vorhergehenden erklärten Regeln und gemachten Bemerkungen müssen genau befolgt werden; und dann erst darf man mit Grund erwarten, daß die Aufmessungen die gehörige Vollkommenheit und größte mögliche Genauigkeit erreichen werden.

Verschiedene Verfasser haben vielen Fleiß und Mühe angewandt, um zu zeigen, wie man bloß mit Stäben und der Meßkette, oder durch Absteckung und Aufmessung mit der Kette, ohne einen Winkelmesser horizontale Entfernungen aufmessen könne. Als ein Beyspiel dieser Methode will ich folgende Aufgabe anführen. Eine unzugängliche Entfernung AB (Fig. 58) unter der Bedingung aufzumessen, daß man nach dem einen Punct B messen kann.

1) Man wählt sich einen Punct C, und in einiger Entfernung einen andern Punct D, so daß A, C und D in einer geraden Linie liegen. Von D aus visirt und mißt man nach B.

2) Man mißt die Linie DB, theilt sie in E in zwey gleiche Theile, und setzt daselbst einen Stab.

3) Man mißt die Linie CE, und verlängert sie auf der andern Seite bis CE = EF ist, und setzt in F gleichfalls einen Stab.

4) Endlich

4) Endlich verlängert man AE und BF, bis sie sich in G schneiden, und dann soll DG = AB seyn.

Beweis. Da vermöge der Konstruction EB = ED, EF = EC und x = y, so ist △ BCF = △ CED und n = m; aber n + s = x + m; also s = r. In den Dreyecken EFG und ECA ist EF = EC, r = s und g = h; also EG = EA. Endlich in den Dreyecken DEG und ABE ist EG = EA, ED = EB, vermöge der Konstruction, und k = i; daher DG = AB.

Die Auflösung mehrerer Aufgaben, unzugängliche Entfernungen allein mit Stäben und der Kette zu messen, findet man bey Schwenter (Praxis Geometriæ, Norimb. 1623. Tract. 2. pag 32-72); bey F. A. Schooten (Exercitationes geometricæ, Lond. 1657. pag. 160-190); bey Böhm (Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, Frankf. 1759. pag. 29-37) und bey C. H. Wilkens (vollständiger Unterricht von Landesvermessungen, Frankf. 1765. pag. 338-546).

Wenn man diese Auflösungen näher betrachtet, so wird man finden, daß sie, obgleich sie von der Seite der Theorie sich sehr empfehlen, doch in Praxis viele Unbequemlichkeiten mit sich führen, und sehr oft gar nicht ausführbar sind. Man nimmt an, 1) daß Linien auf dem Felde eben so ungehindert als auf dem Papier abgesteckt und aufgemessen werden können; 2) daß man Puncte finden könne, von welchen aus man das sehen könne, was man zu sehen wünscht; 3) diese Verfahrungsarten sind immer sehr weitläuftig, erfodern viel Zeit und kosten viele Mühe, weil man zur Bestimmung einer einzigen Linie so viele Linien abstecken und aufmessen muß. Z. B. um die Linie AB = 1000 Ellen zu bestimmen, muß man CE, CF,

CF, BE, ED und DG, welche wenigſten 4 bis 5000 Ellen betragen, aufmeſſen; außer dieſen Linien muß man noch die Linien GD, EG und FG, welche auch wohl wenigſtens 3000 Ellen ausmachen, abſtecken, d. h. um eine unzugängliche Linie von 1000 Ellen zu beſtimmen, müßte man ungefähr 8000 Ellen abſtecken, und von dieſen noch überdies ungefähr 5000 Ellen aufmeſſen. Es iſt zwar nicht zu läugnen, daß dieſe Aufmeſſungen genau werden, aber wer begreift nicht, wie weitläuftig und beſchwerlich ſie ſind. Wenn man die bey den oben angeführten Auflöſungen erklärte Methode näher erwägt, ſo wird man finden, daß man zur Beſtimmung einer Entfernung von 1000 Ellen, von einer Station aus, nur ungefähr 2000 Ellen zu meſſen brauche (§. 58), und zur Beſtimmung einer gleich großen Entfernung von zwey Stationen aus, nur ungefähr 1000 Ellen zu meſſen nöthig hat (§. 60). Hieraus erhellt, daß die Aufmeſſungen durch Hülfe des Meßtiſches viel kürzer und bequemer, als die Aufmeſſungen mit Stäben und der Kette allein, ohne Anwendung eines Winkelmeſſers, ſind.

Wenn man Parallellen oder Perpendicularen zu ziehen, eine Allee durch einen Wald abzuſtecken, und mehrere ſolcher Aufgaben aufzulöſen wünſcht, ſo wird die Auflöſung dieſer Aufgaben demjenigen nicht ſchwer fallen, welcher das vorhergehende der Landmeßkunſt wohl verſtanden hat, und zugleich in der Elementargeometrie wohl zu Hauſe iſt. Uebrigens kann man die Auflöſungen ſolcher Aufgaben bey allen vorhin genannten Verfaſſern der practiſchen Geometrie, und bey Fr. Rauſch, (practiſche Mathematik, 1ſter Band. Feldmeßkunſt. Presburg 1783. pag. 57—75), finden. Wie Verticallinien, oder Höhen durch Hülfe des Meßtiſches gemeſſen werden, fin-

det man auch bey diesen practischen Schriftstellern erklärt; da es aber gänzlich unmöglich ist, das Diopterlineal an dem Stationspuncte auf dem Tische in der Verticalstellung zu halten, und genau zu visiren; so übergehen wir diese durch den Meßtisch unauflöslichen Aufgaben. Will man Höhenmessungen vornehmen, so kann dies nicht einmal mit dem gewöhnlichen Astrolabium geschehn, sondern dazu muß ein geographischer Cirkel oder astronomischer Quadrant gebraucht werden.

§. 70.

Ein Winkel in dem Plan oder in der Ebene durch die Objecte ist der Winkel, welchen man sich an der Station in der Fläche denkt, welche durch die Station und beyde Objecte geht, diese mögen nun über oder unter der Horizontalfläche durch die Station liegen. In der Stereometrie wird bewiesen, daß drey nicht in einer geraden Linie liegende Puncte die Lage einer Fläche bestimmen.

Wenn man sich durch die Station eine Horizontalfläche von unbestimmter Größe, und durch die Station und das andere Object eine Verticalfläche denkt, so wird die Verticalfläche die Horizontalfläche in einer geraden Linie schneiden, welche, da sie in der Horizontalfläche liegt, eine Horizontallinie ist. Ferner denke man sich eine Verticalfläche durch das andere Object, welche gleichfalls in einer Horizontallinie die Horizontalfläche durch die Station schneidet. Der Winkel, den diese beyden Horizontallinien mit einander machen, ist der auf den Horizont reducirte Winkel und einen Winkel in der Fläche der Objecte auf die Horizontalebene der Station reduciren, heißt auf die oben angegebene Weise denselben auf die Horizontalebene durch die Station herabbringen. Da der Meßtisch in einer jeden Station

horizon-

horizontal gestellt werden muß (§. 1. 44), und die Fläche durch die Absehenfläche und Spalten senkrecht auf dem Tische steht (§. 37. Num. 2. 3.), so ist jede einvisirte Linie auf dem Tische die Durchschnittslinie der Verticalfläche, welche durch das Object und die Station geht, mit der Horizontalfläche durch die Station; also sind alle auf dem Meßtische **gezogene Gesichtslinien auf den Horizont reducirt**, und man hat daher nicht weiter nöthig, sich um die Reduction der observirten Winkeln auf den Horizont zu bekümmern. Diese Reduction der Winkeln auf den Horizont kommt nur bey trigonometrischen Aufmessungen vor, durch welche die Grund- oder Skeletkarte zu geographischen Karten durch Hülfe grösserer Winkelmesser welche in die Ebene durch die Objecte gebracht werden, verfertigt wird. In der **Beskrivelse af den Opmaalings-Maade, som er brugt ved de danske geographiske Karter** — pag. 39, habe ich die kürzeste und bequemste Methode zur Reduction der Winkeln auf den Horizont durch Hülfe der sphärischen Trigonometrie erklärt. Andere aber weitläuftigere Reductionsmethoden kann man bey **Caßini** (de la grandeur et de la figure de la terre, Paris 1720. pag. 125—130); bey **Maire** und **Boscovich** (Voyage astronomique et geographique, Paris 1770. pag. 141) und bey **Manduit** (Leçons de geometrie theorique et practique, Paris 1773. pag. 322—327) nachlesen.

§. 71.

Der Meßtisch wird in jeder Station nach der Libelle gestellt (§. 43. 44), deren Glasröhre absichtlich etwas gebogen ist, damit sie nicht zu empfindlich sey, sondern nur eine Neigung von 3 bis 4 Minuten angäbe (§. 32). Wir wollen annehmen, daß der Tisch nicht in die wahre Horizontalfläche ACD (Fig. 59) durch die Station A,

sondern in eine gegen den Horizont geneigte Ebene ABC gebracht sey, und nun untersuchen, wie groß der Unterschied zwischen dem auf dem schief stehenden Tische entworfenen Winkel BAC und dem Winkel DAC, so wie er auf der Horizontalebene sich darstellt, werde.

Wir wollen einen leicht möglichen Fall annehmen, nämlich daß die eine Linie AC horizontal sey, die andere aber AB sich über dem Horizonte befinde; der observirte Winkel in der zweyten Ebene sey $\leq 60°$, und BD eine senkrechte Linie. Wenn man von D auf AC eine Perpendiculare DF, und von B gleichfalls eine senkrechte Linie BF zieht, so werden diese in diesem Fall in F zusammentreffen, und der Winkel BFD wird der Neigungswinkel der zweyten Fläche mit der Horizontalebene seyn. In dem rechtwinklichten Dreyeck AFB ist fin. tot. : fin. BAC = AB : BF, und, weil fin. tot. = 1, so ist 1 : fin. BAC = AB : BF und AB. fin. BAC = BF. In demselben Dreyeck ist 1 : Cos. BAC = AB : AF, und AF = Cos. BAC. AB. In dem bey D rechtwinklichten Dreyecke BDF ist 1 : Cos. BFD = BF : DF, und DF = Cos. BFD. BF; aber BF = AB. fin. BAC; folglich DF = AB. fin. BAC. Cos. BFD. In dem bey F rechtwinklichten Dreyecke AFD ist AF : DF = 1 : Tang. DAC, und wenn man die vorhin gefundenen Werthe von AF und DF substituirt, so hat man AB. Cos. BAC : AB. fin. BAC. Cos. BFD = 1 : Tang. DAC, und wenn man die beyden ersten Glieder mit AB dividirt, so bleibt Cos. BAC : fin. BAC. Cos. BFD = 1 : Tang. DAC, und also Tang. DAC = $\frac{\text{fin. BAC} \cdot \text{Cos. BFD}}{\text{Cos. BAC}}$; aber $\frac{\text{fin. BAC}}{\text{Cos. BAC}}$ = Tang. BAC; also Tang. DAC = Tang. BAC. Cos. BFD. Man finde also die Tangente des auf den Horizont

redu-

reducirten Winkels DAC, wenn man die Tangente des observirten Winkels BAC mit dem Cosinus des Neigungswinkels des Tisches BFD multiplicirt.

Z. B. BAC = 60°; BFD = 4°, so ist

Log. Tang. 60° = 0,2385606
Log. Cos. 4° = 9,9989408

Log. Tang. DAC = 10,2375014
DAC = 59° 56′ 22″

Auf diese Art ist folgende Tabelle berechnet.

Neigung des Tisches.	Observirter Winkel.	Reducirter Winkel.	Unterschied.
1°	60°	59° 59′ 46″	0′ 14″
2°	60°	59° 59′ 6″	0′ 54″
3°	60°	59° 57′ 58″	2′ 2″
4°	60°	59° 56′ 22″	3′ 38″

Man ersieht hieraus, daß, wenn auch der Tisch die sehr beträchtliche Inclination oder Neigung von 1° hätte, der Winkel in der Ebene der Objecte dadurch doch nur 14″ größer als der auf den Horizont reducirte Winkel werde, oder als der Winkel, der sich ergeben hätte, wenn der Tisch horizontal wäre gestellt worden. Eine gut eingerichtete und wohl justirte Libelle gibt eine Neigung von 3 bis 4 Minuten an (§. 32), und also können die kleinen bey der horizontalen Stellung des Meßtisches zurückgebliebenen Fehler, wenn auch derselbe $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ Grad sich neigte, keinen merklichen Fehler in den observirten Winkeln hervorbringen.

§. 72.

Puncte und Objecte auf dem Felde werden auf die Karte abgetragen, wenn man eine Grundlinie mißt, und von zwey Stationen in derselben nach diesen Objecten visirt, oder auf dem Meßtische Dreyecke entwirft, welche den Dreyecken auf dem Felde ähnlich sind. Der Durchschnittspunct zweyer Gesichtslinien von zweyen Objecten ist der Ort des Objects auf der Karte (§. 60. 66. 67). Je schärfer dieser Durchschnittspunct ist, desto gewisser ist der Ort des Objects auf der Karte. Wenn zwey Linien einander unter einem sehr stumpfen oder sehr spitzen Winkel schneiden, so wird der Durchschnittspunct dieser Linien zweifelhaft und ungewiß, und da alle Winkel in einem Dreyeck = 180° seyn müssen, so folgt, daß, wenn bey dem Durchschnittspunct der Gesichtslinien oder bey dem Object ein sehr spitzer Winkel entsteht, einer der Winkeln an der Grundlinie sehr stumpf seyn, und wenn der Winkel am Object ein sehr stumpfer Winkel ist, die Winkel an der Grundlinie sehr spitz seyn müssen. Hieraus läßt sich herleiten, **daß man bey der Wahl der Stationen so viel wie möglich, sowohl sehr spitze, z. B. von 15° und darunter, als auch sehr stumpfe Winkel, z. B. von 120° und darüber, vermeiden müsse; und daß die Dreyecke, deren Winkel zwischen 40° und 90° liegen, für gute und brauchbare Dreyecke angesehen werden können, welche scharfe Durchschnittspuncte der Gesichtslinien geben.**

§. 73.

Wenn die Größe der Winkeln eines Dreyecks in Graden nebst der Größe der Grundlinie AC (Fig. 45) bekannt ist, so läßt sich durch die Trigometrie die Entfernung

fernung AB des Objects B von einer der Stationen durch die Proportion: sin. B: AC = sin. C: AB finden. Es werde die Entfernung AB durch Winkel bey C von verschiedener Größe, z. B. von 30°, 60°, 90° bestimmt, bey welchen ein gleich großer Fehler, z. B. von einer Minute begangen werden kann. Ist nun der Winkel C eine Minute zu klein, so wird AB auch zu klein, und ist C eine Minute zu groß, so wird AB zu groß; wovon man sich durch folgenden Lehrsatz überzeugen kann.

Wenn man die Seite eines Dreyecks aus Winkeln von verschiedener Größe berechnet, bey welchen aber immer ein gleich großer Fehler begangen wird, so sind die dadurch hervorgebrachten Fehler in der Seite den Cotangenten der Winkeln proportionirt.

Wir wollen annehmen, daß der der Seite, deren Größe gefunden werden soll, gegenüberliegende Winkel einmal kleiner, z. B. 30° = ACD Fig. 60, und in einem andern Dreyecke, doch von gleich großer Grundlinie, grösser z. B. 60° = ACG angenommen werde, und daß bey jedem dieser Winkel ein gleich großer Fehler und auf gleicher Seite, z. B. Dd = Gg = 1′ begangen sey. DE sey der Sinus des wahren Winkels ACD oder Bogens AD und de der Sinus des fehlerhaften Winkels oder Bogens Ad; dasselbe gilt von GH und gh. Man ziehe dK und gM parallel mit AC und LB senkrecht auf BC; ziehe ferner CGN und CDL. Nun verhalten sich die Seiten in einem jeden Dreyecke wie die Sinus der gegenüberstehenden Winkeln; also ist der Unterschied zwischen der richtigen und fehlerhaften Seite, oder der Fehler in der Seite des Dreyecks dem Unterschied zwischen dem Sinus des wahren und fehlerhaften Winkels proportionirt. Nun ist △ DKF ∽ DEC, also DE:

DF = DC : DK; aber die wahre Seite des Dreyecks ist dem Sinus des wahren Winkels = DE proportionirt; also ist auch die wahre Seite zu dem Fehler in der Seite = DC : DK oder = AC : DK. Gleichfalls ist △ GIM ∽ △ GHC und also GH : GI = GC : GM, oder = AC : GM, oder AC ist der wahren, durch den Winkel ACG an der Grundlinie bestimmten, Seite des Dreyecks, und GM dem in der Seite begangenen Fehler, wenn man in dem Winkel den Fehler Gg begeht, proportionirt. Die sehr kleinen Bogen gG und dD können ohne Fehler für gerade Linien angesehen werden, und △ KdD ∽ △ CBL und △ GgM ∽ △ CBN, weil K = L und D = B = 90°; ferner N = M und G = B = 90°; also Dd : CB = DK : BL, und gG oder dD : CB = GM : BN, also DK : BL = GM : BN, und verwechselt DK : GM = BL : BN; aber BL = Cotang. ACD und BN = Cotang. ACG. Daher verhält sich der Fehler in der Seite des Dreyecks, welcher aus dem Fehler in dem Winkel ACD entsteht, zu dem Fehler, welcher in der Seite durch einen gleich großen Fehler in dem Winkel ACG hervorkommt, wie Cotang. ACD : Cotang. ACG.

§. 74.

Hieraus lassen sich folgende Sätze herleiten:

1) Wenn man von einer Grundlinie AC die Entfernung AB bestimmen will, und man dazu zuerst ein Dreyeck wählt, worin der Winkel C = 30°, und nachher ein Dreyeck, worinn der Winkel C = 60° ist, so verhalten sich die Fehler, welcher in der Seite AB dadurch entstehen können, daß man einen gleich großen Fehler in dem Winkel = 1 Minut begeht, wie Cotang. 30° : Cotang.

Cotang. 60° = 1,732050 : 0,577350 = 3 : 1; **also wird der Fehler bey einem Winkel von 30° dreymal gröſser als bey einem Winkel von 60°.**

2) Wenn man unter gleichen Umständen die Entfernung AB durch ein bey C rechtwinklichtes Dreyeck bestimmt, so ist der aus dem Fehler im Winkel C entspringende Fehler der Cotangente von 90° proportionirt; die Cotangente von 90° ist aber = 0; folglich **wenn der Winkel C ein rechter Winkel ist, verursacht der Fehler in dem Winkel C keinen Fehler in der Seite AB, d. h. die fehlerhafte Seite AB und die wahre Seite AB sind beyde gleich groſs;** nichts destoweniger aber wird das Object A doch unrichtig auf der Karte angelegt, und die Folgen des Fehlers zeigen sich in der Seite BC.

3) Wenn der eine Winkel an der Grundlinie ein rechter oder stumpfer Winkel ist, so wird der andere Winkel an der Grundlinie um so viel spitzer, und dessen Cotangente um so viel gröſser, und also die Folgen des bey der Bestimmung des andern oder spitzen Winkels an der Grundlinie begangenen Fehlers in der gegenüberliegenden Seite um so viel gröſser, und daher der Ort des Objects auf der Karte um so viel unrichtiger. Sind beyde Winkel an der Grundlinie sehr spitz, so werden die Cotangenten derselben und mithin auch die Folgen der Fehler desto gröſser; woraus folgt, **daſs man sehr spitze und sehr stumpfe Winkel an der Grundlinie zu vermeiden suchen müsse, und daſs selbst der rechte Winkel nicht einmal der beste sey.** Nimmt man beyde Winkel an

der Grundlinie = 60°, so werden die Fehler in beyden Seiten gleich groß, und der fehlerhafte Ort des Objects kommt dann dem wahren so nahe als möglich, wenn gleich große Fehler in den Winkeln begangen sind. Hieraus erhellet denn, **daß die gleichseitigen Dreyecke die besten sind, und daß überhaupt Dreyecke desto besser sind, je mehr sie sich den gleichseitigen Dreyecken nähern, und daß dann der Fehler in der Anlegung des Objects desto kleiner werde.**

§. 75.

Vorhin ist bewiesen worden, daß die feinste Linie, welche man auf dem Meßtische mit der Spitze eines Zirkels ziehen kann, in der Breite eine Minute beträgt (§. 49). Gleichfalls ist gezeigt worden, daß der kleinste Winkel des deutlichen Sehens = 1′ ist (§. 13). Wenn also das Diopterlineal an die Grundlinie gelegt, und der Meßtisch darnach aufgestellt werden soll, so kann in dieser Aufstellung aus beyden genannten Ursachen ein Fehler von 2′ entstehn. Wenn man nun das Diopterlineal drehet, um nach einem Object zu visiren (§. 48), so kann ein Fehler von 1′ darinn begangen werden, daß man wegen des kleinsten Winkels des deutlichen Sehens nicht genau die Mitte des Objects trift, und ein zweyter gleich großer Fehler bey der Austragung der Gesichtslinien auf den Meßtisch. **Wenn also alle diese Fehler auf eine Seite fielen und am größten wären, so würden sie 4 Minuten ausmachen; aber bey gehöriger Vorsicht, und dadurch, daß die Objecte nicht allein von der Absehenfläche gedeckt werden, sondern auch mitten in der obersten Spalte erschei-**

nen

nen, werden diese Fehler vermindert, oder einer hebt den andern zum Theil auf, und gewöhnlich darf man annehmen, daß ein Winkel mit einer Genauigkeit von 2′ höchstens 3′ aufgenommen und bestimmt werden kann.

Durch Erfahrung habe ich diesen Satz bestätigt gefunden. Ich habe viele Winkel zwischen deutlichen Objecten bey hellem Wetter mit einem geographischen Cirkel von zwey Fuß im Durchmesser, mit einem astronomischen Quadrant von 3 Fuß im Halbmesser und mit einem astronomischen Cirkel von 4 Fuß im Durchmesser gemessen. Durch diese vortreflich eingetheilten Instrumente kann man Winkel mit einer Genauigkeit von 12 bis 8 Sekunden messen. Darauf maaß ich denselben Winkel mit dem Meßtische, und entwarf also denselben in seiner wahren Größe nach dem geradlinichten Gang der Lichtstralen (§. 3 und 48). Ein solcher Winkel sey ACD (Fig. 60); man soll finden, wie viele Grade und Minuten er auf dem Tische enthält. Nach dem Maaßstabe nehme man von der Spitze des Winkels CE = 10 Decimalzoll; errichte ED senkrecht auf EC, und bringe ED an den Maaßstab. Findet man nun z. B. ED = 5467, so schlage man diese Zahl in den Tafeln der Tangenten auf, und man wird finden, daß dazu 33° 8⅔′ gehört, und so groß ist der Winkel A:CD. Denn CE : ED = sin. tot. Tang. ACD = 10000 : 5467. Hätte man den Radius kleiner als 10 Decimalzoll z. B. = 5 Decimalzoll angenommen, so hätte man den Winkel nicht bis auf einzelne Minuten ausmessen können. Wenn ich auf die Art Winkel auf dem Meßtische in Graden maaß, so fand ich niemals eine Abweichung über 3 Minuten von der durch eingetheilte Instrumente observirten Größe derselben.

§. 76.

Dieser mögliche und zum Theil unvermeidliche Fehler in den Winkeln A und B an der Grundlinie AB wird nothwendig Einfluß auf die Seiten AC und BC haben. Die Theorie der Folgen solcher Fehler kann man bey R. Cotes (Harmonia mensurarum, worinn sich aestimatio errorum in mixta matheſi befindet); bey Lambert (Beyträge zum Gebrauch der Mathematik, 1. Theil, Berlin 1765, pag. 237-274); bey Marinoni (Lib. de re ichnograph. pag. 129-244); bey Tobias Mayer (practische Geometrie, 2. Theil, pag. 333-355); bey C. Wolf (elementa matheſeos univerſæ Tom. I. Halle 1730. pag. 285-291) und mehrern Verfassern finden.

Es würde hier zu weitläuftig seyn, mich in diese Theorie einzulassen, und zwar um so viel mehr, da die Winkel auf dem Meßtische nicht in Graden und Minuten gegeben werden, welches diese Theorie doch voraussetzt. Um aber zu zeigen, welchen Einfluß die Fehler in den Winkeln auf die Seiten haben, so will ich davon ein Exempel anführen.

Es sey das Object C durch ein gleichseitiges Dreyeck ABC (Fig. 61) und Gesichtslinien von den Stationen A und B aus auf der Karte bestimmt worden, und AB = BC = AC = 1000 Ellen. Wir wollen annehmen, daß in jedem Winkel an der Grundlinie ein Fehler CBD = CAD = 2′ begangen sey, und die bey den fehlerhaften Winkel BAD und ABD zu groß seyen, welches den größten Fehler in der Lage des Objects auf dem Tische, nämlich CD, geben wird. Nun ist in dem Dreyecke ABD der Winkel BAD = 60° 2′, ABD = 60° 2′ und ADB = 59° 56′. Also sin. ADB : AB = sin. ABD : AD, oder sin. 59° 56′ : 1000 = sin. 60° 2′ : AD. Log.

Log. 1000 = 3,0000000
log. sin. 60° 2′ = 9,9376764

12,9376764
log. sin. 59° 56′ = 9,9372385

log. AD = 3,0004379
AD = 1001 Ellen.

Folglich ist der Fehler DG = AD — AG = AD — AC = 1001 — 1000 = 1 Elle. Wir wollen nun einen andern Fall mit weniger vortheilhaften Winkeln an der Grundlinie wählen, nämlich ein Dreyeck ABC, in welchem der eine Winkel an der Grundlinie ABC = 20°, der andere Winkel an der Grundlinie BAC = 140° und die Grundlinie AB = AC = 1000 Ellen. Wir wollen ferner annehmen, daß jeder Winkel an der Grundlinie 2′ zu groß angenommen sey, so daß der eine fehlerhafte Winkel ABC = 20° 2′, und der andere BAD = 140° 2′ betrage, so ist der Winkel ADB = 19° 56′. Nun ist sin. ADB : AB = sin. ABD : AD, oder in den gegebenen Zahlen, sin. 19° 56′ : 1000 = sin. 20° 2′ : AD.

log. 1000 = 3,0000000
log. sin. 20° 2′ = 9,5347452

12,5347452
log. sin. 19° 56′ = 9,5326608

log. AD = 3,0020844
AD = 1004,81 Ellen.

Wird also die Seite durch dieses Dreyeck mit zwey ziemlich spitzen und einem stumpfen Winkel bestimmt, so fehlt man in derselben auf 1000 Ellen $4\frac{81}{100}$ oder beynahe 5 Ellen, da man hingegen bey einem gleichseitigen Dreyecke nur um eine Elle fehlte. Aus allem diesen kann man endlich den Schluß herleiten, daß die Fehler, welche

welche in der Entfernung der Objecte von den Stationen aus den unvermeidlichen Fehlern in den Winkeln von zwey Minuten entstehn, unter den vortheilhaftesten Umständen beynahe unmerklich, nur eine Elle auf 1000 betragen, und unter weniger vortheilhaften Umständen nicht sehr bedeutend, nämlich nur 5 Ellen, auf 1000 Ellen sind.

§. 77.

Es giebt eine gerade Linie AC; um diese soll man dergestalt einen Kreis beschreiben, daß AC eine Chorde oder Grundlinie des Segments ADC (Fig. 63 u. 64), und der Winkel im Segment oder an der Peripherie D so groß als ein gegebner Winkel m werde; oder die gegebene Linie AC dergestalt in einen Cirkel zu beschreiben, daß der Bogen AFC, dessen Chorde AC ist, doppelt so groß als ein gegebener Winkel m werde.

1) Auf der Linie MN des gegebenen Winkels m errichte man eine Perpendiculare NQ, so daß $m + x = 90°$ und $x = 90° - m$, oder x das Komplement von m ist.
2) An dem Ende C der gegebenen Linie AC zeichne man den Winkel $y = x$; gleichfalls bey A mache man $z = x$.
3) Diese Linien verlängere man, bis sie sich schneiden, in B.
4) Aus B als Mittelpunct mit dem Halbmesser AB oder BG beschreibe man einen Kreis.
5) Zieht man nun von A und C zu einem jeden Punct D in der Peripherie dieses Kreises die Linien AD und DC, so ist der Winkel $D = m$, und der Bogen $AFC = 2m$.

Beweis.

Beweis. Man theile die Linie AC in E in zwey gleiche Theile, und ziehe BE, so ist das Dreyeck BEC bey E rechtwinklicht; also $u + y = 90 = x + m$; man subtrahire $y = x$, so hat man $u = m$. Auf dieselbe Art beweiset man, daß in dem rechtwinklichten Dreyeck AEB $t = m$; also $u + t = 2m$ oder $\frac{u}{2} + \frac{t}{2} = m$. Aber $u + t$ ist ein Mittelpunctswinkel, und die Hälfte desselben gleich dem Peripheriewinkel, oder $\frac{u}{2} + \frac{t}{2} = D = m$. Da ferner $t + u = 2D$, aber $t + u = AFC$, so ist $2D = AFC$, oder der Bogen AFC, dessen Chorde AC ist, ist doppelt so groß, als der gegebene Winkel m.

§. 78.

Es gibt drey Objecte auf dem Felde A, B und C, welche ein gegebenes Dreyeck bilden, oder drey Objecte A, B, C sind richtig auf der Karte entworfen, und die Seiten, AB, BC und AC bekannt; man kann überdies von einem dritten Orte D aus auf dem Meßtische die Winkel zwischen diesen Objecten, nämlich zwischen A und C = m, und zwischen C und B = n messen. Man soll ohne weitere Messung auf der Karte den Punct D und DA, DB und DC finden.

Erste Auflösung. (Fig. 65 und 66).

1) Um die gegebene Seite AC beschreibe man einen Kreisbogen AFC, welcher doppelt so groß ist als der gegebene Winkel m zwischen den Objecten A und C.

2) Auf der gegebenen Seite CB zeichne man einen Bogen CGB, welcher doppelt so groß ist als der gegebene Winkel n zwischen den Objecten C und B.

3) Diese

3) Diese Kreise schneiden sich in D, welches der Stationspunct ist, so wie AD, DC und BD die Entfernungen der Station von den gegebenen Objecten A, B und C sind.

Beweis. Nach der Voraussetzung wird die Seite AC oder die Entfernung der Objecte A und C in dem Stationspuncte D unter dem Winkel m gesehen, und da alle Winkel in demselben Kreisabschnitte gleich groß sind, so muß die Station D irgendwo in der Peripherie des Kreises AFCD seyn; gleichfalls wird die Seite CB unter dem Winkel n in derselben Station gesehen; also muß die Station D irgendwo in der Peripherie des Kreises CGBD liegen. Da aber diese Kreise sich in D schneiden, so ist D der Stationspunct auf dem Meßtische, und es gibt keinen andern Punct auf dem Meßtische, von welchem aus AC unter dem Winkel m, und CB unter dem Winkel n gesehen werden können, und folglich sind AD, CD und BD die wahren Entfernungen der Station von den Objecten A, B und C.

Zweyte Auflösung. (Fig. 69).

1) Um die große Seite AB beschreibe man einen Kreis AEBD, so daß der Bogen AEB doppelt so groß als die Summe der observirten Winkeln $= m + n$ ist.

2) Man nehme den Bogen AGE doppelt so groß in Graden als der Winkel ADC $= m$ ist, woraus folgt, daß BE doppelt so viele Grade als n hat.

3) Man ziehe die Linie CED, so ist D der Stationspunct auf dem Meßtische. Denn AGE $= 2m$ und BE $= 2n$; also $m = \frac{1}{2}$ AGE $=$ dem Winkel, unter welchem man AC, und $n = \frac{1}{2}$ BE $=$ dem Winkel, unter welchem man BE in der Station D sah.

Dritte

Dritte Auflösung. (Fig. 67 und 68.)

Wenn man annimmt, daß die Spitze des Dreyecks C gegen die Station D gekehrt ist.

1) Auf AB und in B zeichne man den Winkel ABE = m, und auf derselben Linie bey A den Winkel BAE = n, so daß der zwischen A und C observirte Winkel bey B, und der zwischen C und B gemessene bey A abgesetzt wird,

2) Man ziehe die Linie CE, wodurch die Winkel s und r entstehn.

3) Man zeichne den Winkel ABD oder p = s, und wo diese Linie die verlängerte EC schneidet, entsteht der gesuchte Punct auf der Karte.

4) Zur Prüfung kann man den Winkel BAD oder q = r machen, deren Linie AD denselben Punct auf der Karte D angeben muß.

Beweis. DAa ist ein Dreyeck, in welchem der äussere Winkel a = q + x oder den beyden innern gleich ist; ferner in dem Dreyeck aDB ist b = p + y, und durch die Addition wird a + b = 180° = p + y + q + x; aber q = r vermöge der Konstruction, und daher p + y + r + x = 180°; aber im Dreyeck DEB ist r + m + p + y = 180°; folglich p + y + r + x = r + m + p + y und subtrahirt man auf beyden Seiten r + p + y, so hat man x = m. Auf eben die Art wird bewiesen, daß n = y, woraus folgt, daß D auf der Karte der Punct ist, in welchem die Entfernung AC unter dem gegebenen Winkel m = ADC und die Objecte C und B unter dem Winkel n = ADC gesehen werden, und daß AD und DB in einen Punct D zusammenstoßen müssen.

Vierter

Vierte Auflösung. (Fig. 70).

1) Die Entfernungen der drey Objecte von einander werden als bekannt angenommen, oder man hat schon auf der Karte die drey Puncte A, B und C bestimmt, und daher ist das kleinere Dreyeck auf der Karte, a b c, dem grössern auf dem Felde A B C ähnlich.

2) Um dies kleinere Dreyeck beschreibe man einen Kreis.

3) Man stellt den Tisch in D auf, und ziehet auf einem Stück geölten Papiers, welches an denselben mit ein wenig Mundleim, einer Nadel oder auf eine andere Art befestigt ist, Gesichtslinien nach den drey Objecten A, B und C, und nimmt es dann ab.

4) Man legt das geölte Papier auf die Karte, und bewegt es auf derselben so lange hin und her, bis die Gesichtslinien den Kreis berühren, und D a, D c und D b durch die Puncte a, b und c gehen.

5) In dieser Lage hält man das geölte Papier fest, und sticht D mit einer Copiernadel durch, wo dann D der Stationspunct auf dem Tische, und a D, c D und b D die Entfernungen der Objecte von der Station D nach dem Maaßstabe der Karte sind.

§. 79.

Mehrere theils geometrische, theils trigonometrische, theils algebraische Auflösungen dieser Aufgabe kann man bey **Manduit** (Leçons de geometrie, Paris 1773 pag. 331 — 334); bey **Lambert** (Beyträge zum Gebrauch der Mathematik, 1 Theil, Berlin 1765, pag.

pag. 74—76); bey F. L. Müller (vom Gebrauch der Taschenuhren zu geometrischen Messungen, Berlin 1777, pag. 161-183) und einem ungenannten Verfasser S. S. v. L. (Versuch eines geometrischen Augenmaasses, Riga 1785, pag. 13—45) finden. Die hier gegebene Aufgabe handelt nur den richtigsten und gewöhnlichst vorkommenden Fall ab, daß nämlich der gegebene Punct D, welcher bloß durch Gesichtslinien von drey andern A, B und C, welche ein gegebenes Dreyeck bilden, bestimmt werden soll, ausserhalb des Dreyecks, und also weder innerhalb desselben, noch auf einer seiner Seiten liegt. Gleichfalls, wenn 3 Puncte in einer geraden Linie liegen, A, B und C, und man von einem Orte D aus die Winkel ADC und CDB mißt, kann man den Standpunct D bestimmen. Die Auflösung dieser drey Aufgaben wird man leicht aus dem verstehn, was hier über den einen Fall gesagt worden ist; man kann sie überdies bey den oben genannten Schriftstellern finden.

Von dieser Aufgabe kann man bey verschiedenen Gelegenheiten in der Landmeßkunst Gebrauch machen. Wenn z. B. ein See an der einen Seite seines Ufers mit großem und dichtem Gehölze bewachsen, an der andern Seite aber offen und frey wäre, so könnte man durch gebrochene Linien nach dem Umfange des Sees und durch Perpendicularen von diesen Grundlinien die offene Seite aufmessen (§. 65). Man errichtet dann in den Stationen und andern von den gebrochenen Linien aus genau bestimmten und hoch liegenden Stellen Signale. Darauf geht man zu der mit Gehölze bewachsenen Seite, und sucht solche Stellen D Fig. 65 auf, von welchen aus drey der auf der andern Seite des Sees bestimmten Puncte A, B und C gesehen werden können. Hier setzt man den Meßtisch und visirt nach diesen Signalen, nämlich A D C und C D B, und

darnach bestimmt und legt man den Punct D auf der Karte an (§. 77). Je mehrere solcher Puncte man finden kann, desto genauer läßt sich die mit Gehölze besetzte Seeseite entwerfen. Zuweilen ist es auch möglich, zwischen diesen Puncten Linien zu messen, und die zwischen ihnen liegenden Biegungen durch Perpendicularen zu bestimmen. Auf dem Papier scheint diese Methode sehr simpel und leicht zu seyn; sie hat aber in der Ausübung viele Schwierigkeiten, von welchen die wichtigste die ist, daß man auf der mit Holz bewachsenen Seite des Sees nicht leicht die Stellen erkennen kann, wo man die Signale gesetzt hat, und nähme man die eine statt der andern, so würden die Puncte auf der Karte sehr unrichtig werden, indem sie nach einem ganz unrichtigen Grundtriangel entworfen wären. Die Auflösung dieses Problems erfordert ziemlich weitläuftige Konstructionen und Zeichnungen mehrerer Linien und Winkeln (§. 77), und sollte man auch nur in jedem Winkel und jeder Linie um so viel fehlen, als der feinste Punct und die feinste Linie ausmachen, (und von einem so kleinen Fehler kann man keine Absetzung einer Linie oder eines Winkels frey sprechen), so werden doch diese unvermeidlichen kleinen Fehler zusammengenommen die wahre Lage des Puncts D auf der Karte verändern. Aus dieser Ursache darf man in der Speciallandmessung keinen Gebrauch von diesem Problem als nur in der äusserſten Noth machen, wenn es nicht möglich ist, den Punct D, weder durch Messung und Visirung (§. 58. 59), noch durch zwey Visirlinien von abgesteckten und aufgemessenen Grundlinien (§. 60) zu bestimmen, welche Methoden genauer und zuverlässiger sind.

§. 80.

§. 80.

Wäre es möglich, die Entwerfung eines Objects von einem Puncte auf dem Felde blos dadurch zu bestimmen, daß man nach demselben visirte, ohne eine Grundlinie zu messen, oder irgend ein Grunddreyeck als bekannt anzunehmen, so könnte man das nennen: **aus oder von einer einzigen Station messen**, und die Instrumente, mit welchen man solche Aufmessungen anstellen könnte, hiessen dann **Distanzenmesser**. Da nun die ganze Feldmeßkunst darinn besteht, daß man sich auf dem Felde große durch die Lichtstralen gebildete Dreyecke denkt, und theils durch Aufmessungen mit der Kette, theils durch Winkelmesser Dreyecke mißt, und auf der Karte nach einem verjüngten Maaßstabe dergestalt entwirft, daß sie jenen großen Dreyecken auf dem Felde ähnlich werden (§. 1. 59. 60), durch einzelne Gesichtslinien ohne Grundlinie und Messung aber keine ähnliche Dreyecke entstehen können, **so ist es eine geometrische Unmöglichkeit, Distanzen von einer einzigen Station aus zu messen**, wenn die Aufgabe in dem hier erklärten Sinn genommen wird. Sehr bequem wäre es zwar, wenn man von einer einzigen Station aus messen könnte, und nützlich könnte es auch in vielen Fällen werden, z. B. für die Artillerie, wenn diese zu wissen wünschte, ob der anrückende Feind so nahe sey, daß die Kartätschen die gehörige Wirkung thun könnten. Man hat deswegen verschiedene Instrumente erdacht, um Distanzen aus einer Station zu messen; aber man muß wohl bemerken, **daß es bey allen diesen Distanzenmessern ausser der Visirlinie nach dem Objecte in der Einrichtung derselben noch eine Grundlinie gibt, und daß auf die Art dieses Problem von der Unmöglichkeit zur Wirklichkeit übergeht.**

Zum Gebrauch für die dänische Artillerie hat der Herr Oberst von **Mecklenburg** einen sehr einfachen und guten Distanzenmesser zur Bestimmung der Entfernungen eingerichtet. Es sey DE (Fig. 71) die Höhe eines Menschen vom Fuße bis zum obersten Theil des Hutes = 6 Fuß. AC ist ein runder Stock von 3 Fuß, welchen man in gerader Linie mit den Füßen der anrückenden Truppen hält. Nun muß man berechnen, wie groß BC für 100, 200, 300 u. s. w. Ellen ist. Nämlich AE : ED = AC : CB oder 200 : 6 = 3 : CB und CB = $\frac{18}{200}$ = $\frac{9}{100}$ = 9 Linien; für 200 Ellen oder 400 Fuß ist 400 : 6 = 3 : BC und BC = $\frac{18}{400}$ = $\frac{9}{200}$ = 0, 045 oder $4\frac{1}{2}$ Linien.

Auf einer Meßingplatte werden die Oefnungen aus diesen Berechnungen für 50, 100, 150, 200 u. s. w. Ellen eingeschnitten. Man setzt die Meßingplatte auf das Ende des 3 Fuß langen runden Stabes, und richtet den einen Theil des Einschnitts nach dem Fuß der Soldaten, und sieht zu, wo der Hut steht; schneidet dieser $4\frac{1}{2}$ Linien ab, so beträgt die Entfernung 200 Ellen.

Der Herr General-Major **Wegner** hat solche Einschnitte als ein Mikrometer in einem Handfernrohre in dem Focus des Objectiv- und Ocularglases angebracht.

Andere haben die Länge des Fernrohrs zur Grundlinie angenommen, und durch Messung der Winkeln durch beyde Enden die Entfernung des Objects von der Station gefolgert. Z. B. **Brander** (zweyter Beytrag zur Beschreibung des geometrischen Meßtisches, Augsburg 1774, pag. 50—66); aber dieses Instrument ist, wie beynahe alle Erfindungen von Brander, sehr zusammengesetzt und schwer zu justiren. Unser geschickter Instrumentmacher, **Johann Ahl**, hat einen viel einfachern

und

und bessern Distanzenmesser erfunden. Es ist eigentlich ein Sector von 6 Fuß im Halbmesser, welcher durch eine nonische Eintheilung und ein ausser angebrachtes Mikrometer so nahe als möglich in einzelne Sekunden eingetheilt ist. Es sind zwey Fernröhre an demselben angebracht: das eine C (Fig. 72), senkrecht auf dem festen Radius und das andere B senkrecht auf dem beweglichen Halbmesser. Die nähere Beschreibung dieses Instruments und eine Zeichnung davon findet man bey Rayert (Forelæsninger over Landmaalingen, Kiöbenhavn 1793, pag. 128). Will man nun die Entfernung des Objects D von einer Station C messen, so stelle man das nahe Fernrohr C nach dem Objecte D in der Linie CD, und bewege die Alhidade so lange, bis das an derselben befestigte Fernrohr B nach der Linie ABD das Object D trift, der Bogen EF des Sectors zeigt dann das Maaß des Winkels D an dem Object an, und daraus kann man entweder durch eine trigonometrische Rechnung oder eine berechnete Tabelle die Entfernung CD finden. Denn in den Dreyecken ABC und ACD ist $C = B = 90°$, vermöge der Einrichtung des Instruments; $x = x$, und folglich y = dem Bogen $EF = D$, und $x = A = 90° - y$, und sin. tot. : Tang. x oder sin. tot. : Cotang. $y = AC : CD$. Solche Distanzenmesser können sehr nützlich zu einem solchen Gebrauche seyn, wo keine große Genauigkeit verlangt wird, oder, wo Zeit und Umstände es nicht erlauben, die Instrumente in mehrern Stationen aufzustellen. Bey dem Distanzenmesser des Herrn Oberst von Mecklenburg ist Tang. $A = \frac{CB}{AC}$. CB aber ist = 9 Linien, und AC = 3 Fuß, wenn die auszumessene Entfernung 200 Fuß beträgt. Hieraus findet man den Winkel $A = 1°43'6''$. Wegen des kleinsten Winkels des deutlichen Sehens = 1′ (§. 13)

kann man in Beurtheilung der Stelle der Füße und Hüte der Truppen an den Einschnitten der Fläche leicht zwey Minuten fehlen. Es sey daher der Winkel $= 1° 45' 6''$; man berechne nun nach diesem fehlerhaften Winkel die Entfernung AE; nämlich

$$\text{Tang. A} : \text{sin. tot.} = \text{DE} : \text{AE}$$
$$\text{Tang. } 1° 45' 6'' : \text{sin. tot.} = 6 : \text{AE}$$
$$\text{log. } 6 + \text{log. sin. tot.} = 10{,}7781512$$
$$\text{log. tang. } 1° 45' 6'' = 8{,}4854652$$
$$\text{log. AE} = 2{,}2926970$$
$$\text{AE} = 196{,}2 \text{ Fuß.}$$

Zu diesem Logarithmus gehört 196,2 Fuß; da aber die Entfernung 200 Fuß war, so beträgt der Fehler auf 200 Fuß nur 3,8 Fuß, oder ungefähr 2 Fuß auf 100 Fuß. Für eine Entfernung von 500 Ellen, welche die größte ist, zu welcher dies Instrument gebraucht werden kann, ist der Einschnitt $\text{BC} = \frac{13}{1000} = 0{,}018$ Fuß $= 1\frac{8}{10}$ Linie. Hieraus wird der Winkel $\text{A} = 25' 38''$ gefunden, und nimmt man 2' Fehler in dem Winkel an, so findet man die Entfernung $\text{AE} = 911{,}3$ Fuß, und der Fehler $= 88{,}7$ Fuß $= 44$ Ellen auf 500 Ellen. Mit dem Distanzenmesser des Herrn Ahl, obgleich derselbe in so feine Theile als möglich getheilt ist, kann man doch keine feinere Theile als zu 4'' messen. Bey der Visirung nach dem Objecte durch eines der Fernröhre kann man auch 4'' fehlen, so daß der ganze Fehler $= 12''$ wird. Wenn nun die Entfernung eines Objects 1000 Fuß beträgt, so ist der Winkel D $=$ dem Bogen $\text{EF} = 20' 50''$, und man hat

sin. tot

sin. tot. : D = AC : CD oder
sin. tot. : Cot. 20′ 50″ = 6 : CD
log. Cot. 20′ 50″ = 2,2175098
log. 6 = 0,7781513
log. CD = 2,9956611

Folglich wird CD = 990 Fuß, und der Fehler auf 1080 Fuß 10 Fuß, oder nur 5 Ellen auf 500 Ellen.

§. 81.

Außer dem Meßtische sind die Boußole und das Astrolabium zwey Instrumente, welche von vielen bey dem Landmessen gebraucht werden. Wir wollen nun eine Vergleichung dieser Instrumente anstellen, und annehmen, daß der Radius des Astrolabiums = 5 Zoll sey, so ist die feinste Linie = 1 Minute (§. 49), und ferner annehmen, daß man durch eine nonische Eintheilung keinen Winkel in kleinern Theilen messen könne. Wegen des kleinsten Winkels des deutlichen Sehens kann man in der Stellung der Dioptern über dem Durchmesser nach der Grundlinie 1 Minute, und gleichfalls in der Richtung der Alhidade nach dem Object 1 Minute fehlen, so daß der ganze Fehler bey der Observation des Winkels mit einem Astrolabium von 5 Zoll im Radius = 4 Minuten werden wird. Bis so weit kann man also Winkel mit beynahe gleicher Genauigkeit mit dem Meßtische als mit einem solchen Astrolabium messen (§. 74). Will man durch Hülfe eines Astrolabiums ein Object auf die Karte auftragen, so ist es nicht genug, beyde Winkel an der Grundlinie auf dem Felde observirt zu haben, man muß noch nach einem verjüngten Maaßstabe ein ähnliches Dreyeck auf der Karte entwerfen (§. 60). Gebraucht man zur Abtragung der Winkeln einen Transporteur von 2 Zoll im Radius oder 4 Zoll im Durchmesser, so ist

die Peripherie deſſelben = 1,256636 Fuß, und die feinſte Linie = 0,0001 Fuß nimmt auf dem Tranſporteur in Sekunden $\frac{1296.00 . 0.0001}{1,256636} = \frac{1296000}{1,256636} = 103''$ = 1′43″, oder in einer runden Zahl 2 Minuten ein. Bey Anlegung des Radius des Tranſporteurs an die Grundlinie kann gleichfalls ein Fehler von 2′, und ein eben ſo großer bey Abſteckung des Puncts, welcher das Gradmaaß des gegebenen Winkels anzeigt, begangen werden. Es fällt alſo in die Augen, daß man mit einem Tranſporteur von 2 Zoll im Halbmeſſer keinen Winkel abſetzen könne, ohne wenigſtens einen Fehler von 6′ zu begehen. Man erſieht hieraus, daß, wenn man die Fehler in der Obſervation des Winkels und die bey deſſen Abſetzung auf die Karte vorfallenden zuſammen nimmt, **man mit einem Aſtrolabium keine gröſſere Genauigkeit der Winkeln als auf 10 bis 12 Minuten erhalten könne, welches aber nur der dritte Theil der Genauigkeit iſt, welche der Meßtiſch gewährt (§. 74), und daß alſo alle durch das Aſtrolabium beſtimmte unzugängliche Linien (§. 57—61) viel weniger zuverläßig als die durch Hülfe des Meßtiſches aufgenommenen ſind.** Dies gilt um ſo viel mehr von der **Boußole.** Die Roſe oder der eingetheilte Kreis hat gemöhnlich 4—6 Zoll im Durchmeſſer, und kann keine noniſche Eintheilung haben, um Minuten anzugeben, ſondern iſt nur in $\frac{1}{4}$ Grade eingetheilt. Bedenkt man ferner, wie ungewiß und unbeſtändig die Richtung der Magnetnadel iſt (§. 56), ſo wird man begreifen, daß man in der Beſtimmung der Winkeln durch die Boußole leicht $\frac{1}{4}$ Grad oder 15 Minuten fehlen könne, **und daß dieſelbe alſo beym Landmeſſen noch unzuverläßiger als das Aſtrolabium ſey.** Hiezu kommt noch, daß man beym Gebrauch des Meßtiſches die

die Karte auf dem Felde verfertigt, während man die Natur und die Lage der Objecte vor Augen hat, und gleich zur Stelle und in jeder Station die Richtigkeit der Messungen prüfen kann. Braucht man hingegen die Boußole oder das Astrolabium, so kann man die Karte erst zu Hause nach einer rohen Zeichnung oder Brouillon verfertigen. Wegen der vielen Winkeln an einer Station müssen sich leicht Schreibfehler einschleichen. Bey der Absetzung derselben durch den Transporteur können neue Fehler entstehen, und bey großen Aufmessungen, die mit viel Umständlichkeit und Detail verbunden sind, wird der erste unvollkommene Entwurf und die Abtragung desselben oder die eigentliche Konstruction der Karte sehr verwickelt, verworren, schwer und vielen Fehlern unterworfen, welche den Einfluß auf die übrigen Absetzungen, welche sich auf die erstern gründen, haben, daß sie die richtige Belegenheit der Objecte auf der Karte verändern und verdrehen. Dessenungeachtet haben Gewohnheit, Vorurtheil und Gemächlichkeit dem Meßtische lange den Vorzug streitig gemacht, welchen es mit vielem Recht vor dem Astrolabium und der Bußole verdient. Will man sich durch diese hier angeführten Gründe noch nicht überzeugen lassen, so kann man bey **Marinoni** (lib. de re ich. pag. 106 — 129) ein förmliches Document über die Vergleichung dieser Instrumente, welche nothwendig zum Vortheil des Meßtisches ausfallen mußte, antreffen. Dieses Dokument ist von zehn Deutschen und Italienischen Mathematikern, Ingenieuren und Landmessern, welche alle bey diesen Versuchen zugegen waren, unterschrieben, und unter diesen Attestaten findet man die Namen mehrerer, durch vortrefliche Schriften berühmten, Männer: **Guido Grandi, Bernhard Zendrini** und **Johann Jacob Marinoni.**

Einen Versuch von einer andern Art stellte ich im Jahre 1764 an, als ich die Insel Ourde im Isefiord mit Seeland verband. An den beyden Enden der Insel waren Signale errichtet, welche von den Grundlinien in Seeland aus zuerst mit dem Meßtische und nachher durch einen trigonometrischen Calcul bestimmt wurden, nachdem alle drey Winkel im Dreyeck mit einem geographischen Cirkel von 2 Fuß im Durchmesser observirt worden waren. Durch dieses Instrument kann man durch Hülfe einer nonischen Eintheilung einen Winkel mit einer Genauigkeit von 6 - 10 Sek. messen, und in den Seiten der berechneten Dreyecke sich nicht um eine Elle auf 10000 irren. Stellte ich nun eine Vergleichung dieser durch trigonometrische Berechnungen gefundenen Entfernungen mit den durch Hülfe des Meßtisches bestimmten an, so konnte ich auch nicht den allerkleinsten nach dem Maaßstabe der geographischen Karten merklichen Unterschied dieser zwischen 2 bis 3000 langen Linien finden. Es versteht sich von selbst, daß die Karte noch nicht vom Tische abgeschnitten war, so daß das Einlaufen derselben (§. 45) keinen Einfluß darauf haben konnte, und so mußte es auch seyn, wenn man die Genauigkeit beurtheilen wollte, der man sich mit dem als Winkelmesser betrachteten Meßtisch nähern könne. Nachdem das Papier abgeschnitten war, zeigte sich das Einlaufen, wie gewöhnlich, 0,25 Decimallinien auf 5 Decimalzoll, oder der $\frac{1}{200}$ Theil der Entfernung (§. 41).

Anmerkung. Aufmessungen von Küsten und Häfen müssen nach denselben Hauptregeln als die Aufmessungen auf dem Lande vorgenommen werden. Auf der See folgt man der Küste in gebrochenen Linien, und bestimmt von diesen aus die merklichsten Puncte derselben, Inseln, Sandbänke u. s. w. durch Gesichtslinien. Die Grundlinien können auf der See nur auf kleinen Fahrzeugen, Böten, oder einem Wrak, welche in eine

gerade

gerade Linie gebracht werden, abgesteckt, und mit der Logleine oder einer feinen Hanpfschnur, welche man sonst zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Schiffes und der Größe des gesegelten Weges braucht, aufgemessen werden. Man spannt die Logleine von einem Boote zum andern aus, oder legt ein Boot vor Anker, und rudert nach einem andern, bis die Logleine ausgespannt ist, worauf das andere Boot sich vor Anker legt, das erste aber seiu Anker aufhebt, das zweyte vorbeyrudert, bis die Logleine zum zweytenmal ausgespannt ist, wo man dann eine Grundlinie von der Länge zweyer Logleine gemessen hat. Auf die Art fährt man fort. Nach den Objecten, welche auf der Karte entworfen werden sollen, visirt man mit dem Visircompaß (Peilcompaß) von den Böten aus, wenn diese in den Stations- oder Endpuncten der Grundlinie liegen. Wie viel auch immer zur Verbesserung der Magnetnadel von Knigth, Antheaume, Aepinus, van Schwinden, Coulom, Cous u. m. unternommen worden ist, so bleibt der Visircompaß von 3 Zoll im Radius doch noch immer ein Instrument, mit welchem man keinen Winkel genauer als auf 20 bis 30 bis 45 Minuten bestimmen kann. Wenn man erwägt, daß die Logleine bald mehr bald weniger ausgespannt wird, und sich, wenn sie sich lange im Wasser befindet, (welches nicht vermieden werden kann) mehr und mehr zusammenzieht und kürzer wird, so begreift man leicht, daß die auf der See aufgemessenen Grundlinien sehr unzuverläßig sind; erwägt man ferner die Ungewißheit bey dem Gebrauch der Magnetnadel auf dem Lande, welche bey dem Gebrauch des Visircompasses auf der See noch viel größer ist, so wird jeder Unpartheyische leicht zugeben, daß man vermöge der Natur der Methode und der Instrumente sich nicht die Genauigkeit von Seeaufmessungen versprechen dürfe, die man beym Gebrauch des Meßtisches und der Kette bey Aufmessungen auf dem Lande erreichen kann. Wo Zeit, Ort und andere Umstände (wie bey der Aufmessung von Sandbänken) es nicht erlauben, auf dem Lande zu messen, da ist man genöthigt, sich mit See-

aufmessun-

aufmessungen zu begnügen. Man ersieht aus diesen Gründen, daß der Herr Professor und Navigations-Director **Lous** den Seeaufmessungen einen zu großen Werth beylegt, wenn er behauptet, (Kiöbenhavns Universitets-Journal 1794, fierde Hefte, Side 181-184) daß man durch sie Seeküsten mit derselben Genauigkeit aufmessen könne, als bey geographischen Aufmessungen, nicht allein mit dem Meßtische und der Kette, sondern selbst mit dem geographischen Cirkel und Maaßstäben. Ueber Seeaufmessungen und die dahin gehörigen Instrumente und Methoden findet man nähern Unterricht bey J. Robertson (elements of Navigation, London 1772, Vol. II. pag. 69-77); *Vial du Clairbois* (Dictionaire encyclopedique de Marine, Paris 1793, unter folgenden Artikeln: Tom. I. Bousole pag. 179-187; Carte marine pag. 280-295; Compas azimutal. pag. 438-440; Tom. 2. Loch. pag. 586-589.

Sechster Abschnitt.

Aufmessung der Figuren und Verfertigung der Karten.

§. 82.

Nachdem erklärt ist, wie man sowohl zugängliche als unzugängliche Linien aufmißt, so kommen wir nun zur Aufmessung der Figuren, wobey indeß vorausgesetzt wird, daß solche nicht größer sind, als daß sie nach dem Maaßstabe der Karte auf ein einziges Tischblatt fallen, ohne daß man nöthig habe, mehrere Tischblätter zu combiniren, welches nachher erklärt werden soll.

§. 83.

Von einem ungefähr in der Mitte der Figur angenommenen Puncte C (Fig. 73) kann man nach allen Ecken derselben visiren und messen, man soll diese Figur aufmessen; oder eine Figur aus dem Mittelpuncte aufmessen.

1) Man stelle den Meßtisch in der Station C auf (§. 42), visire nach allen Ecken A, B, D, E und F (§. 48), und ziehe die Visirlinien auf dem Tische,

2) Man messe die Linien CA, CB, CD, CE und CF mit der Kette (§. 18-21), und setze sie nach dem verjüngten Maaßstabe auf die Karte ab. Auf die Art erhält man die Puncte a, b, d, e und f auf der Karte (§. 58).

3) Zie-

3) Ziehet man die Linien ab, bd, de, ef und fa, so hat man die geradlinichte Figur ABDEF auf der Karte entworfen.

4) Wäre die Figur krummlinicht gewesen, so hätte man entweder so nahe bey einander Signale setzen können, daß die Biegungen unbedeutend geworden wären, wo man dann aber eine große Menge Linien von dem Mittelpunct C aus hätte messen müssen, oder man hätte in den Hauptbiegungen A, B, D, E, und F Signale setzen, und nach diesen die Linien AB, BD, DE u. s. w. aufmessen, und durch Perpendicularen von diesen Linien die Biegungen der krummen Linie bestimmen können (§. 65).

5) Nach dieser Methode kann man kleine Feldstrecken und Inseln aufmessen, zuweilen kann dieselbe auch zur Bestimmung der Ecken der Aecker und Biegungen der Wiesen u. s. w. gebraucht werden.

§. 84.

Eine gradlinichte Figur ABDEF (Fig. 73) aufzumessen, wenn man von einem Standpuncte in der Figur C nach allen Ecken visiren, aber nur nach A messen; dagegen aber um die ganze Figur herum von einer Ecke zur andern messen kann.

1) Man stelle den Meßtisch in C und visire nach allen Ecken A, B, D, u. s. w. und ziehe die Linien nach diesen Ecken auf dem Meßtische.

2) Man messe die Linie AC (§. 18-21), und setze dieselbe von C nach a ab, so hat man die Ecke A auf der Karte entworfen (§. 52).

3) Man

3) Man messe die Linie AB von der Ecke A bis zur nächsten Ecke B, und bemerke nach dem Augenmaaße, ob der Winkel ABC ein spitzer oder ein stumpfer Winkel ist. Man fasse diese Linie nach dem Maaßstabe der Karte = ab, und mache aus a als dem Mittelpuncte einen Bogen, welcher die Linie Cb in b schneidet, welches der Punct B auf dem Felde ist. Ist der Winkel B kein rechter Winkel, so wird der aus a mit dem Halbmesser ab beschriebene Bogen die Gesichtslinie in zwey Punten schneiden, weil zwey Seiten AC und AB nebst einem gegenüberliegenden Winkel ACB kein Dreyeck bestimmen, wenn man nicht zugleich weiß, von welcher Beschaffenheit der Winkel bey B ist.

4) Man messe darauf die Linie BD, und bemerke nach dem Augenschein, ob der Winkel BDC ein stumpfer oder spitzer Winkel ist; man nehme diese Linie nach dem verjüngten Maaßstabe = bd, und bestimme von b aus mit dem Radius bd den richtigen Durchschnittspunct d auf der Karte.

5) Auf gleiche Weise messe man DE und EF, und bestimme die Puncte e und f auf der Karte. Auf die Art hat man eine der Figur ABDEF ähnliche Figur abdef entworfen.

Diese Aufgabe kann vortheilhaft zur Aufmessung von Wiesen und Oefnungen in Wäldern gebraucht werden. Man setzt nämlich in den beträchlichsten Biegungen Signale; visirt und mißt von der Station zum ersten Signal; mißt darauf von dem ersten Signal zum zweyten, von dem zweyten zum dritten, von dem dritten zum vierten u. s. w., und bestimmt dann durch die Durchschnitts-

schnittspuncte der Bogen mit den Gesichtslinien das erste, zweyte, dritte u. s. w. Signal auf der Karte. Sollte man sich unglücklicher Weise in diesen beyden Durchschnittspunten irren, so wird die ganze Figur untichtig; aber theils geschieht das nicht so leicht, wenn man genau bemerkt, ob die Winkel spitz oder stumpf sind (Num. 3); theils kann man zu desto grösserer Sicherheit bey jedem 7ten oder 8ten im Umkreise bestimmten Puncte zur Station C zurückmessen, und stimmt dies Maaß auf der Karte mit dem auf dem Felde überein, so ist kein Irrthum vorgefallen und alle Signale richtig entworfen.

§. 85.

Eine krummlinichte Figur von einer langen und schmalen Gestalt AORGNKU (Fig. 74), z. B. eine Insel, unter der Bedingung aufzumessen, daß man mitten durch diese Figur eine gerade Linie AG abstecken und messen, und durch Perpendicularen zu beyden Seiten dieser Linie Puncte in der krummen Peripherie bestimmen kann.

1) Man wähle die Hauptlinie AG dergestalt, daß sie ungefähr mitten durch die Figur falle, und sich zugleich nach der größten Ausdehnung der Figur erstrecke, worauf man sie dann absteckt.

2) Von dem Puncte A stecke man die Perpendiculare Ab entweder mit dem Meßtische oder mit der Kette aus (§. 62). Wenn man mit dem Ausmessen dieser Linie in a kommt, so stecke man die Perpendiculare aU aus, messe solche, und fahre darauf fort, von a nach b zu messen.

3) In der Linie AG mißt man ungefähr 100 Ellen vorwärts bis B, von welchem Puncte aus man zu beyden Seiten die senkrechten Linien BO und BH absteckt und mißt.

4) Man

4) Man mißt 100 Ellen weiter vorwärts bis nach C, wo man die Verticalen CP und CI absteckt und mißt.

5) Auf die Art fährt man mit den Perpendicularen DK und DQ, EI und ER u. s. w. fort.

6) Die auslaufenden Zungen bestimmt man durch die Perpendicularen fg, hi, ik u. s. w.

7) So wie man auf der Grundlinie vorwärts geht, und die Perpendicularen aufmißt, macht man aus freyer Hand einen **rohen Entwurf** oder **Brouillon** über die ganze Aufmessung mit dem angemerkten Maaße aller Linien, so wie Fig. 74 es darstellt. Kommt man an die Puncte H, I, K u. s. w., so zeichnet man der Natur so getreu als möglich die kleinern zwischen den Puncten H, I, K u. s. w. etwa befindlichen Biegungen nach.

8) Nach dem Brouillon und den beygeschriebenen Maaßen verzeichnet man auf der Karte nach dem verjüngten Maaßstabe die Grundlinie und alle größere oder kleinere Perpendicularen derselben, und ziehet zwischen den dergestalt geometrisch bestimmten Puncten die kleinern Biegungen. Auf die Art hat man von der krummlinichten Figur eine Karte verzeichnet.

Dieses Problem kann bequem bey der Aufmessung langer und schmaler Figuren, z. B. Inseln, Wiesen u. s. w. angewandt werden; sollte aber die halbe Breite der Figur so groß seyn, daß die Perpendicularen über 100 Ellen betragen, so kann man sich bey deren Absteckung nicht auf die Kette oder das Diopterkreuz verlassen (§. 61. 65). Den Meßtisch in den Puncten A, B, C u. s. w. aufstellen, und von diesem ab die Per-

pendicularen abstecken, würde nicht bequem seyn, zu viele Zeit erfodern und zu viele Mühe kosten.

§. 86.

Eine Figur kann nicht von der Mitte derselben aus, auch nicht von zwey Ecken die andern Ecken gesehen werden, aber man kann von einer Ecke zur andern visiren und messen; man soll die Figur aus dem Umkreise ausmessen. Fig. 75.

1) Man nehme die erste Station in B, nehme BC zur Grundlinie an (§. 518), stelle den Meßtisch auf, und visire nach dem Signale in der nächsten Ecke A (§. 41. 48).

2) Darauf messe man BC, und stelle, wenn bC auf dem Tische abgesetzt ist, den Punct C auf dem Tische über den Punct C auf dem Felde, und die Linie bC auf dem Tische über die Linie BC auf dem Felde (§. 44). Eine Linie CD wird dann nach der Ecke D abgesteckt (§. 52).

3) Hat man CD gemessen, so setzt man diese Linie auf dem Tische von der zweyten Station c nach D ab, und bringt den Tisch über D nach der Linie DC. Man wendet darauf das Diopterlineal nach der folgenden Ecke E, ziehet eine Linie, und mißt bis zur Ecke E.

4) Von der dritten Station d bis E setzt man die Linie DE ab, so hat man auf dem Tische den vierten Stationspunct E.

5) Diesen stellt man über den Ort E und Ed über ED, und visirt nach dem Signale in der ersten

Ecke

Ecke A. Der Durchschnittspunct dieser Gesichtslinie Ea mit der von der ersten Station ab bestimmt die erste Ecke a auf der Karte, die zu A auf dem Felde gehört. Die ganze Figur ist nun geschlossen.

6) Die ganze Aufmessung kann geprüft werden: 1) wenn man die Seite EA und AB mißt, welche auf dem Felde eben so lang als auf der Karte seyn müssen; 2) wenn man den Meßtisch in A stellt, und der Winkel Eab auf dem Tische eben so groß als EAB auf dem Felde ist. Dies nennt man eine aufgemessene Figur schliessen, und ist eine wichtige Prüfung der Richtigkeit der Aufmessung.

§. 87.

Eine krummlinichte Figur agnsxz durch Linien ausserhalb des Umfanges derselben, wenn man ungehindert um die Figur herummessen kann, aufzunehmen. Fig. 76.

1) Man wählt eine Grundlinie AB, welche so lange, als möglich, der krummen Linie der Figur folgen kann, ohne ihr doch zu nahe zu kommen oder sich zu weit von ihr zu entfernen.

2) Diese Linie wird abgesteckt und aufgemessen, und man bestimmt durch Perpendicularen bc, de, fg u.s.w. die krumme Linie aeil (§. 65).

3) Wenn diese erste Grundlinie sich in B zu weit von der Figur entfernt, so setzt man AB auf dem Meßtisch ab, nimmt Station in B, und bestimmt, nachdem der Meßtisch nach der Grundlinie

AB aufgestellt worden ist, durch Visirung und Messung Puncte in der krummen Linie der Figur (§. 58); darauf wählt man eine neue Grundlinie BC, welche so lange als möglich der krummen Linie der Figur folgen kann.

4) Diese zweyte und neue Grundlinie BC wird ausgesteckt, abgesteckt und aufgemessen, und von derselben aus die krumme Linie bestimmt (§. 65).

5) Wenn diese zweyte Grundlinie sich auf dem Felde zu weit von der aufzumessenden Figur zu entfernen anfängt, so muß man Station in C nehmen, von welchem Puncte aus man durch Visirung und Messung die Puncte n und o bestimmen kann. Man wählt eine dritte Grundlinie CD, und steckt sie aus.

6) Diese dritte Grundlinie CD wird ausgesteckt, abgesteckt und aufgemessen, und die krumme Linie qsn durch die Perpendicularen pq, rs und tn auf der Karte entworfen.

7) In D nimmt man wieder eine Station an, und da der Punct A bereits auf der Karte bestimmt ist, so legt man das Diopterlineal an die Puncte D und A auf dem Tische, wo dann das Signal in A, falls es nicht zu weit entfernt ist, um gesehen werden zu können, gedeckt werden muß, wenn die Figur sich richtig schliessen soll (§. 84). Kann man das Signal aber nicht sehen, so muß man dennoch nach dieser Direction eine Linie DA ausstecken, und durch die Perpendicularen die krumme Linie yzw bestimmen.

8) Ist kein Fehler bey der Absetzung und Aufmessung der Linien vorgefallen, so wird die abgesteckte Linie

AD

AD nicht allein bis auf einige Zoll das Signal A treffen, sondern auch die Länge derselben auf der Karte mit der Länge derselben auf dem Felde übereinstimmen, und dann ist die Figur richtig geschlossen. (§. 85. Num. 6).

§. 88.

Eine krummlinichte Figur FHKMOQ (Fig. 77) aufzumessen, wenn man innerhalb derselben und nahe an dem Umfange gerade an dem ganzen Umfange hinlaufende Linien abstecken und aufmessen kann.

1) Man wähle den Punct A und zur ersten Grundlinie AB, welche abgesteckt und aufgemessen und die krumme Linie QSE durch Perpendicularen von derselben aus bestimmt wird.

2) In B nehme man die erste Station, stelle den Tisch nach der Grundlinie AB auf, bestimme durch Visirung und Messung die Puncte e, f, g und h, und stecke die zweyte Grundlinie BC aus (§. 53).

3) Durch Perpendicularen bestimmt man die an derselben liegende krumme Linie HUI. In C wähle man die zweyte Station, und bestimme, nachdem der Meßtisch nach der Grundlinie CB aufgestellt ist, durch Visirung und Messung die Puncte I, K und L, welche man auf der Karte in den Puncten i, k und l entwirft. Man stecke darauf die dritte Grundlinie CD aus.

4) Diese wird aufgemessen, und die krumme Linie LVM durch Perpendicularen bestimmt. In D nimmt man die dritte Station an, wo man durch Visirung und Messung die Puncte M, N und O auf dem Felde in den Puncten m, n und o

entwirft. Legt man das Diopterlineal an D und a, so muß das Signal A gedeckt werden (§. 84. Num. 6).

5) Man stecke die Linie AD auf dem Felde ab, messe sie, und bestimme durch Perpendicularen die krumme Linie OYP.

6) Das Maaß auf dem Felde und dem Tische muß gleich seyn, und nimmt man in A die vierte Station, so muß auch der Winkel DAB auf dem Felde dem Winkel dab auf dem Tische gleich seyn, welches die letzte Probe ist, ob die Figur sich schließt (§. 84. Num. 6).

7) Bestimmt man nun durch Visirung und Messung die Puncte P und Q, und entwirft sie auf der Karte in p und q, so hat man die krummlinichte Figur aufgemessen und auf der Karte entworfen. Diese Figur kann eine Insel, Wiese u. s. w. seyn.

§. 89.

Eine Figur ABCDEF (Fig. 78) aufzumessen, wenn man eine der Seiten abstecken und aufmessen, und von den Endpuncten derselben A und B nach den Ecken C, D, E und F visiren kann.

1) Man stecke die Linie AB ab, stelle in A nach der Linie AB den Meßtisch auf (§. 44), und visire nach den in den Ecken C, D, E und F gesetzten Signalen, trage endlich diese Linien auf den Meßtisch, nämlich Af, Ae, Ad und Ac.

2) Man messe mit der Kette die abgesteckte Linie AB (§. 18-21) bis nach B. Hat man nun nach dem Maaßstabe der Karte die Grundlinie aB abge-

abgesetzt, so bringt man den Punct b auf dem Tische über den Punct B auf dem Felde, und a B über A B (§. 44), und visirt, wenn alle Schrauben fest angezogen sind, nach C, D, E und F. Wo diese Linien die der vorigen Station in c, d, e und f schneiden, da entstehen die Ecken der Figur auf der Karte. Dann △ A B F ∽ △ a B f; △ A B E ∽ △ a B e u. s. w.

§. 90.

Eine geradlinichte Figur D E F G H I K aufzumessen, wenn sich innerhalb derselben eine Grundlinie abstecken und aufmessen läßt, in welcher man von drey oder mehrern Stationen nach den Ecken der Figur visiren, und sie auf die Art auf der Karte entwerfen kann. Fig. 79.

1) Nachdem man den Anfang der erwähnten Linie abgesteckt hat, stellt man den Meßtisch in A, und visirt nach so vielen Ecken der Figur, als in der ersten Station sichtbar sind.

2) Man fährt mit dem Abstecken und Aufmessen der Grundlinie A B fort, bis man in B kommt, wo man wieder zu denselben Ecken und zu neuen Ecken visiren kann.

3) Nachdem A B auf dem Meßtische von a nach B abgesetzt ist, stellt man in B den Tisch auf, und visirt nach I, K, D, E, und wo diese Linien die der ersten Station schneiden, sind die Ecken i, k, d und e auf dem Tische. Endlich visirt man nach den Ecken H, G und F.

4) Man geht nun mit dem Abstecken und Aufmessen der Grundlinie von B bis C, und nachdem diese auf dem Tische von b bis C abgetragen ist, wird

derselbe über der Station C nach der Grundlinie aufgestellt, und nach H, G und I visirt, welche dadurch auf der Karte in h, g und f entworfen werden.

5) Ist es möglich von dieser dritten Station zu einem der in den zwey vorigen Stationen bestimmten Puncten zu visiren, so erhält man dadurch eine dritte oder Verificationslinie. Wir wollen annehmen, daß man in dieser dritten Station C das Signal E sehen könne, so legt man das Diopterlineal an die Station C und den bereits auf der Karte bestimmten Punct e, und findet man dann, daß das Signal E gedeckt sey, so sagt man, dieser Punct sey **geprüft** oder **verificirt**. Denn wenn in der Grundlinie AB oder in BC, oder in den Winkeln bey A und B ein Fehler begangen worden wäre, so könnte der Punct e diese Probe nicht aushalten. Zu einer vollkommnen Probe wird nicht allein erfodert, daß das Object E von der Absehenfläche gedeckt werde, sondern auch, daß es mitten in der Spalte des gegen dasselbe gekehrten Diopters stehe. Solche Verificationslinien sind bey einem genauen Landmessen sehr wichtig, und man muß nicht unterlassen, sie da zu gebrauchen, wo es möglich ist. Es ist ein sehr großer Vorzug des Meßtisches vor andern Instrumenten, daß man oft und gleich auf dem Felde die Ausmessungen prüfen und sich von der Genauigkeit derselben versichern kann. Hält aber der Punct E diese Probe nicht aus, und schneidet die dritte Gesichtslinie nicht denselben Punct, welchen die beyden vorigen Visirlinien schneiden, so muß man die Grundlinie AB und

BC

BC nachmessen, und in den Stationen A und B aufs neue die Winkel aufmessen, indem es nothwendig dadurch entdeckt werden muß, wo der Fehler begangen ist, und wie er gehörig verbessert werden müsse.

Anmerkung. Man sieht aus diesen beyden letzten Aufgaben, wie große Genauigkeit, Leichtigkeit und Ersparung an Zeit und Arbeit man bey dem Feldmessen erhält, wenn man die Lage der Objecte durch Visirlinien von zwey Stationen in einer aufgemessenen Grundlinie bestimmt.

§. 91.

Die Karten der Speciallandmeßkunst müssen mit so viel Fleiß und Vollständigkeit aufgemessen werden, daß man auf denselben nicht allein Acker- und Wiesenland nach den einzelnen Wiesen, Strichen und Abtheilungen desselben, ferner Moore, niedriges Gebüsch, Wälder, Seen, Wege u. s. w. erkennen, sondern auch einzelne jedem einzelnen Landmanne zugehörige Aecker, Wiesen und Moore auf denselben nachmessen kann. Dies geschieht, wenn man einen halben Decimalzoll gebraucht, um 100 Ellen zu bezeichnen. Denn, theilt man diesen halben Decimalzoll in 10 gleich große Theile oder halbe Linien, so wird eine halbe Linie = 10 Ellen, und die halbe Linie kann auf dem geometrischen Maaßstabe durch Transversalen oder Querlinien in zehn Theile getheilt werden, deren jeder eine Elle bedeutet. Nach der Länge und Breite des Meßtisches (§. 30) nimmt derselbe nach diesem Maaßstab 3000 Ellen in die Länge und 2000 Ellen in die Breite ein, und ein Kartenblatt enthält 6000000 Quadratellen oder 428$\frac{4}{7}$ geometrische Tonnen

Land, wenn eine Tonne Land = 14000 Quadratellen angenommen wird.

Nachdem also erklärt ist, was auf einer zur Speciallandmessung gehörigen Karte zu entwerfen ist, so kann man weiter fragen: **Welcher Aufmessungsmethode soll man folgen? Wie soll man seine Grundlinien wählen, wenn man auf das Kürzeste, bequemste und sicherste das zu einer Stadt, oder, wenn man will, zu einem ganzen Kirchspiel gehörige Feld aufmessen will?** Man sieht leicht ein, daß die Wahl und Lage der Grundlinien die Hauptsache sey. Denn, sind diese einmal bestimmt, so kann man von ihnen aus entweder durch eine doppelte Messung oder Visirung und Messung von einer Station, oder durch zwey Gesichtslinien von zwey in den abgesteckten und aufgemessenen Grundlinien angenommenen Stationen alle übrige Winkel der Aecker, Wiesen, Moore, Wege u. s. w. bestimmen, so wie es ausführlich in dem fünften Abschnitt: über die Aufmessung unzugänglicher Linien, und in diesem: über die Aufmessung der Figuren, erklärt worden ist. Solche allgemeine Verfahrungsarten oder Methoden zur Aufmessung größerer Landstrecken lassen sich vorzüglich auf 3 reduciren: 1) die **Dreyeckmethode**; 2) **Diagonalmethode**; 3) die **Methode der Parallellinien.** Zur Erklärung dieser Methoden durch ein faßliches Beyspiel wollen wir annehmen, daß die Feldmark einer Stadt aufgemessen werden soll, und daß a, b, c, d, e, f, g, h, i, k u. s. w. (Fig. 80.) die Hauptecken der Aecker und Wiesen sind, welche nebst dem Umfange der Feldmark und dem Grundriß der Stadt auf die Karte gebracht werden sollen.

§. 92.

§. 92.

Die Dreyeckmethode besteht in folgendem:

1) Man wählt zwey erhabene Oerter auf dem Felde A und B, zwischen welchen man eine Grundlinie AB abstecken und aufmessen kann (5—21). An andern hohen Stellen C, D, E, F, G und H wählt man Standpuncte, welche so viel wie möglich gute Dreyecke bilden (§. 71—76), und errichtet daselbst Signale. Ferner errichtet man Signale in den Hauptbiegungen der Markgränze und in den Ecken der Aecker und Wiesen, in a, b, c, d, e, u. s. w.

2) Man nehme Station in A, bestimme nach den Signalen E, D und C zuerst die Winkel der Hauptdreyecke, und visire darauf nach allen andern Signalen in der Markgränze und den Ecken der Wiesen o, p, q, r, l, k, i, u. s. w., welche in dieser Station sichtbar sind.

3) Man stellt darauf den Meßtisch in B nach der Grundlinie AB auf, bestimmt durch eine zweyte Visirlinie das Hauptsignal C, und visirt, wenn es möglich ist, nach o, p, q, r, l, k, i u. s. w., und nach den neuen Signalen d, e, f, s, t u. s. w. in der Markgränze und den Ecken der Wiesen und Aecker.

4) Nach der Dreyeckmethode wird kein Grundlinie weiter gemessen, sondern man stellt den Tisch in C nach den einvisirten Linien AC und BC nach den Signalen in den Grundlinien A und B. In dieser Station visirt man zuerst nach den Signalen in den Hauptdreyecken D und G, und bestimmt auf die Art den Punct G auf der Karte. Dann

visirt

visirt man nach d, e, f, s, t u. s. w. und nach den den neuen Signalen b, c, u, z u. s. w.

5) Man nimmt nun Station in D, wo der Meßtisch nach den einvisirten Linien DA und DC aufgestellt wird, und visirt nach den neuen Signalen E, F und G, wodurch E und G auf der Karte bestimmt werden, und visirt entweder zum zweyten- oder erstenmal nach den andern in der Markgränze und den Ecken der Wiesen und Aecker ausgesteckten Signalen. So fährt man beständig mit Bestimmung der Hauptdreyecke und durch Hülfe dieser mit Bestimmung der Hauptpuncte im Felde fort.

6) Die Biegungen der Markgränze, der Wiesen und Moore bestimmt man durch Linien, welche zwischen den kleinern Signalen abgesteckt werden, und mißt von diesen, als Grundlinien betrachtet, das Fehlende auf.

In der Dreyeckmethode beruht die Genauigkeit der Karte auf die Grundlinie AB und die Hauptdreyecke ABC, ACD, DCG u. s. w. In allen diesen Stationen wird der Meßtisch nicht nach abgesteckten und aufgemessenen Grundlinien, sondern bloß nach einvisirten Linien nach den Signalen aufgestellt. In einem jeden Dreyeck, z. B. ABC, kann im Winkel A ein Fehler von 2 bis 4′ (§. 74) und ein eben so großer Fehler in B Statt finden; also kann der dritte Winkel bey C 4 bis 8′ zu groß oder zu klein seyn. In einem oder zwey Dreyecken würde ein solcher Fehler nicht sehr merklich werden; da man aber das eine Dreyeck auf das andere gründet, so werden die Folgen dieses Fehlers sich schon bey D und C zeigen, noch mehr in E, und noch merklicher in F und G, so daß es immer schwerer und zuletzt unmöglich

wird,

wird, die Winkel FGD und DGC zum Schliessen zu bringen. Die von der Grundlinie entfernten Stationen E, F, G u. s. w. und also die ganze Karte wird mehr und mehr verdrehet, und die Seiten DE, DF, GD u. s. w. desto unrichtiger werden, je entfernter sie von der Grundlinie liegen. Im Jahre 1759 nahm ich Theil an der Aufmessung eines Amts durch die Triangelmethode, und die Erfahrung hat gelehrt und bestätigt, wie schwer und mißlich es ist, den Meßtisch bloß nach einvisirten Linien und sehr entfernten Signalen ohne abgesteckte Linien aufzustellen, und wie trüglich und mühsam die Dreyeckmethode ist.

§. 93.

Die zweyte Methode oder **Diagonalmethode** besteht darin, daß man 1) eine lange nahe an der Gränze des Feldes hinstreichende Linie wählt, absteckt und von dem einen Markzeichen zum andern aufmißt. In dieser Linie nimmt man da Stationen, wo die Umstände es erlauben, und von diesen Stationen aus bestimmt man die sichtbaren Puncte w, p, q, r, l, k, e, f, und s, und die Gränze w A r l f B (§. 38-68).

2) Man wählt dann eine neue Linie oder Diagonale BC von einer guten Lage dergestallt, daß man von den in ihr angenommenen Stationen die Gränze B t u und die Puncte d, e, i, o nebst den Außenseiten des Grundrisses der Stadt bestimmen kann.

3) So fährt man mit den Diagonalen CD und DE fort, von welchen als Hauptlinien die übrigen Puncte im Felde bestimmt werden.

4) Sollte es sich zutragen, daß etwas, was von diesen Diagonalen aus auf der Karte entworfen werden

werden soll, nicht gesehn und bestimmt werden kann, so muß man von der Diagonale eine Seitenlinie ausstecken (§. 53), welche zu der Wiese, Moore, Wald, See u. s. w. hingeht, und diese Wiese u. s. w. nach den bey der Aufmessung der Figuren erklärten Regeln (§. 88. 89) aufmessen.

Die Diagonalmethode ist weit zuverläßiger als die Dreyeckmethode. Bey der Dreyeckmethode hat jeder Fehler seine Folgen, welche sich nicht allein an der Stelle zeigen, wo der Fehler begangen ist, sondern auch unläugbar alle folgende Stationen verändern und die ganze Figur verdrehen. Bey der Diagonalmethode aber wirkt der Fehler nur da, wo er begangen ist; z. B. wenn ein Fehler bey der Aufmessung der Linie von A bis k oder in den einvisirten Linien bey A begangen ist, so werden dadurch nur die von der Station A aus bestimmten Puncten unrichtig, und wenn von k bis B kein Fehler vorgefallen ist, so werden alle von dieser Grundlinie B k bestimmten Puncte vollkommen richtig. Da ferner wirkliche Aufmessung mit der Kette zuverläßiger als die vielen einvisirten Linien sind, und man bey der Diagonalmethode mehrere Male durch das Feld von A bis B, von B bis C, von C bis D, von D bis E mißt, so kann nicht der geringste Zweifel obwalten, daß nicht die Aufmessung nach der Diagonalmethode genauer als nach der Dreyeckmethode werde.

§. 94.

Doch hat die Diagonalmethode die Unbequemlichkeit, daß die Grundlinien in den Winkeln bey B, C und D zu nahe an einander fallen, da sie sich hingegen desto mehr von einander entfernen, je mehr die Diagonalen verlängert

längert werden, mithin die Grundlinien zur Bestimmung der zwischen A und C, B und D, E und C liegenden Puncte zu weit aus einander gehen, und die Objecte zu weit von den Grundlinien entfernt sind. Diese Schwierigkeit wird gänzlich gehoben, wenn man zur **Methode der Parallellinien** übergeht. Diese besteht darin, daß man

1) die erste Grund- oder Hauptlinie AB nahe an der Gränze der Feldmark nimmt, diese absteckt und aufmißt, bis man sich in B (Fig. 82) der Gränze nähert.

2) Man stecke CB senkrecht auf der ersten Hauptlinie AB aus.

3) Man stecke CD senkrecht auf CB aus, stecke sie ab und messe sie. Dies ist die zweyte Hauptlinie.

4) Wenn man in D die Gränze erreicht, breche man die Linie aufs neue unter einem rechten Winkel, und gehe mit ED ungefähr = CB aus.

5) Ferner gehe man aufwärts mit EF aus, wende sich links unter einem rechten Winkel mit FG ungefähr = ED, und gehe wieder herunter mit GH parallel mit FE.

6) So wie man nach und nach diese Hauptlinien AB, CD u. s. w. und die Perpendicularen CB, DE u. s. w. absteckt und aufmißt, nehme man Stationen in denselben an, und bestimme theils durch Messung und Visirung, theils durch zwey einvisirte Linien und gut gewählte Dreyecke die in den Ecken der Aecker und Wiesen und in dem Umfange der Seen und Moore ausgesetzten Signale. Sollte eine Wiese, ein Moor, ein See von keiner der Hauptlinien aus sichtbar seyn, so kann man Seitenlinien

linken zu denselben ausstrecken und sie, auf die Art bestimmen.

Diese Methode der Parallellinien hat alle Vortheile der Diagonalmethode und keinen ihrer Mängel. Da die Hauptlinien parallel sind, und mitten auf dem Meßtische angenommen werden, so hat man gleich weit zu den Objecten beyder Seiten, und kann nie in die Verlegenheit kommen, einigen der auf der Karte zu entwerfenden Puncten zu nahe zu kommen, und von andern sich wieder zu weit zu entfernen. Weil das Feld nach der Länge durch die Hauptlinie A B, C D, E F und G H, und nach der Breite durch die Perpendicularen B C, D E und F G gemessen wird, so kann die Figur auf der Karte sich weniger hier als bey der Dreyeckmethode drehen, wo ein kleiner Fehler in den Winkeln B, C, D verursacht, daß die Entfernung zwischen A und C, zwischen B und D, zwischen C und E entweder zu groß oder zu klein ausfällt. Einige gegen die Methode der Parallellinien gemachte Einwendungen sollen nachher angeführt und beantwortet werden (§. 96).

§. 95.

Wir müssen nun erklären, **wie eine Specialkarte über die Feldmark einer ganzen Stadt aufzumessen ist**, und zur Anwendung der Regeln auf ein bestimmtes Beyspiel, wollen wir annehmen, daß die Felder der Stadt von Süden nach Norden ungefähr 3000 Ellen, und von Osten nach Westen ungefähr 6000 Ellen weit sich erstrecken, und so kann denn die Auflösung dieser Aufgabe durch die Methode der Parallellinien auf folgende Regeln gebracht werden.

1) Zuerst muß man auf der Fluhr umher gehn oder reiten, um sich einen Begriff von der Lage und den auf-

aufstoßenden Hindernissen derselben, von der Lage, Grösse und Namen der Aecker- und Wiesenstücke, Moore u. s. w. zu machen; auch thut man wohl, wenn man aus freyer Hand und nach dem Augenmaaße sich einen rohen Entwurf des Ganzen macht. Dadurch erwirbt man sich eine vorläufige Kenntniß der aufzumessenden Strecke, und entwirft sich einen Plan, wie und nach welcher Richtung man die Haupt- und andere Grund- und Nebenlinien annehmen will. Wir wollen annehmen, daß man in dem gewählten Beyspiele sich entschließe, die Hauptlinie ungefähr von Süden nach Norden streichen zu lassen.

2) Nach dem vorhin über die verschiedenen Aufmessungsmethoden gesagten, muß man der Methode der Parallellinien den Vorzug geben (§. 91. 92. 93). Man frägt nun, wie weit sollen die parallelen Hauptlinien von einander abstehn? Nach dem Maaßstabe der Specialkarten, $\frac{1}{2}$ Decimalzoll = 100 Ellen, faßt der Meßtisch nach der Länge 3000 Ellen, und nach der Breite 2000 Ellen, §. 30. 89). Trägt man daher die Hauptlinie nach der längsten Dimension des Tisches mitten auf denselben, so beträgt die Entfernung der entferntesten von der Hauptlinie aus zu bestimmenden Objecte und Puncte, welche noch auf den Tisch fallen, höchstens 1000 Ellen, und diese Entfernung ist sehr bequem zur Absehung der ausgesteckten Signale. Daraus folgt, daß wenn die Aussenseiten zweyer benachbarten Tischblätter zusammen passen sollen, und damit kein Punct auf dem Felde vorbeygegangen werde oder ausserhalb der Karte falle, die zweyte Hauptlinie ungefähr mitten auf den

angränzenden Tisch fallen, und also der Abstand der parallelen Hauptlinien 2000 Ellen seyn müsse.

3) Ehe man von der ersten oder irgend einer andern Station aus visirt, muß man eine so große Strecke, als man durch eine Arbeit von einigen Tagen aufmessen kann, sorgfältig in Augenschein nehmen. Ueber die Aecker- und Wiesenstücke, Moore, niedriges Gehölz, Wege u. dergl. macht man sich nach dem Augenmaaße einen rohen Entwurf oder Brouillon, und läßt an den Ecken der Wiesen u. s. w. kleine Pfähle einschlagen, auf welche man mit Röthel (denn Röthel ist dauerhafter als Bleystift oder Dinte) Buchstaben oder Nummern schreibt. In den Biegungen der Wiesen, Moore, des niedern Gehölzes u. s. w. schlägt man gleichfalls Pfähle ein, die mit Zahlen bezeichnet werden können, und bey jeder besondern Wiese oder Moore, welches mit den vorige nicht zusammenhängt, kann man mit neuen Nummern anfangen. In den Hauptbiegungen der Befriedigungen und Gränzzeichen müssen auch kleine Pfähle eingeschlagen werden, welche man mit römischen Zahlen bezeichnen mag. Diese **Ausmerkung** oder **Einpfählung** muß fleißig und allenthalben vorgenommen werden, auch immer vor der Bestimmung oder Aufmessung der Puncte von der Hauptlinie aus vorhergehen. Man thut wohl, im Brouillon den Ort anzudeuten, wo ein Pfahl nebst seinem Nummer oder Buchstaben eingeschlagen ist. Dies dient dazu, daß man siehet, wie viele Pfähle man in jeder Wiese hat, und sie in der Station kennen kann.

4) Will

4) Will man in dem angegebenen Beyspiel die Hauptlinie ungefähr nach Norden streichen lassen, so muß man die Aufmessung an der südlichen Gränze, und zwar ungefähr 1000 Ellen von der östlichen Gränze, anfangen. Hier nimmt man die erste Station an, stellt den Meßtisch auf (§. 44), steckt nach der gewählten Direction der ersten Hauptlinie dieselbe aus (§. 53), und trägt sie auf den Meßtisch, oder man kann auch zuerst einen Theil der Hauptlinie absteckeu und nachher den Tisch nach der mitten auf demselben gezogenen Linie aufstellen (§. 44).

5) Man läßt dann einen zuverläßigen und geübten Gehülfen zu allen in den Ecken der Aecker- und Wiesenstücke eingeschlagenen Pfählen gehen, und denselben so lange das Signal senkrecht über jedem der Pfähle halten, bis man ihm vom Tische her ein verabredetes Zeichen gibt, daß man die Linie einvisirt und mit der Spitze eines Zirkels aufgezogen hat. Der Gehülfe geht nun weiter bis zum nächsten Pfahl, und hält das Signal über demselben, bis man visirt hat, und so setzt er seine Arbeit auf die Art fort, daß er den Buchstaben oder die Nummer eines jeden Pfahls und dessen Stelle in der Ordnung, in welcher er gearbeitet hat, ordentlich und deutlich aufschreibt. Der Landmesser schreibt fürs erste nur die Nummern an die einvisirten Linien in der Ordnung, in welcher sie aufgetragen worden sind; wenn aber der Gehülfe zum Tische zurück kommt, welches so oft geschehen muß, als man 15 bis 25 Linien einvisirt hat, so schreibt der Landmesser mit seinem Bleystift die rechten Namen, Nummern, Buch-

staben, welche sein Gehülfe ihm bringt, auf, und nimmt die vorher auf den Tisch geschriebenen Namen mit Löschleder, elastischem Gummi (Gummi Chatschou) weg, worauf man dann auf die vorher beschriebene Weise aufs neue anfängt, Gesichtslinien einzuvisiren, wenn noch deren zurück sind.

6) Darauf sezt man den Tisch weg, geht an die Absteckung und Aufmessung der Hauptlinie (§. 5-21), und sezt, wenn man so weit vorgerückt ist, daß man gut gebildete Dreyecke zwischen mehrern Puncten erhalten kann (§. 71—76) die Linie auf den Tisch ab, und bringt diesen in die zweyte Station (§. 44). Auf die Num. 5 beschriebene Art visirt man nun nach denselben Puncten, zu welchen man in der ersten Station Gesichtslinien einvisirt hat, worauf man nach neuen Puncten Linien ziehet.

7) Ist man in der zweyten Station fertig, so wird die Grundlinie weiter vorwärts abgesteckt und aufgemessen, bis man an einem bequemen Orte die dritte Station erhalten kann. Dann visirt man zum zweyten Mal nach den schon in der zweyten Station einvisirten Puncten, und sucht neue Visirpuncte, wie in Num. 5. Kann man in der dritten Station einige schon in der ersten und zweyten Station bestimmte Puncte sehen, so muß man nie vergessen, eine dritte oder Verificationslinie zu denselben zu ziehen (§. 88). Trifft diese ganz genau ein, so ist man vollkommen gewiß, daß sich weder bey der Absteckung und Aufmessung der Hauptlininie, noch bey Einvisirung der Gesichtslinien ein Fehler eingeschlichen hat, und auf die Art muß man

man beym Feldmessen immer mit sichern und geprüften Schritten vorwärts gehen.

8) Obgleich die meisten Puncte auf dem Felde am geschwindesten durch zwey einvisirte Gesichtslinien abgelegt werden können, so kann man doch auch sehr oft durch Visirung und Messung (§. 58), oder durch eine der vorher bey der Aufmessung unzugänglicher Linien (§. 58—68) und der Aufmessung der Figuren (§. 82—89) erklärten Methoden, Puncte bestimmen.

9) Oft wird es sich zutragen, daß ein oder anderes Object, welches auf die Karte gebracht werden soll, nicht von der Hauptlinie aus gesehen werden kann. Dies kann z. B. ein See, Moor oder Wiese seyn, welche in einem tiefen Thale liegt. In diesem Fall steckt man von der Hauptlinie aus eine Seitenlinie (§. 53) in einer solchen Direction ab, daß man mit einer abgesteckten und aufgemessenen Linie zu dem Objecte kommen kann, welches man dann von dieser Linie aus in gehöriger Verbindung mit der Hauptlinie aufmißt, und auf die Karte bringt. Ein für allemal erinnere ich hier, daß die erste Absetzung und Auftragung der Figuren, Aecker, Wiesen, Moore, Seen u. s. w auf die Karte auf dem Felde, da man noch die Natur vor Augen hat, nach den einvisirten und gemessenen Linien in dem oben erwähnten Brouillon geschehen muß, worauf man dann zu Hause das Ganze mit Tusch anlegt.

10) Auf die Art fährt man mit der Absteckung und Aufmessung der ersten Hauptlinie und Annehmung der Stationen in derselben fort, bis man sich der nordlichen Gränze nähert, welches am andern Ende des Tisches geschehen wird, weil wir die Feldmark

ungefähr 3000 Ellen lang angenommen haben. Sollte dieselbe aber noch länger seyn, so müßte man ein zweytes Tischblatt mit dem ersten combiniren oder zusammenfügen, und die Aufmessungen auf dem zweyten Tischblatte auf die Art fortsetzen, wie Num. 11 erklärt werden soll. Hat man denn nun entweder auf einem oder zwey oder mehrern Tischblättern die nordliche Gränze erreicht, so steckt man eine Linie nach Westen senkrecht auf der ersten Hauptlinie aus (§. 93. Num. 2). Diese Perpendiculare, von der aus man einen Theil der nordlichen Gränze, und die nahe an derselben liegenden Puncte bestimmen kann, wird ungefähr bis auf 1000 Ellen verlängert. Man steht dann am Rande des ersten Tisches, hat den ganzen ersten Tisch angefüllt, und alles, was in dieser Strecke der Feldmark, welche 3000 Ellen von Norden nach Süden lang, und zwey tausend Ellen von Osten nach Westen breit ist, liegt, aufgemessen und auf die Karte gebracht.

11) Man bedarf nun eines zweyten Tisches, und soll einen zweyten mit dem ersten combiniren oder verbinden, so daß diese mit den zusammengehörenden Seiten an einander gelegt, einen zusammenhängenden Raum ausfüllen. Diese **Combination** oder **Verbindung** geschieht auf folgende Art. Von dem letzten Puncte der Perpendiculare aus, ungefähr einen halben Zoll von dem äußersten Rande des Tisches, steckt man eine Kreuzlinie auf dem Felde, so genau als möglich, senkrecht auf der Perpendiculare, ab. Auf dem ersten Tische errichtet man eine Perpendiculare nach der Perpendiculare auf dem Felde, bringt die Station

auf

auf dem Tische über die Station auf dem Felde, durch welche die Kreuzlinie geht (§. 45), und ziehet diese auf dem Tische. Darauf nehme man das zweyte Tischblatt, ziehe oder verlängere, nachdem man beyde Tische mit den Rändern zusammengelegt hat, die Perpendiculare auf den zweyten Tisch über, und nehme die Combinationsstation gleichfalls einen halben Zoll vom Tischrande. Darauf bringe man den zweyten Tisch nach der Perpendiculare über die Kreuzlinie (§. 45), welche auf den Tisch aufgetragen wird. Es fällt in die Augen, daß diese Kreuzlinie die Combinations- oder Verbindungslinie zwischen dem ersten und zweyten Tischblatte wird, weil sie einen gleich großen Winkel mit den Perpendicularen macht. Man kann zu desto größerer Genauigkeit bey der Combination außerhalb der Kreuzlinie mehrere Stäbe setzen, zu welchen man von beyden Tischen visiren kann.

12) Die Perpendiculare wird nun auf dem großen Tische abgesteckt und aufgemessen, und von derselben aus nach Num. 3. 4. 5. 6 und 7 die Puncte und Objecte auf dem Felde bestimmt, bis man ungefähr 1000 Ellen auf diesem Tische oder bis zu dessen Mitte vorrückt, wo man dann eine Perpendiculare auf der Perpendicularen errichtet, und dieselbe von dem Tische herab aufs Feld ausstecket (§. 53). Dies ist die zweyte Hauptlinie (§. 93. Num. 3), welche man über den ganzen Tisch verlängert, und von derselben aus Winkel und Objecte auf dem Felde bestimmt, wie es bey der ersten Hauptlinie in Num. 3. 4. 5. 6 und 7 erklärt ist.

13) Ist nun diese zweyte Hauptlinie ebenfalls 3000 Ellen lang geworden, so befindet man sich wieder an der südlichen Seite der Gränze der Feldmark, und hat eine so große Strecke auf die Karte gebracht, als das Tischblatt fassen kann. Man steckt dann eine Perpendiculare nach Westen aus, und ist diese 1000 Ellen lang geworden, so befindet man sich am Rande des zweyten Tisches, mit welchem der Rand des dritten Tisches combinirt werden soll (Num. 11).

14) Die Perpendiculare wird auf den dritten Tisch hinüber 1000 Ellen verlängert, wo man dann in der Mitte des dritten Tisches ist, und die dritte Hauptlinie ausstreckt. Diese wird abgesteckt und aufgemessen, und von derselben aus alle die Puncte bestimmt, welche auf den dritten Tisch fallen, eben so, wie es bey der ersten Hauptlinie erklärt ist. Auf die Art hat man dann auf drey Tischblättern die ganze Feldmark mit allen ihren Aecker- und Wiesenstücken, Mooren, Seen, Wegen, niedrigem Gehölze, Waldung u. s. w. entworfen.

15) Der Grundriß der Stadt nebst deren Häusern und Gebäuden muß nun auch noch verfertigt werden. Dieß geschieht, indem man mit einer Linie von den Haupt- oder Seitenlinien in die Stadt geht, nach der Lage der Straßen und Gebäude mit mehrern gebrochenen Linien dieselbe durchstreift, und von diesen aus durch Perpendicularlinien die Ecken der Gebäude, Gartenbefriedigungen u. s. w. bestimmt (§. 65). Die Außenseiten bestimmt man entweder von den Haupt- und Seitenlinien aus, oder dadurch, daß man mit gebrochenen Linien um die Stadt herum geht (§. 85).

16) In

16) In Rücksicht der Art, Aecker, Wiesen, Moore, Seen u. s. w. zu zeichnen, gibt es verschiedene Methoden. Die von der Königl. (dänischen) Rentekammer eingeführte und anbefohlene ist durch eine eigends dazu gestochene Platte von Probenzeichnungen allgemein bekannt gemacht. Die Lage oder Situation der Hügel und Thäler muß auch auf der Karte angegeben werden. Uebrigens ist es nicht gut, zur Auszeichnung der Karten viele oder dicke Farben anzuwenden; höchstens legt man Gebäude mit Karmin und Wasser mit dem sehr schönen **Günterblau** an, welches sich sehr gut vertreiben läßt. Müllers Florentiner-Lack ist so schön, daß man es statt des kostbren Karmins gebrauchen kann.

17) Bey Aufmessung von Aeckern muß man wenigstens die Direction derselben nach Osten, Süden oder Norden angeben. Ist die aufgemessene Feldmark noch in Gemeinheit, welches gewöhnlich der Fall ist, so hat man noch eine Specialaufmessung über die Aecker-, Wiesen-, Moor- und Waldantheile, letztere mögen nun in großem Gehölze oder niedrigem Gebüsch bestehen, vorzunehmen. Diese Specialaufmessung weißt aus, wie groß der Antheil eines jeden ist. Zu dem Ende mißt man die Breite der Antheile an beyden Enden mit der Kette, und bemerkt zugleich bey dieser Aufmessung die Breite der Aecker, Wiesen u. s. w. eines jeden insbesondere. Hat man nun die Breite an beyden Enden gemessen, und auf die Karte getragen und abgesetzt, und sie mit Nummern in der Mitte bezeichnet, so kann man die Länge derselben auf der Karte nehmen. Hierüber verfertigt man sich ein

Special-Aufmessungs-Protokoll, welches man nach den Gränzzeichen und Abtheilungen einrichtet, und bey jeder Abtheilung die Nummer der Aeckern, den Namen des Besitzers oder Pächters, und die Breite des Ackers oder der Wiese an beyden Enden, so wie die Länge derselben einzeichnet. Soll die Feldmark nachher ausgetheilt werden, aber nicht nach den im Gebrauch gehabten Erdarten, sondern nach Hartkorn, so daß jedem in Verhältniß seines Hartkorns, Pachtgeldes oder seiner Abgaben der ihm zukommende verhältnißmäßige Theil der Feldmark zugetheilt werden soll, so ist keine Specialaufmessung nöthig, und und dies kann nur der Fall seyn, wenn in der Stadt nur ein Besitzer ist; sobald deren aber mehrere sind, muß die Specialaufmessung vorgenommen werden.

§. 96.

Die in §. 94 ausführlich beschriebene Aufmessung einer Feldmark ist nach der Methode der Parallellinien vorgenommen worden. Diese ist in jeder Hinsicht die vollkommenste und beste (§. 93), und hat den so wichtigen Vortheil, daß die Haupt- oder Grundlinie, von der aus die Puncte bestimmt werden sollen, mitten in der auszumessenden Strecke liegt, und man mit der möglich größten Bequemlichkeit und Gewißheit nach allen Distrikten kann, was auf den Meßtisch kommen soll; da hingegen, wenn die Hauptlinien nicht mitten auf dem Tische angenommen werden, und nicht parallel sind, man einigen Objecten zu nahe kommen, von andern sich wieder zu weit entfernen wird (§. 93), weswegen man sich genöthigt siehet, zur Auftragung dieser Objecte mehrere

Seiten-

Seitenlinien zu ziehen (§. 94. Num. 9), welches mehr Zeit erfodert und mehr Mühe kostet.

Doch kann es sich sehr leicht treffen, daß man der Methode der Parallellinien nicht genau folgen kann; z. B. wenn die Aecker und Wiesen der Feldmark in einem Walde liegen, oder die Feldmark große Hügel und tiefe Thäler hat. In dem ersten Fall muß man die Hauptlinien auf einem jeden Tisch nach den Oefnungen des Waldes annehmen, und in diesem Fall die Grundlinie nach den höchsten Oertern wählen, weil dieselbe unnütz wäre, wenn sie durch ein Thal durchstriche, wo man keine Objecte bestimmen kann. **Wenn man nun aber auch Hauptlinien oder Directionen derselben wählt, welche nicht parallel sind, so muß man sich doch, so viel als möglich, der Mitte des Meßtisches nähern, und bey der Combination oder Verbindung der Tischblätter genau darauf aufmerksam seyn, daß die Tischblätter nach ihrer Höhe und ihren Seiten wohl zusammen passen, daß das eine oder andere nicht schief angelegt werde, oder höher oder niedriger als das andere zu liegen komme, sondern daß mehrere combinirte Tischblätter Rechtecke werden, welche eine Seite gemeinschaftlich haben;** denn sonst würden Oefnungen zwischen ihnen entstehen, und es Stücke der Feldmark geben, welche auf keines der Tischblätter fallen; sondern es müßte ein neues Stück eingesezt werden, welches aber bey der Aufmessung, Absetzung und Zeichnung eine verdrüßliche Arbeit, Zeitverlust und grössere Weitläuftigkeiten, als nöthig wäre, verursacht.

In sehr gebirgichten Gegenden sind Aufmessungen immer sehr schwierig. Es ist daher dann wohl keine andere Methode möglich, als in den fruchtbaren, angebaueten

baueten und bewohnten Thälern die Grundlinien anzunehmen, und durch einvisirte Linien Puncte auf den hohen Felsen und die auf der Karte zu entwerfenden Stellen zu bestimmen. Jeder, der das, was bis jezt von der Landmeßkunst erklärt worden ist, versteht, und zugleich die erfoderliche practische Uebung und Fertigkeit hat, wird nicht verlegen seyn, wenn er in gebirgichten Gegenden Aufmessungen vornehmen sollte. Es könnte auch gerne der Fall seyn, daß das Land so gebirgicht wäre, daß man sich mit der Dreyeckmethode, nicht als sey sie die beste, sondern weil sie dann die einzig mögliche seyn würde, begnügen müßte.

In der Uebersetzung meiner Schrift: over den Opmaalings Methode, som er brugt ved de Danske geographiske Karter, hat der Herr Major von Aster in den Anmerkungen zu Seite 23, 32 und 37 einige Einwendungen gegen die Methode der Parallellinien gemacht, und der Dreyeckmethode den Vorzug gegeben. Seine Einwendungen gehen vorzüglich darauf hinaus, „daß es „auf dem Felde schwer halte, geraden Linien zu folgen, „und sie parallel zu halten, und diese Methode in gebirg„ichten Gegenden gar nicht anzuwenden sey.„

Die Absteckung gerader Linien und deren Parallelismus finden nach einer zuverläßigen Erfahrung keine Schwierigkeit; auch haben die dabey unvermeidlichen kleinen Fehler keine bedeutende und merkliche Folgen. Ich habe von dem Jahre 1761 bis 1766 jährlich zu den geographischen Karten 16 bis 20 Quadratellen aufgemessen, und auf jeder dieser Karten zwey, drey ja vier parallelle Hauptlinien gehabt, von welchen einige 3 bis 4 Meilen lang waren. Diese Karten hatten alle die Genauigkeit, welche man von Aufmessungen durch Hülfe des Meßtisches billiger Weise verlangen kann.

kann. Von dem Jahre 1755 bis 1769 habe ich durch trigonometrische Operationen nicht allein meine eigenen geographischen Landmessungskarten, sondern auch die der Herren **Wessel**, **Morville**, **Skanke**, und **Hedemark**, welche alle durch die Methode der Parallellinien aufgenommen waren, geprüft, und richtig und gut befunden, wenn man das Einlaufen des Papiers in Anschlag bringt, welches immer Statt finden wird, welcher Methode man sich auch bedient. Einen wichtigern Erfahrungsbeweis für die Richtigkeit der Methode der Parallellinien wird man wohl nicht verlangen; doch muß man das nicht in einem so ängstlichen und buchstäblichen Sinne nehmen, als wenn die Linien im strengsten geometrischen Verstande parallel seyn müßten. Fallen die Hauptlinien nur ungefähr auf die Mitte des Tisches; sind die Biegungswinkel nur richtig bestimmt und die Combination der Tischblätter nur genau, so ist es genug. Herr Major **von Aster** gedenkt nicht der Fehler der Dreyeckmethode, wenn diese bey einem jeden Winkel auf dem Meßtische 2 bis 3 Minuten (§. 74) betragen. Berechnet man die Folgen dieser Fehler, so wird der sich endlich ergebene Fehler viel größer als bey den Parallellinien werden. Uebrigens werde ich mit dem würdigen Herrn Major **von Aster** leicht einig. Er läugnet die Brauchbarkeit der Methode der Parallellinien auf ebenem Lande nicht, und ich behaupte nicht, daß dieselbe in gebirgichten Gegenden angewandt werden solle. Zum Schluß kann ich nicht umhin, zu bemerken, daß, wenn ich gegen die Dreyeckmethode spreche, ich es nur unter der Bedingung thue, wenn man sie beym Landmessen mit dem Meßtische gebrauchen will; dahingegen ist die Dreyeckmethode vortreflich und empfehlenswerth, wenn man sie zu trigonometrischen Operationen durch grössere Instrumente, z. B.

den geographischen Cirkel von einem Fuß im Radius, und den Quadraten von 2 bis 9 Fuß im Halbmesser anzuwenden die Absicht hat.

§. 97.

Es ist eigentlich nur die Speciallandmessung, welche ich hier erklärt habe. Will man Unterricht in der geographischen Landmessung haben, so findet man diesen in meiner Schrift: **Beskrivelse over den Opmaalingsmaade, som erbrugt ved de danske geographiske Karter, Kiöbenhavn 1779**, von welcher der Sächsische Ingenieur-Major **F. L. von Aster** eine deutsche Uebersetzung, Dresden 1787, herausgegeben hat, in **Rauschs practischen Mathematik. Die Feldmeßkunst, erster Band, Presburg 1788**, pag. 143-161; in **A. G. Böhms Abhandlung, wie ein ganzes Land durch geometrische und astronomische Beobachtungen aufzunehmen, Dresden 1793**, und **J. T. Mayers vollständigen Anweisung zur Verzeichnung der Land- und Seekarten**, auch einer sehr guten Schrift, worin ein Theil der geographischen Landmessung abgehandelt wird.

Ueber die **Geodäte** oder **Eintheilung der Felder in gleiche oder verhältnißmäßige Theile** kann man folgende Schriften nachlesen: *l'ecole des arpenteurs par A. de la Hire*, Paris 1732. pag. 213-252. *Ozanam de la division des champes*, welche man in seinem *Usage du compas de proportion a la Haye* 1791 findet. **Wilkens Landesvermessungen, Frankfurt und Leipzig 1765**, pag. 289-325, und desselben Verfassers **neue Methode, den Inhalt geradlinichter Flächen zu finden und einzutheilen, Halle 1757.**

D. Vollem-

D. Vollembaus Anweisung zu Felder- und Land-Theilungen, Hannover und Leipzig 1773. F. K. Schleicher Beyträge zur practischen Meßkunst, 1. Heft, Frankfurt 1793, und Morvilles geometriske og økonomiske Jordbelings- und Jordskiftnings-Lære, Kiöbenhavn 1791. Diese in jeder Hinsicht classische Schrift enthält eine neue Anwendung der Algebra auf die Vertheilung der Felder. Gegen die Formirung und Auflösung der Gleichungen läßt sich nichts erinnern, ausgenommen, daß sie an einigen Stellen zu lang und weitläuftig sind; soll aber die Anwendung derselben auf wirkliche Fälle und practische Arbeiten Statt finden, so ist es eine große Frage, wie zuverläßig die angenommenen Zahlbestimmungen sind, um Berechnungen darauf bauen zu können, z. B. auf einem wie großen Stücke Land eine gewisse Quantität Heu geärndtet oder ein Stück Großvieh gegraset werden könne u. s. w. Aus vielen triftigen Gründen bin ich gar nicht mit diesem Verfasser über die von ihm angenommene Claßification der Erden und den Taxationsfuß einig, welcher doch der Grund der Vertheilung und Ausgleichung ist.

Von dieser Schrift des Herrn Morville hat J. W. Christiani einen kernvollen Auszug mitgetheilt: die Lehre von der geometrischen und ökonomischen Vertheilung der Felder, Göttingen 1792. Er hat weggelassen, was in erwähnter Schrift willkührlich und local für Dänemark ist, und bloß das Allgemeine und Mathematische beybehalten.

Ueber die Militär-Landmessung kann man folgende Schriften bemerken: *Coup d'oiel militaire* von Z. D. T. von Pirscher, Berlin 1775. F. C. Müllers Abhandlung über das Aufnehmen der Situationskarten nach bloßem Augenmaaße,

Münster

Münster 1788. F. L. Müller vom Gebrauch der Taschenuhren zum Aufnehmen militärischer Situationskarten, Berlin 1777. F. L. Jetze Praxis auf dem Felde und Papier, nebst einer leichten Art, militärische Plane aufzunehmen, Breslau 1776. J. S. Rawerts Forelasninger over Landmaalingen, Kiöbenhavn 1793. Letzterer handelt die Militär-Landmessung sehr gut ab, und empfiehlt sich vorzüglich durch schöne und deutliche Proben von militärischen Kartenzeichnungen auf den Tafeln 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 13, 14, 15 und 16.

Ueber die Markscheidekunst oder Aufmessung der Gruben unter der Erde, findet man Unterricht in A. Böhms Anleitung zur Meßkunst, Frankfurt 1789, pag. 241-304. J. F. Weidler hat herausgegeben: *Institutiones Geometriæ subterraneæ*, Wittenberg 1726, wozu Kästner Anmerkungen und Verbesserungen hinzugefügt hat: Anmerkungen über die Markscheidekunst nebst einer Abhandlung von Höhenmessungen durchs Barometer, Göttingen 1775. Ein sehr vollständiges Werk über diese Materie ist: Gründliche Anleitung zur Markscheidekunst von J. F. Lempe, Leipzig 1782. Von französischen Verfassern kann man sich merken: la Geometrie souterraine par M. de Genssonet, Montpellier 1776, und Geometrie souterraine elementaire, theorique et practique par M. du Hamel, Paris 1781.

Siebenter Abschnitt.

Zusammensetzung, Berechnung, Zeichnung, Copirung und Reduction der Specialkarten.

§. 98.

Nachdem die Aufmessung einer ganzen Feldmark auf die Art beendigt ist (§. 94), so müssen nun die Karten von dem Rande des Tisches abgeschnitten, und nach den Combinationslinien zusammengefügt werden (§. 94. Num. 11). Man kann von dem Tisch- oder Kartenblatte, welches oben liegen soll, entweder einen Schnitt bis an die Combinationsstation ausschneiden, oder eine feine Nadel durch die Station stechen, und solche in derselben Station auf dem zweyten Kartenblatte festsetzen, und die beyden Blätter so lange verschieben, bis alle Combinationslinien über einander zu liegen kommen, und die Hauptlinie oder Perpendiculare auf dem einen Tische mit der Perpendiculare oder Hauptlinie auf dem andern Tische zusammen fällt, welches man durch ein richtiges Lineal genau prüfen muß. Damit man dieses Zusammenpassen sehen könne, schneidet man **eine kleine viereckige Oeffnung** oder Raute in die Combinationslinien des obern Tisches und zwar so weit als möglich von der Station entfernt, und wenn alle Linien und Winkel auf beyden Tischen genau zusammenpassen, heftet man sie dadurch zusammen, daß man feine Nadeln in den Tisch

schlägt, etwas Mundleim anfeuchtet (§. 41), und damit das obere Kartenblatt in der Mitte und beyden Enden bestreicht. Man reibt dann mit dem Nagel oder einem kleinen glatten und ebnen Knochen die obere Karte an die untere, und leimt sie dergestallt lose an einander. Sollte sich ein Object auf dem einen Tische befinden, welches durch Gesichtslinien des andern Tisches bestimmt ist, so muß man genau zusehen, ob diese Gesichtslinien das Object treffen, und geschieht das, so ist das ein **guter Beweis der Richtigkeit der Aufmessung und Combination.** Wenn alle Gesichtslinien genau übereinstimmen, so hat man nicht nöthig, weiter eine Verschiebung oder Veränderung vorzunehmen, und kann die Blätter nach ihrer ganzen Länge zusammenleimen. So fährt man fort, das zweyte Blatt mit dem dritten, das dritte mit dem vierten u. s. w. zu vereinigen und zusammen zu leimen.

§. 99.

Nachdem die Karten zusammengefügt sind, leimt man noch um den Rand derselben so viel weisses Papier, daß Platz für die Cartouche, den Maaßstab, Kartenzeichnungen, Richtung der Magnetnadel, und für einen Namen um die Karte entstehe. Die Figur der **Cartouche** ist willkührlich; man flegt sie mit einer passenden ungezwungenen Zeichnung auszuzieren; doch kann derjenige, welcher in solchen Arbeiten nicht geübt ist, dieselbe in einen viereckigen mit stärkern und dickern Linien aufgezogenen Namen einschließen. Der Titel enthält den Namen des Amts, Herrschaft, Gemeinde, Stadt, nebst dem Namen des Landmessers und der Jahreszahl. Alles dieses schreibt man mit Römischen oder andern hübschen und gut ins Auge fallenden Buchstaben. Schöne

Schrift

Schrift und gut ins Auge fallende Buchstaben sind die schönste Zierde einer Karte, und wäre auch die Zeichnung noch so schön, so wird sie doch durch elende Schrift und häßliche Buchstaben entstellt. Dadurch, daß man die schönen Buchstaben auf den gestochenen französischen und englischen, und ich darf hinzufügen, dänischen Karten nachahmet, wird ein geschickter Landmesser sich Fertigkeit in schöner Schrift erwerben.

Den **Maaßstab** zeichnet man in einer Länge von 5 Zoll = 1000 Ellen, wenn ein halber Decimalzoll 100 Ellen bedeutet (§. 89), und theilt denselben dergestallt ein, daß man einzelne Ellen messen kann. Man findet ihn auf dem Diopterlineal, und hat nur nöthig, ihn darnach zu kopiren. Dies ist also der Maaßstab, nach welchem die Auftragungen auf den Meßtisch vorgenommen worden sind; aber dieser Maaßstab paßt nicht mehr, wenn die Blätter abgeschnitten sind, nämlich wegen des Einlaufens des Papiers (§. 41). Auf den vielen auf die Kartenblätter oder deren Ramen abgesetzten Distanzen nehme man nach dem Meßingmaaßstabe 1000 Ellen, so hat man die Größe des Einlaufens. Sollte sich ein einigermaaßen merklicher Unterschied zeigen, so muß man die Mittelzahl des ungleichen Einlaufens des Kartenpapiers annehmen. Diese eingelaufenen 1000 Ellen theile man in zehn Theile, jeden Theil wieder in zehn kleinere Theile, und jeden dieser Theile durch Transversalen aufs neue in zehn Theile. Ich halte es für sehr nothwendig, daß man auf jeder Karte **einen Maaßstab des Einlaufens** finde.

Die **Kartenbezeichnungen**, nämlich wie man Ackerland, Wiesen, Moore, niedriges Gebüsch, Wald u. s. w. angedeutet habe, bringt man in eine Ecke oder

einen andern bequemen Ort, und schließt sie in einen Ramen ein. Die auf den Karten befindlichen Richtungen der Magnetnadel führt man durch Parallellinien nach einem bequemen Orte hin. Man errichtet auf dieser Richtung der Nadel eine senkrechte Linie, beschreibt einen größern und kleinern Kreis, und theilt die **Kompaßrose** in vier oder acht Himmelsgegenden ein. An die Nordlinie schreibt man, ob es die abweichende sey oder nicht, und weiß man die Abweichung, so merkt man sie an (§. 40).

Den Theil der Zeichnung, welcher noch zurück seyn möchte, z. B. die Außenseiten der Aecker, Wiesen, Moore u. s. w., wovon ein Theil auf besonderen Tischen liegt, kann man erst fertig machen. Nachher macht man die Karten rein, und reibt sie mit weissem Allaunleder, altem Weißbrodt, oder Gummi elasticum ab.

§. 100.

Wenn man eine Karte berechnen oder deren Flächeninhalt in Quadratellen finden soll, so kann diese Berechnung entweder eine **Generalberechnung** über den Inhalt der ganzen Karte, oder eine **Specialberechnung** über den Inhalt einer gewissen Strecke, oder die **specialeste Berechnung** über den Inhalt der einzelnen Aecker, Wiesen u. s. w. in einer jeden Strecke seyn. Zuerst soll hier erklärt werden, **wie man die Generalberechnung über eine ganze Karte vornimmt.**

Erste Art.

1) Man theilt die Karte zuerst in so große Dreyecke als möglich, z. B in A B C und A B D (Fig. 83) ein. Die um diese herum liegende Fläche theilt man wieder in so große Dreyecke als möglich, z. B.

z. B. EFC, EBG, HBI, IKL, KMD, DNO, NPQ, QRA. Man erhält auf die Art einen immer kleinern Raum zum Eintheilen in Dreyecke, und die Dreyecke werden immer kleiner und kleiner. Hiemit fährt man so lange fort, bis die kleinen Theile der krummen Gränze der Karte für gerade Linien angesehen werden können.

2) Wo man zwey Dreyecke, wie ABC und ABD, findet, welche auf einer und derselben Grundlinie stehen, so bilden diese ein Trapezium ADBC, dessen Inhalt man findet, wenn man die halbe Grundlinie AB mit der Summe der Höhen CX + DV multiplicirt. Die andern Dreyecke, z. B. CFE, EBG, BIH u. s. w. welche kein Trapezium bilden, muß man für sich besonders ausrechnen, indem man die Grundlinie mit der halben Höhe multiplicirt, wobey jedoch zu merken ist, daß man bey Ausrechnung der kleinern Dreyecke, z. B. CEF, kein Perpendikel von der Spitze F auf die Grundlinie CE zu fällen nöthig hat, sondern nur den Zirkel in F sezt, und denselben so weit öfnet, bis ein aus der der Grundlinie CE gegenüber liegenden Spitze beschriebener Bogen dieselbe berührt, wo dann diese Oefnung des Zirkels die perpendiculare Höhe des Dreyecks ist.

3) Addirt man nun den Inhalt aller dieser Trapezien und Dreyecke, so hat man den Inhalt der krummlinichten Figur des Feldes.

Zweyte Art.

Man verfertige eine große Menge von Rechtecken, von verschiedener Höhe und Breite und ungleichem Quadratinhalt, welchen man auf dieselben schreibt, z. B.

16000000, 14000000, 12000000, 1000000 bis auf 20000 Quadratellen herunter. Diese kann man sich von Meßing, Horn oder starkem Papier machen lassen. Man suche die Oberfläche der Karte mit diesen Figuren zu bedecken, zuerst mit den grössern, nachher mit den kleinern, ziehe mit Bleystift genau an den Seiten derselben Linien, und schreibe den Quadratinhalt derselben nieder. So fährt man mit den Rechtecken fort, bis zuletzt nur kleine und krummlinichte Figuren zurückbleiben. Diese theilt man in Dreyecke, rechnet diese aus, und addirt den Inhalt derselben zum Inhalt der Rechtecke.

Bey der **Specialausrechnung** theilt man die einzelnen Abtheilungen in Dreyecke, rechnet diese aus, und merkt den Inhalt einer jeden an. Bey der **specialesten Berechnung** rechnet man für jeden einzelnen Mann in dem Dorfe jedes der ihm gehörigen Stücke Acker- oder Wiesenlandes, Torfmoors u. s. w. aus. Die Breite an beyden Enden nimmt man aus der Specialaufmessung (§. 93. Num. 3), die Länge aus der Karte, und findet den Flächeninhalt, wenn man die halbe Summe der doppelten Breite mit der Länge multiplicirt. Der Quadratinhalt wird nebst der Nummer des Ackers und dem Namen der Abtheilung und des Eigenthümers in das Aufmessungsprotocoll eingetragen. Wenn man diese einzelnen Stücke aus dem Aufmessungsprotocoll auszieht und zusammen addirt, so findet man, wie viele Quadratellen der Aecker- oder Wiesenland, Moore u. s. w. ein jeder in der Gemeinheit gehabt hat.

§. 101.

Bey der Ausrechnung einer Karte müssen die Höhen und Grundlinien aller Figuren nach dem Maaßstabe des Einlaufens gemessen werden. Denn dann erhält man den

den Quadratinhalt nach der wirklichen Grösse, welche die Linien auf dem Felde hatten und auf der Karte haben müssen, nachdem man durch den Maaßstab den Fehler gehoben hat, welcher sonst aus dem Einlaufen entstehen würde. Mißt man hingegen die Höhen und Grundlinien der Figuren nach dem Meßingmaaßstabe, so findet man alle Linien kürzer als sie seyn sollten, und also den Quadratinhalt zu klein. **Wenn der Generalinhalt einer Karte nach dem Meßingmaaßstabe bestimmt wird, so findet man den wahren und richtigen Inhalt, wenn man zu dem berechneten Inhalt noch denselben Inhalt, multiplicirt mit der Grösse des doppelten Einlaufens auf 1000 Ellen und mit 1000 Ellen dividirt, addirt.** Es sey, z. B., der Generalinhalt einer Karte, nach dem Meßingmaaßstabe berechnet, 28000000 Quadratellen = 2000 Tonnen Land, und das Einlaufen auf 1000 Ellen = 5 Ellen, so muß der Einfluß des Einlaufens auf den Quadratinhalt, oder das Areal der Karte $= \frac{10.\ 28000000}{1000} = 280000$ Quadratellen = 20 Tonnen Land, und der richtige Flächeninhalt, so wie man ihn nach dem Maaßstabe des Einlaufens gefunden haben würde, = 28, 280000 Quadratellen = 2020 geometrieſche Tonnen Land, deren jede 14000 Quadratellen beträgt, seyn.

Den Quadratinhalt der gegebenen Karte kann man sich immer als ein Rechteck A B C D (Fig. 84) vorstellen, so daß der Inhalt gefunden wird, wenn man AB mit BC multiplicirt. Das Rechteck A B C D ist dann der eingelaufene Inhalt. Man nenne das Einlaufen auf 1000 Ellen = n, so kann man das Einlaufen der Grundlinie A B durch folgende Proportion finden: $1000 : n = AB : x$; $x = \frac{n.\ AB}{1000}$; diese Größe sey

 = BE.

$= BE$. Man berechne gleichfalls das Einlaufen der Höhe BC so: $1000 : n = BC : y$; $y = \frac{n. BC}{1000}$ und diese Größe sey $= CH$. Ziehet man nun GE parallel mit CB, und IG mit DF, so ist $ABCD$ der Inhalt der eingelaufenen Karte nach dem Meßingmaaßstabe, $AEGI$ der wahre Inhalt, so wie man ihn nach dem eingelaufenen Maaßstabe gefunden haben würde, welcher der eigentliche Maaßstab der Karten ist, sobald solche vom Tische abgeschnitten sind. Die Rechtecke DH, CG, CE sind der Einfluß des Einlaufens auf das Areal der Karte, und muß zu dem nach dem Meßingmaaßstabe berechten Inhalte addirt werden.

Nun ist $DH = DC. CH = AB. CH = \frac{n. BC. AB}{1000}$ und $CE = BE. CB = \frac{n. BC. AB}{1000}$ und endlich $CG = CH. CF = CH. BE = \frac{n. BC}{1000} . \frac{n. AB}{1000} = \frac{n^2. AB. BC}{1000000}$. Also sind die Rechtecke $DH + CE + CG = \frac{n. BC. AB}{1000} + \frac{n. BC. AB}{1000} + \frac{n^2. AB. BC}{1000000}$, und da die letzte Größe nicht von Bedeutung ist (in dem angeführten Beyspiel ist $\frac{n^2. BC. AB}{1000000} = \frac{25. 28000000}{1000000} = 25. 28 = 700$ Quadratellen); so kann das Rechteck $CG = \frac{n^2. AB. BC}{1000000}$ ohne merklichen Fehler weggeworfen, und der Einfluß des Einlaufens auf das Areal der Karte $= DH + CE = \frac{n. AB. BC}{1000} + \frac{n. AB. BC}{1000} = \frac{2n. AB. BC}{1000}$ oder $=$ dem Flächeninhalt der Karte nach dem Meßingmaaßstabe $= BC. AB$, multiplicirt mit dem doppelten Einlaufen auf 1000 Ellen $= 2n$ und dividirt mit 1000 angenommen werden.

§. 102.

Wenn man nun die Fehler in der Berechnung der Karte, welche aus dem Einlaufen des Papiers entstehen,

berichtigt

berichtigt hat, so ist noch ein Fehler, welchem man nicht ganz ausweichen kann, zu berichtigen übrig. Wenn man nämlich mit den Spitzen des Zirkels die Grundlinien und die Höhen der Dreyecke aufnehmen soll, in welche die Karte eingetheilt ist, so kann man so viel fehlen, als nach dem Maaßstabe der Karte der feinste Punct ausmacht, und dies beträgt, wenn man eine Linie von der Karte abnimmt, $\frac{1}{2}$ Elle, und abermal $\frac{1}{2}$ Elle, wenn man diese Linien an den Maaßstab bringt, zusammen also 1 Elle, welchen möglichen Fehler oder Ungewißheit wir nachher d nennen wollen. Sezt man voraus, daß alle Grundlinien oder Höhen, welche so groß sind, daß sie nicht mit dem Handzirkel sich fassen lassen, mit dem Stangenzirkel, und also auf einmal, gefaßt werden, so ist **der Fehler in Aufmessung der Grundlinien und Höhen derselbe, diese mögen groß oder klein, so wie ebenfalls die zu berechnenden Dreyecke groß oder klein seyn.** Wir wollen nun die Folgen dieser Fehler auf den Quadratinhalt der Karte untersuchen und bestimmen.

§. 103.

Man nenne den Fehler, welchen man begehen kann, wenn man die Länge einer Linie von der Karte abnimmt und an den Maaßstab bringt, d, so ist der Fehler, welcher daraus bey der Berechnung der Dreyecke entsteht, dem mit der Summe der Grundlinie AB und der halben Höhe CD der Dreyecke multiplicirten Fehler d gleich oder = d. $(AB + \frac{1}{2}CD)$.

Ein Dreyeck ABC (Fig. 85) läßt sich in ein Rechteck ABEF verwandeln, dessen Grundlinie AB der Grundlinie des Dreyecks und dessen Höhe der halben

Höhe des Dreyecks gleich ist; also ist der Fehler, welcher sich bey der Berechnung des Rechtecks ABEF zeigen kann, eben so groß, als der bey dem Dreyeck ABC mögliche Fehler. Wir wollen annehmen, daß die Linien an dem Maaßstabe zu groß angenommen worden. Der Fehler in der Grundlinie AB sey = d = BG, und der Fehler in der Höhe = d = EK. Man ziehe LI parallel mit AB und IG mit BK, so wird der Fehler in dem Areal des Rechtecks = den Rechtecken FK + KH + HB seyn. Aber HK ist überaus klein oder 1 Quadratelle, und kann deswegen weggeworfen werden; folglich bleibt der Fehler im Flächeninhalt = FK + HB. Aber FK = EK. EF = EK. AB = d. AB, und HB = BG. EB = BG. $\frac{1}{2}$CD = d. $\frac{1}{2}$CD. Daher der Fehler im Areal des Rechtecks, oder im Areal des Dreyecks ABC = FK + HB = d. AB + d. $\frac{1}{2}$CD = d. (AB + $\frac{1}{2}$CD). Wäre z. B. die Grundlinie AB = 3000 Ellen, die Höhe CD = 2000 Ellen, und d = 1 Elle, so ist der mögliche Fehler im Areal des Dreyecks = d. (AB + $\frac{1}{2}$CD) = 1. (3000 + 1000) = 4000 Ellen.

Anmerkung. Wir haben angenommen, daß die Grundlinie sowohl als die halbe Höhe zu groß gemessen sey, in welchem Falle das Areal zu groß wird, und der Fehler abzuziehen ist. Es fällt aber in die Augen 1) daß wenn die Grundlinie und die halbe Höhe zu klein angenommen würden, das Areal zu klein und der Fehler zu addiren seyn würde; 2) daß wenn die Grundlinie zu groß, die halbe Höhe aber zu klein wären, der Fehler im Areal = d. (AB − $\frac{1}{2}$CD) wäre; 3) daß wenn die Grundlinie zu klein, die halbe Höhe aber zu groß angenommen würden, der Fehler im Areal = d. (− AB + $\frac{1}{2}$CD) betragen würde, welche drey Sätze sich leicht aus der Construction der Figur und der Lage der Fehler ergeben. Ferner folgt, daß wenn in der Auffassung der

der Grundlinie mit dem Zirkel und der Antragung derselben an den Maaßstab kein Fehler begangen worden, und also d. AB = o ist, der Fehler im Flächeninhalt des Dreyecks = d. ½ CB, und wenn in der Höhe kein Fehler vorgegangen, und d. ½ OB = o ist, der Fehler = d. AB wird. Ich kann daher nicht den vom Herrn Morville in seiner Jordskiftnings-Läre pag. 24. §. 20. (doch ohne eigentlichen Beweis) angeführten Satz annehmen, daß der Fehler, welchem man bey der Berechnung des Areals eines Dreyecks unterworfen ist, dem Product der halben Grundlinie des Dreyecks in ½ oder höchstens 1 Elle (welches ich d genannt habe) gleich sey. Wie darf man aber annehmen, daß in der Höhe, oder richtiger gesagt, der halben Höhe kein Fehler begangen werde? Da Fehler in der Grundlinie und der halben Höhe gleich möglich und gleich wahrscheinlich sind, so muß man bey der Theorie der Fehler im Allgemeinen beyde Fehler in Betrachtung ziehen.

§. 104.

Berechnet man den Inhalt einer geradlinichten vielseitigen Figur, welche durch Diagonale aus der Ecke A in Dreyecke zerlegt wird, und berechnet jedes Dreyeck ABC, CDA, DEA u. s. w. (Fig. 86) für sich, so ist der mögliche Fehler im Areal der Figur dem Product aus d in die Summe aller Grundlinien AC = b, AD = b′, AE = b″ u. s. w., und zugleich in die Summe aller halben Höhen dieser Dreyecke h, h′, h″ u. s. w. gleich, oder = d. (b + b′ + b″ + b‴ + ½ h + ½ h′ + ½ h″ + ½ h‴).

Der Fehler im Areal des Dreyecks

ABC = d b + d ½ h
CDA = d b′ + d ½ h′
DEA = d b″ + d ½ h″
EFA = d b‴ + d ½ h‴

Also

Also der Fehler im Areal aller dieser Dreyecke oder der Fehler im Areal der ganzen Figur $= d\,b + d\,\frac{1}{2}\,h + d\,b' + d\,\frac{1}{2}\,h' + d\,b'' + d\,\frac{1}{2}\,h'' + d\,b''' + d\,\frac{1}{2}\,h'''$ $= d\,b + d\,b' + d\,b'' + d\,b''' + d\,\frac{1}{2}\,h + d\,\frac{1}{2}\,h' + d\,\frac{1}{2}\,h'' + d\,\frac{1}{2}\,h''' = d\,(b + b' + b'' + b''' + \frac{1}{2}\,h + \frac{1}{2}\,h' + h'' + \frac{1}{2}\,h''')$, wenn man den gemeinschaftlichen Factor d voran sezt, und die Multiplication aller Grössen mit demselben durch ein Zeichen und Einschliessung derselben in eine Parentheſe andeutet.

§. 105.

Wenn man bey der Berechnung der vielseitigen Figur ABCDEF (Fig. 87) zwey und zwey Dreyecke zusammen nimmt, und als ein Trapezium berechnet, so ist der Fehler im Areal des Dreyecks $ABC = d\,b + d\,\frac{1}{2}\,h$

$CDA = d\,b' + d\,\frac{1}{2}\,h'$

also der Fehler im Areal des Trapeziums $ABCD = 2\,d\,b + d\,\frac{1}{2}\,h\,d\,\frac{1}{2}\,h' = d.\,(2\,b + \frac{1}{2}\,h + \frac{1}{2}\,h')$, **oder der Fehler im Areal eines Trapeziums ABCD ist gleich dem Product aus d in die Summe der doppelten Diagonale AC und der halben Höhen der Dreyecke.**

Auf dieselbe Art läßt sich beweisen, daß der Fehler im Areal des Trapeziums ADEF gleich ist $= d.\,(2\,b' + \frac{1}{2}\,h'' + \frac{1}{2}\,h''')$, und addirt man die Fehler beyder Trapezia, so ist der Fehler in dem Areal einer Figur ABCDEF, welche sich durch Eintheilung in Trapezia berechnen läßt $= d.\,(2\,b + \frac{1}{2}\,h + \frac{1}{2}\,h') + d.\,(2\,b' + \frac{1}{2}\,h'' + \frac{1}{2}\,h''') = d.\,(2\,b + 2\,b' + \frac{1}{2}\,h + \frac{1}{2}\,h' + \frac{1}{2}\,h'' + \frac{1}{2}\,h''')$ **oder gleich dem Product aus d in die Summe der doppelten Diagonale und der halben Höhen der Dreyecke.**

§. 106.

§. 106.

Theilt man eine vielseitige Figur ABCDEF (Fig. 88) durch Diagonale aus A in Dreyecke, und nimmt BC = b an, CD = b′, DE = b″, EF = b‴ für die Grundlinien, und die Höhen von A = h, h′, h″, h‴ an: so ist der mögliche Fehler in dem Areal der ganzen Figur dem Product aus d in die Summe der halben Höhen der Dreyecke und den Perimeter des Polygons, weniger die zwey in den Punct A zusammenstoßenden Seiten, gleich, oder = d. (b + b′ + b″ + b‴ + ½ h + ½ h′ + ½ h″ + ½ h‴).

Der Fehler im Areal des Dreyecks

ABC = db + d ½ h
CDA = db′ + d ½ h′
DEA = db″ + d ½ h″
EFA = db‴ + d ½ h‴

Also der Fehler im Areal des ganzen Polygons ABCDEF = db + db′ + db″ + db‴ + d ½ h + d ½ h′ + d ½ h″ + d ½ h‴ = d. (b + b′ + b″ + b‴ + ½ h + ½ h′ + ½ h″ + ½ h‴).

§. 107.

Wenn man von einem Punct innerhalb eines Polygons dasselbe in Dreyecke AFB, BFC, CFD, DFE und EFA (Fig. 89) zerlegt, und die Seiten des Polygons für die Grundlinien, BC = b, DC = b′, CD = b″ u. s. w. und die Höhen = h, h′, h″ u. s. w. annimmt: so ist der Fehler im Areal des Polygons gleich dem Product aus d in den Perimeter des Polygons und die Summe der halben Höhen aller Dreyecke = d. (b + b′

$(b + b' + b'' + b''' + b'''' + \frac{1}{2}h + \frac{1}{2}h' + \frac{1}{2}h'' + \frac{1}{2}h''' + \frac{1}{2}h'''')$, welches sich leicht aus dem §. 105 gegebenen Beweise herleiten läßt. Z. B. Es sey $BC = 6000$ Ellen, $CD = 700$, $DE = 650$, $EA = 680$, $AB = 1400$, so ist der Perimeter des ganzen Polygons $= 4030$ Ellen, es seyen die halben Höhen $\frac{1}{2}h = 350$ Ellen, $\frac{1}{2}h' = 200$, $\frac{1}{2}h'' = 250$, $\frac{1}{2}h''' = 360$ und $\frac{1}{2}h'''' = 180$; folglich die Summe aller halben Höhen $= 1340$ Ellen, und der Fehler im Areal des Polygons $= 1.(4030 + 1340) = 5370$ Quadratellen, wenn $d = 1$ Elle.

Herr Morville nimmt in seiner Jordbelings- und Jordskiftnings-Läre an, „daß wenn die Karte aus ihrem „Mittelpunct berechnet, und der Flächeninhalt aller „Dreyecke bestimmt werde, welche die Figur um ihren „Mittelpunct einschließt, der mögliche und zum öftersten „unvermeidliche Fehler bey der Berechnung des Inhalts „so groß sey, als der ganze Umfang der Karte, multi„plicirt mit $\frac{1}{2}$ Elle oder höchstens 1 Elle, und daß die „Fehler keinesweges in einem beständigen Verhältniß „zum ganzen Areal der Karte, sondern zur Gränzlinie „oder Umfang der Figur stehen„ (Pag. 24 und 25). Dieser Satz ist aber nur in dem einzigen Fall wahr, wenn bey Messung der Höhen mit dem Zirkel an dem Maaßstabe der Karte kein Fehler begangen wird. Nach dem gegebenen Beweis kann der Fehler im Areal des Polygons $= db + db' + db'' + db''' + db'''' + \frac{1}{2}dh + \frac{1}{2}dh' + \frac{1}{2}dh'' + \frac{1}{2}dh''' + \frac{1}{2}dh''''$ nie $d.(b + b' + b'' + b''' + b'''') = d$ multiplicirt mit dem Perimeter des Polygons werden, es sey denn $\frac{1}{2}dh = 0$, $\frac{1}{2}dh' = 0$, $\frac{1}{2}dh'' = 0$; weil nun aber $\frac{1}{2}h$, $\frac{1}{2}h'$, $\frac{1}{2}h''$ immer etwas ist, so müßte es d seyn, welches $= 0$ wäre, oder der Fehler in den Höhen der

Dreyecke

Dreyecke müßte = o seyn. Wolle man im Gegentheil annehmen, daß bey Aufmessung der Grundlinien mit dem Zirkel und Anbringung derselben an den Maaßstab kein Fehler begangen, oder in allen Grundlinien d = o, und folglich d. Perimeter = o sey, so würde in diesem Falle der Fehler im Areal des Polygons = d.'($\frac{1}{2}$ h + $\frac{1}{2}$h' + h'' + $\frac{1}{2}$ h''' + $\frac{1}{2}$ h'''') oder **dem Product aus d in die Summe aller halben Höhen gleich werden.**

§. 108.

Wenn man eine Landmessungskarte kopieren will, so muß man zuerst so viele Bogen Imperial- oder Royalpapier, als die Größe der Karte erfodert, durch Mundleim zusammenleimen. Sind die Papierbogen in der Mitte zusammengelegt worden, wie sie gewöhnlich sind, so muß man sie in der Mitte durchschneiden, und nur halbe Bogen zusammen leimen. Wenn man diese halben Bogen an allen Seiten nach einem guten Lineal abgeschnitten hat, so setzt man auf dem Bogen, welcher zu unterst liegen soll, an dem obern und untern Ende zwey Puncte ab, welche ungefähr 1$\frac{1}{2}$ bis 2 Linien vom Rande entfernt liegen, und legt den obersten Bogen an diese beyden Puncte, heftet beyde Bogen an beyden Enden und in der Mitte zusammen, und nachher durch Mundleim nach ihrer ganzen Länge. Die Zusammenleimung sowohl zweyer oder dreyer als auch mehrerer Karten muß auf einem großen und ebenen Zeichnungstische geschehen, und man muß genau darauf Acht geben, daß keine Biegungen oder Ungleichheiten an irgend einer Stelle des Papiers bleiben.

I. Kopirung durch Durchstechen.

Dieß geschieht mit der **Kopirnadel**. Hat man in seinem mathematischen Besteck keine solche Nadel, so kann

kann man dazu jede feine, dünne und spitze Nähnadel gebrauchen, auf welche man einen Knopf von Siegellack setzt. Das zusammengeleimte reine Papier befestigt man an dem Zeichnungstische entweder durch Nadeln oder dadurch, daß man es hin und wieder an den Rändern anheftet. Dies Papier muß zuvor sehr glatt und eben anliegen, aber doch keinesweges mit Gewalt ausgespannt und noch weniger angefeuchtet werden, weil es sonst sich nachher zusammenziehen und einlaufen, und dadurch die Kopie kleiner als das Original werden würde. Auf das reine Papier legt man die Karte, und befestigt solche entweder durch Mundleim oder eingeschlagene Nadel an dem Papiere und Tische. Man muß dafür sorgen, daß die Karte eben, glatt und ohne gewaltsame Ausspannung liege, weil sonst die Kopie größer als das Original werden würde.

Nun fängt man an, den Umfang des Originals durch Puncte durchzustechen, welche ungefähr eine Linie von einander stehen, oder auch noch näher an einander liegen, wenn die Linie sehr krumm und gebogen ist; je gerader sie ist, desto weiter darf man die Kopirungspuncte von einander entfernen. Ist man mit der Gränze fertig, so sticht man den Grundriß der Stadt durch, und geht dann zu den Abtheilungen und Gränzen zwischen den Feldern und Wiesen über. Dann macht man sich an die Aeckerstücke, sticht zuerst die Hauptecken, nachher die einzelnen Aecker, und endlich die Wiesen, Moore, Seen, niedriges Gebüsch, Wald, wenn dergleichen in dieser Abtheilung liegt, ab. Wenn man sich auf die Art durch die einzelnen Abtheilungen durcharbeitet, so ist man gewiß, daß nichts übergangen ist, und sollte ein oder anderer Punct des Originals übergangen seyn, so läßt sich dieser durch Cirkelbogen aus zwey andern kopierten

Puncten

Puncten bestimmen. Ist dergestalt alles kopiert, so nimmt man das Original weg, und die kopierten Puncte stehen auf der Kopie. Man muß nun die Kopie mit Bleystift nachziehen, und man thut wohl, derselben Ordnung als bey dem Kopieren zu folgen, daß man nämlich bey den äußern Gränzen anfängt, dann den Grundriß der Stadt auszieht, weiter an die Abtheilungen der Wiesen, endlich an die einzelnen Wiesen, Aecker u. s. w. geht, und zu allerletzt die Karte mit Tusch nachziehet und nachzeichnet.

II. Kopierung durch das Kopierglas.

Bey der ersten Methode wird das Original durchgestochen, und obgleich man diese Puncte nicht sehr auf der vordern Seite der Karte siehet, so sind sie doch desto kenntlicher auf der hintern Seite. Dieß vermeidet man beym Gebrauch des **Kopierglases**, welches eine große viereckige Glasscheibe, je größer je besser, ist. Diese faßt man in einen Ramen von Holz ein, und stellt sie senkrecht, doch etwas hintenüber hängend, durch einen oder zwey hinten an dem obern Theil des Ramens angebrachte Beine oder Stützen; man findet die ganze Maschine abgezeichnet bey **Marinoni** (de re ichnographica, pag. 260). Man befestigt das reine Papier auf dem Original, hält beyde auf dem Kopierglase, welches gegen das hellste Tageslicht gewandt wird, wodurch die Puncte und Linien des Originals einigermaaßen durch das weisse Papier zum Vorschein kommen, auf welchem letztern man dann mit Bleystift gleich die Puncte und Linien nachziehet.

Diese Kopierungsmethode hat ihre Unbequemlichkeiten: a) man sieht seine Puncte und Linien sehr undeutlich, und kann daher leicht im Nachziehen fehlen;

b) kann sie gar nicht angewandt werden, wenn die Karten sehr groß oder das Papier sehr dick ist; c) werden Original und Kopie an dem Kopierglase sehr verbogen.

III. Durch durchsichtiges Papier.

Geöltes Papier kann man verfertigen, wenn man feines Postpapier mehrere Male an beyden Seiten mit Baumöl bestreicht. Eine weit bessere Art **durchsichtigen Kopierpapiers** wird auf folgende Art gemacht: man nimmt ½ Flasche Terpentinspiritus, hierzu thut man gekochten Terpentin, welches kleingerieben ungefähr ¼ Flasche ausmacht. Dieses läßt man in der Sonne oder einer mäßigen Wärme so lange stehen, bis es vollkommen aufgelößt ist, und thut nachher noch, falls es nöthig ist, eine größere Quantität gekochten Terpentins hinzu. Man nehme feines Postpapier, überstreiche dasselbe auf beyden Seiten mit dieser Mischung, und wiederhol es, wenn es nöthig ist, diese Ueberstreichung mehrere Male, bis das Papier hell und durchsichtig ist, und das Ansehen von klarem weissen Horn hat. Man leimt so viele Bogen dieses Papiers zusammen, als nach der Größe der Karte erfoderlich ist. Man heftet dann das Original an dem Zeichnungstische, und über ersterem das transparente Papier. Man kann nun mit der größten Deutlichkeit die kleinsten und feinsten Theile des Originals sehen, und alles mit feinem Bleystift und nachher mit Tusch nachziehen. Auf diese Art kann man in der Geschwindigkeit Karten und andere Zeichnungen kopieren, ohne daß man im geringsten dieß an dem Originale sehen kann. Will man inzwischen eine reine Zeichnung haben, so muß diese Kopie durch Durchstechen auf reines Papier wieder kopiert werden.

Unter

Unter diesen drey Kopierungsmethoden ist die erste oder das Durchstechen die zuverläßigste und sicherste. Bey dem Kopierglase kann man die Puncte und Linien des Originals nicht immer so deutlich sehen als man wünscht, und bey dem transparenten Papier müssen eigentlich zwey Kopien verfertigt werden, und die letzte Kopie ist also eine Kopie einer Kopie, und nicht des Originals.

§. 109.

Wenn die Karte kopiert ist, und alle Gränzlinien der Abtheilungen und der einzelnen Aecker, Wiesen u. s. w. mit Tusch ausgezogen sind, so ziehet man noch ferner den Umfang der Wiesen, Seen, Wälder, niedrigen Gebüsche, Torfmoore, Wege u. s. w. aus, und vollendet auf die Art die Zeichnung. Auf der solchergestalt mit Tusch sauber gezeichneten Karte kann man gerne Farben und Illumination entbehren, und hat höchstens nur nöthig, die Grundrisse der Gebäude mit **Karmin** oder **Müllers rothem Lack**, und die Strandküsten, Seen, Flüsse, Sümpfe mit **Günterblau** zu illuminiren. Will man die Illumination noch weiter fortsetzen, so kann man Wiesen, Bäume und Gebüsch mit **Günthergrün** oder **Spangrün** oder **Saftgrün**, oder einer Mischung aus **Gummi Gutta** und **Blau** anlegen. Die Aecker kann man auf der einen Seite entweder mit **Gummi Gutta** oder **Bolus Armenick** schattiren. Die Wege legt man mit schwachem Tusch oder **dünnem Umbra** an. Uebrigens muß man diese Farben nicht dick und stark, noch weniger die ganze Karte im Grunde mit Farben anlegen, weil sonst das Papier zu sehr angefeuchtet wird, und sich nachher zu stark wieder zusammen ziehet. Endlich schreibe man mit allem

möglichen Fleiße und Schönheit (§. 98) die Buchstaben in die Karte, zeichne einen Ramen um dieselbe, endlich Maaßstab, Richtung der Magnetnadel und die Cartouche mit gehöriger Innschrift und Titel.

Ueber Zeichnung von Karten und Planen kann man ausführlichern Unterricht finden in: Les regels du deſſein et du lavis pour les plans, profil et elevation de l'architecture civile et militaire et pour les cartes par *M. Buchotte*, à Paris 1713. Dupain Schattierkunſt und der Zeichner im Cabinett und bey der Armee. Nürnberg 1789; D. Stetner der zur Verfertigung ſchöner Riſſe anweiſende Ingenieur. Nürnberg 1782. Müllers Vorſchriften zu militäriſchen Plan- und Kartenzeichnungen. Potsdam 1790. Sehr gute und ſchöne Proben von Kart- und Situationszeichnungen kann man auch in A. H. du Plat Situations-Riſſe der Chauſſeen des Churfürſtenthums Braunſchweig-Lüneburg, Hannover 1780, und in Hiſtoire des quatre dernières campagnes du Marechal de Turenne par M. de Beaurain, à Paris 1782 finden.

§. 110.

Es iſt gut, Karten, die man oft gebrauchen muß, auf Leder oder Kattun aufzukleben.

Dieſe Aufklebung auf Leder muß nicht, wie die meiſten Feldmeſſer thun, nach Abkopierung der Karte geſchehn. Erfahrung hat mich gelehrt, daß die Karten dadurch beträchtlich einlaufen, und die Kopie ſehr unrichtig wird.

Nachdem das Leder auf dem Zeichnungstiſche ausgeſpannt, und das Papier feſtgekleiſtert worden war, zog ich einen Ramen herum, und maaß mit einem Stangenzirkel

genzirkel alle vier Seiten des Rahmens, zuerst während der Ausspannung der Karte auf dem Tische, und dann nach der Loschneidung derselben. Man ersieht aus der folgenden Tabelle, wie ich das Einlaufen gefunden habe.

Der Rahmen.	Auf dem Tische aufgespannt.	Von dem Tische abgeschnitten					
		nach ½ Stunde.	Einlauf.	nach 10 Tagen.	Einlauf.		
			Linien.				Linien.
1 Länge	4′ 6,5	4 6	0, 5	4 4	8		1, 7
2 Länge	4′ 6	4 5, 6	0, 4	4 4			2, 6
1 Breite	3=3 6,7	3=3 6, 1	0, 6	3=3 5, 1			1, 6
2 Breite	3=3 8,6	3=3 8	0, 6	3=3 6, 9			1, 7

Diese und mehrere Versuche, welche ich der Kürze wegen hier übergehen muß, haben gezeigt, **daß wenn das Leder und die auf dasselbe geleimte Karte von dem Tische abgeschnitten werden, die Karte beträchtlich, und nach einer Mittelzahl, 2 Decimallinien auf 4 Fuß einlaufe, und daß dies Einlaufen im Verhältniß mit den Dimensionen der Karte stehe.** Nach dem Maaßabe der Specialkarten beträgt dies Einlaufen auf 8000 Ellen 40 Ellen oder auf 200 eine Elle (§. 89), woraus folgt, daß die Karte nur, nachdem sie kopirt ist, auf Leder geleimt werden müsse. Man kann folgendes Verfahren beobachten. Man spanne so viel feines Leder oder Kattun, als die Grösse der Karte erfordert, mit kleinen Nägeln ganz glatt und in einer gleichförmigen Spannung auf dem Zeichnungstische auf. Man bereite einen Kleister von Weitzenmehl, in welchen man etwas fein gestoßenen Allaun, welcher, wie man glaubt, die Karte vor Würmer bewahrt, einmischt. Mit einem feinem Pinsel von Schweinshaaren bestreiche man die Hinterseite des zur Zeichnung ins Reine bestimmten Papiers mit Kleister, welcher ganz eben und

dünne vertrieben wird. Zwey Personen halten jede an ihrem Ende das Papier, wenden es um, und bringen es über das Leder. Derjenige, welcher das Aufleimen verrichten soll, legt sein Ende auf das Leder, und der andere hebt sein Ende so hoch in die Höhe, daß nur ungefähr 6 Zoll von der Karte auf dem Leder liegt, und streicht dann mit einem reinem Tuche von der Mitte auswärts, bis dieser Theil des Papiers fest am Leder hängt. Dann läßt der andere sein Ende so weit sinken, daß abermals 6 Zoll des bekleisterten Papiers auf das Leder kommen. Diese 6 Zoll streicht man wieder von der Mitte nach beyden Seiten hinaus fest, und zwar so lange, bis alle Luftblasen, im Fall sich deren zeigen, ausgetrieben sind. Auf diese Art fährt man fort, bis das Ganze aufgeklebt ist. Man reibt das Papier nach allen Directionen aus, um die Berührung desselben mit dem Leder zu vermehren. Will man nachher die ganze Karte mit einem warmen Plätteisen streichen, so schadet das nicht, obgleich es eigentlich nicht nöthig ist. Wollte man aber auf einmal das Papier auf das Leder niederlegen, so würde es eine Unmöglichkeit seyn, die Luftblasen wegzutreiben, und das Papier vollkommen glatt zu erhalten.

Ist das Papier nach einigen Tagen recht trocken und eben geworden, so schneidet man es vom Tische ab, kopiert das Original darauf, nimmt Aufziehung und Zeichnung ins Reine nach den vorhin angeführten Regeln vor, und ist dann ganz gewiß, daß die auf dem auf Leder gezogenen Papier entworfene Kopie richtig und unverändert ist.

§. III.

Eine Karte reduciren oder verkleinern, heißt sie nach einem kleinen Maaßstabe abzeichnen, so daß die neue

neue Zeichnung in allen ihren Theilen dem Original proportional wird. Diese Reduction der Karten kann entweder nach **einem gewissen Verhältnisse des Maaßstabes** oder **der Oberfläche**, oder, welches einerley ist, **des Flächeninhalts** vorgenommen werden. Die Reduction nach dem Maaßstabe findet Statt, wenn der Maaßstab des Originals oder jede Entfernung auf dem Original ein bestimmtes Verhältniß zu dem Maaßstabe oder der homologen Entfernung in der zu reducirenden Kopie haben soll; z. B. eine Karte auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. Theil reduciren, bedeutet, daß der Maaßstab der Kopie und jede Entfernung auf derselben $= \frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. Theile des Maaßstabes und jeder Entfernung auf dem Original ist, und wenn von Reduction die Rede ist, so versteht man gewöhnlich Reduction nach dem Maaßstabe.

Bey der Reduction der Oberfläche oder des Flächeninhalts soll die Fläche der zu reducirenden Karte zur Oberfläche des Originals in einem gewissen Verhältniß z. B. wie 1 : 4 stehen. Die Oberflächen verhalten sich wie die Quadrate proportionirter Seiten oder der Maaßstäbe; **also verhalten sich die Maaßstäbe wie die Quadratwurzeln der Oberflächen**; so daß, wenn die Kopie sich zum Original wie 1 : 4 verhalten soll, das Verhältniß des Maaßstabes auf dem Original zum Maaßstabe der Kopie $= \sqrt{4} : \sqrt{1} = 2 : 1$ seyn wird. Soll die Oberfläche des Originals dreymal gröſſer seyn als die der Kopie, so müssen sich die Maaßstäbe wie $\sqrt{3} : \sqrt{1} = 1{,}73205 : 1$ verhalten.

§. 112.

Will man eine Karte nach dem Maaßstabe auf $\frac{1}{3}$ des Originalmaaßstabes, oder die Oberfläche des

Originals auf $\frac{1}{3}$ der Oberfläche der zu kopirenden Karte reduciren, so kann man dazu verschiedene Methoden befolgen.

I. Reduction durch Quadrate.

1) Man schließt das Original in einen viereckigen Ramen ein, und theilt Länge und Höhe in gleiche Theile. Zieht man nun durch diese Puncte gerade Linien über die ganze Karte, so wird diese dadurch in Quadrate getheilt, deren Seiten man zu 2, 3 bis 4 Zoll annehmen kann. 2) Auf einem andern Papier zeichnet man einen rechtwinklichten Ramen, dessen Länge und Höhe $\frac{1}{3}$ der Länge und Höhe des Originals betragen, und theilt dieses Rechteck in eben so viele gleich große Quadrate, deren Seiten also $\frac{1}{3}$ der Seiten der Quadrate im Original gleich sind. 3) Darauf zeichnet man die Lage der Puncte nach den Winkeln und Seiten der Quadrate ab, so daß sie eben so in den kleinen Quadraten der reducirten Kopie als in den großen Quadraten des Originals liegen. Verschiedene Handgriffe und Einrichtungen für die Praxis kann man bey **Penther** (Pract. Geometrie §. 675—683) finden.

II. Durch reducirte Distanzen.

Auf dem Original ziehe man von einem Puncte zum andern Linien, welche Dreyecke bilden. Man theile die Seiten dieser Dreyecke in so viele Theile, als das Verhältniß der Reduction es erfordert, z. B. in 3 Theile, und mit diesen $\frac{1}{3}$ Seiten beschreibe man Dreyecke, welche den Dreyecken des Originals ähnlich seyn werden. Auf die Art reducire man die ganze Karte. Man kann sich diese Arbeit durch eine Art Zirkel, die man **Reductionszirkel** nennt, erleichtern. Diese haben doppelte Füße oder Spitzen, welche an der andern Seite des Kopfes hervorgehen, und sind diese $=\frac{1}{3}$ der längern Füße, so beträgt die Oefnung

zwischen

zwischen ihnen den dritten Theil der Distanz, welche man reduciren will, ohne weitere Eintheilung. Aber man müßte entweder für jedes gegebene Verhältniß der Reduction einen besondern Reductionszirkel haben, oder auch das Auge, Centrum oder die Gänge des Zirkels beweglich machen, so daß man sie vor- und rückwärts schieben, und nach gewissen gleich großen Eintheilungen stellen könnte. Solche Reductionszirkel findet man beschrieben und abgebildet bey **Bion**, Buch 3, Kap. 1, pag. 82 — 86. Indeß verlieren diese Zirkel sehr leicht ihre Genauigkeit. Man könnte auch mit dem sogenannten **Proportionalzirkel**, welchen man bey **Bion**, Buch 2, Kap. 1, pag. 29—77 und bey **M. Scheffelt** in seinem **Unterricht vom Proportionalzirkel, Ulm 1724**, beschrieben findet, Entfernungen reduciren.

§. 113.

Von diesen drey Reductionsmethoden ist die durch Quadrate die leichteste, aber auch zugleich die am wenigstens zuverläßige. Alles kommt darauf an, wie das Hauptnetz der Quadrate verfertigt ist. Sollte hierin ein Fehler seyn, so ist zugleich ein Fehler in den reducirten Puncten, von welchen überdies die meisten mehr aus freyer Hand als zu Folge einer geometrischen Construction in die Quadrate hineingetragen werden. Die Reduction durch Dreyecke ist zwar etwas genauer; aber will man jeden Punct auf der Karte durch ein reducirtes Dreyeck anlegen, wie unendlich groß wird dann nicht die Zahl der Dreyecke, und wie zerstochen und zerkratzt nicht die Zeichnung werden, und wie viel Zeit erfodern? Endlich können alle diese Constructionen, von welchen die eine immer auf die andere gebauet wird, am Schluß einen sehr bedeutenden Fehler hervorbringen. Es ist daher ein beträchtlicher

Vortheil bey der Reduction der Karten, daß man Reductionsinstrumente, Pantographen, Storchenschnabel hat, welche durch eine mechanische Bewegung eine reducirte Kopie der Originalkarte in jedem verlangten Verhältniß hervorbringen. Der Jesuit Christopher Scheiner hat zuerst ein solches Instrument erfunden und beschrieben (C. Scheineri S. J. Pantographia, Romæ 1631. 4to). Verschiedene andere Einrichtungen des Pantographs findet man bey Dechales (Mundus mathematicus, Tom. III. Leiden 1690, Perspectivæ Lib. VI. pag. 562-567); Bion (Mathematische Werkschule, Buch III. Kap. 2. pag. 90-93) und bey Marinoni (de re ichnograph. pag. 267-290). Dieser vortrefliche Verfasser hat drey verschiedene Einrichtungen des Pantographs angegeben, von welchen die erste die beste ist. Diese wird mit einigen Veränderungen und Verbesserungen bey den Messungen in Dänemark gebraucht.

§. 114.

Ehe ich die Einrichtung des Pantographs erklären kann, ist es nöthig, vorher den Nonius oder Vernier zu beschreiben, durch welchen man eine gegebene Linie in gleich große Theile theilen kann.

Wenn eine gegebene gerade Linie AB (Fig. 90) in 5 gleich große Theile getheilt werden soll, so verlängere man AB, und nehme AE = 4. AB, oder nehme AB so oft als die Zahl der verlangten Theile weniger eins ist. Unter AE und parallel mit derselben ziehe man die Linie FL = AE = 4. AB, und theile sie in 5 gleiche Theile, FG = GH = HI u. s. w. = $\frac{1}{5}$ FL = $\frac{4. AB}{5}$. Nun ziehe man Ga, Hb, Ic u. s. w. senkrecht auf AE, so ist aB = $\frac{1}{5}$ AB, bC = $\frac{2}{5}$ AB, cD =

$cD = \frac{3}{5} AB$ u. s. w. Nach der Construction ist $AB : FG = AB : \frac{4}{5}$. $AB = 1 : \frac{4}{5} = \frac{5}{5} : \frac{4}{5}$; also $AB - FG : AB = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} : \frac{5}{5} = \frac{1}{5} : 1$; aber $AB - FG = aB$; also $aB : AB = \frac{1}{5} : 1$ und $aB = \frac{AB}{5}$ oder $aB = \frac{1}{5}$ von AB. Ferner ist nach der Construction $AC = 2 . AB$ und $FH = 2 FG = 2 . \frac{4 . AB}{5} = \frac{8 . AB}{5}$; folglich $AC : FH = 2 . AB : \frac{8 . AB}{5}$, und, wenn man mit $2 . AB$ dividirt, $AC : FH = 1 : \frac{4}{5}$; also $AC - FH$, d. h. $bC : AC = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} : 1 = \frac{1}{5} : 1$; aber $AC = 2 AB$; also $bC : 2 AB = \frac{1}{5} : 1$ und $bC = \frac{2}{5} AB$; auf eben die Art wird bewiesen, daß $cD = \frac{3}{5} AB$ u. s. w.

Wenn man an dem einen Ende F eine Perpendicularlinie mit einem Weiser oder Index anbringt, und die Linie FL beweglich macht, so, daß G nach B und F eben so viel innerhalb A als H nach C rückt, so steht der Zeiger auf $\frac{1}{5} AB$ (Fig. 91). Rückt H nach C und G eben so viel innerhalb B als I nach D, so ist der Zeiger auf $\frac{2}{5} AB$ gerückt (Fig. 92). Wenn I gerade unter D ist, zeigt der Index $\frac{3}{5} AB$; wenn K gerade unter E ist, so ist der Zeiger auf $\frac{4}{5} AB$ vorgerückt, und ist endlich der Zeiger gerade unter B, so ist er die ganze Linie durchgegangen, und hat dieselbe in 5 gleiche Theile getheilt.

Will man eine Linie oder $\frac{1}{10}$ eines Zolles in zehn gleiche Theile theilen, so nehme man 9 Linien und theile sie auf der beweglichen Linie in zehn gleiche Theile, wo man dann durch die Bewegung des Zeigers die Linie in ihre zehn gleiche Theile theilen wird.

Diese nonische Eintheilung kann nicht allein bey geraden Linien sondern auch bey Cirkelbogen angewandt werden, um deren feinere und kleinere Theile zu finden.

Z. B. Ein

Z. B. Ein Aſtrolabium von 5 Zoll im Radius iſt in halbe Grade oder 30 Minuten eingetheilt; nimmt man nun 5 dieſer halben Grade, ſezt ſie auf einen um den Mittelpunct beweglichen Bogen ab, und theilt ſie in 6 gleiche Theile, ſo wird der halbe Grad in 6 gleiche Theile getheilt, und jeder Theil iſt $= \frac{30}{6} = 5$ Minuten. Man kann dadurch bey einem Aſtrolabium von 5 Zoll im Radius eine ſo feine Eintheilung erhalten, daß man auf dem Nonius jede 5te Minute leſen kann. Wenn auf einem gröſſern Inſtrument von 10 bis 12 Zoll im Radius der Grad in 3 gleiche Theile, jede $=$ 20 Minuten, getheilt wird, und man 19 dieſer Theile nimmt, und in 20 gleiche Theile theilt, ſo wird der Nonius einzelne Minuten zeigen.

Anmerkung. Durch die Algebra kann man eine allgemeine Theorie der noniſchen Eintheilung geben. Wenn eine Linie AB in m Theile getheilt werden ſoll, ſo nehme man AB ſo oft als m Einheiten weniger eins hat, oder $AE = (m - 1)$. AB, und theile $FL = AE$ in m Theile, ſo daß FG einer dieſer Theile und $FL = m.FG$ iſt; folglich $(m - 1).AB = m.FG$. Bringt man dieſes in eine Proportion, ſo hat man $AB : FG = m : m - 1$ und $AB - FG : AB = 1 : m$; aber $aB = AB - FG$; folglich $aB : AB = 1 : m$; folglich $aB = \frac{AB}{m}$. Es iſt alſo bewieſen, daß der Unterſchied zwiſchen AB und FG der verlangte $\frac{1}{m}$te Theil von AB iſt.

§. 115.

Das Pantograph hat folgende Einrichtung. AB und BC ſind zwey Lineale von Holz. Die Enden derſelben ſind mit Meßingſtücken efB und hgB belegt, und um ein Gewinde oder Charniere B beweglich. An den andern Enden dieſer Lineale, deren Länge 23 Zoll beträgt,

beträgt, sind die Meßingstücke cba und dik befestigt. Durch das Loch a geht der Stift aG, welcher in den Tisch festgeschroben wird, und um welchen das Pantograph bey der Reduction sich bewegt; durch das Loch k geht der Stift Kk, welcher dem Original KLMN folgt. DF und DE sind zwey andere Lineale, welche durch die Meßingstücke tsD und xyD verbunden sind, und um den Stift D × sich bewegen, welcher die Puncte der Kopie ×λμν bestimmt. Auf allen vier Linealen sind in der Mitte Meßingplatten eingelegt, welche in Decimalzoll und Linien eingetheilt sind. Auf AB fängt die Theilung von a an und geht hinauf nach B; auf DF fängt die Theilung von s an und geht hinauf nach F; auf BC fängt die Theilung bey B an und geht bis C; endlich auf DE fängt die Theilung bey E an und geht bis D. Diese Lineale lassen sich in den Hülsen lmn, lr, qop und ou vor- und rückwärts schieben, und durch Schrauben festklemmen. In den Oeffnungen dieser Hülsen sind nonische Eintheilungen angebracht, durch welche die Linie in zehn Theile, und der Zoll in hundert Theile getheilt werden kann. Unter dem Gewinde oder Bewegungspunkte B ist eine Knie BH mit einer Rolle H angebracht, so daß HB eben so hoch als der feste Stift aG ist, auf welchem das Pantograph ruhet.

Die Theorie des Instruments erfodert, daß aDk, alB und Bok gerade Linien sind. Zu dem Ende können die Stücke acb und dik etwas vorwärts und rückwärts, auf- und nieder geschoben, und durch seine Schrauben befestigt werden, wenn erwähnte Puncte a, D und k die richtige Lage haben. Ferner wird erfodert, daß △ alD dem Dreyeck aBk ähnlich sey, und al : aB = aD : ak = lD : Bk, und diese Linien dasselbe Verhältniß zu einander haben, als der

Maaß-

Maaßstäb der Kopie zum Maaßstabe des Originals, z. B. 1 : 3. Hieraus folgt, daß wenn der Stift kK auf dem Original durch die Linie KL geht, der Stift D κ die Linie κλ dergestallt kopiere, daß κλ : KL = 1 : 3, und die Kopie κλμγ $\frac{1}{3}$ des Originals KLMN in Hinsicht der Maaßstäbe oder der Größe der Seiten, aber nicht der Oberfläche oder des Flächeninhalts werde.

§. 116.

Eine Karte in einem gewissen Verhältniß z. B. auf den dritten Theil des Originalmaaßstabes zu reduciren oder zu verkleinern.

Da die Linien AB, BC, DF und DE in 20 Decimalzoll, jeder dieser in 10 Linien, und diese durch den Nonius in den Hülsen lmr, lr, opq und ou in zehn gleiche Theile getheilt sind, so haben diese Lineale 2000 gleiche Theile. Ferner ist al : aB = lD : Bk oder in dem gegebnen Beyspiel = 1 : 3, und al = lD = Bo = oE = $\frac{AB}{3} = \frac{2000}{3} = 666\frac{2}{3}$. Auf eben die Art berechnet man al für jedes Verhältniß des Maaßstabes der Kopie zum Maaßstabe des Originals. So findet man für eine Reduction auf

$\frac{1}{2}$ Theil	. . al =	1000
$\frac{1}{3}$ —	al =	$666\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$ —	al =	500
$\frac{1}{5}$ —	al =	460
$\frac{1}{6}$ —	al =	$333\frac{1}{3}$.

Bey den Marinonischen und andern Pantographen sind die Lineale an bestimmten Stellen durchbohrt, und werden durch Stifte durch diese Löcher vereinigt, weswegen die Reduction auch nur in diesen gegebenen Verhältnissen vorgenommen werden kann. Es ist ein wesentlicher Vortheil des dänischen Pantographs, daß es sich nach Gefallen in den Hülsen lmn, opq u. s. w. bewegen und

stellen

ſtellen läßt, und dieſe Hülſen mit einer noniſchen Eintheilung verſehen ſind, wodurch man die Karte in jedem gegebenen Verhältniß der Maaßſtäbe reduciren kann. Soll ſich zum Beyſpiel der Maaßſtab des Originals zum Maaßſtabe der Kopie = 5 : 2 verhalten, ſo iſt aB : al = 5 : 2, oder 5 : 2 = 1000 : al und al = $\frac{4000}{5}$ = 800.

1) Soll man auf den dritten Theil reduciren, ſo ſtelle man die Hülſen lmr und lr dergeſtalt, daß ſie auf dem Nonius 666$\frac{2}{3}$ zeigen, und, da al = Bo = Eo, ſo ſchiebe man die Hülſen opq und ou gleichfalls dergeſtalt, daß ihr Nonius auf 666$\frac{2}{3}$ ſteht, woraus dann folgt, daß lDoB eine ſolche Figur iſt, deren gegenüberliegende Seiten gleich groß ſind, und alſo ein Parallelogramm iſt. Uebrigens kann man mit dieſem Pantograph auf keine kleinere Theile als $\frac{1}{6}$ Theile reduciren, weil dann das Dreyeck alD ſo klein wird, und die Theile des Inſtruments ſich ſo nahe kommen, daß die Bewegung nicht mehr ſo frey und ungehindert vor ſich geht, als doch ſeyn muß. Sollte man aber auf kleinere Theile z. B. $\frac{1}{10}$ Theil reduciren wollen, ſo brauchte man nur das Original erſt auf $\frac{1}{2}$ Theil, und dieſe Kopie dann auf die Hälfte zu reduciren, wo man dann eine Kopie erhalten wird, deren Maaßſtab der $\frac{1}{10}$ Theil des Originalmaaßſtabes iſt.

2) Wenn die Lineale und Hülſen des Pantographs nach dem Nonius auf ihre gehörige Eintheilung zu Folge des gegebenen Verhältniſſes zwiſchen den Maaßſtäben der Kopie und des Originals geſtellt ſind, ſo ſchraubt man den Stift a G ungefähr

mitten

mitten auf einem sehr großen und ebenen Zeichnungstische fest, und setzt das Pantograph durch das Loch a auf den Stift a G fest, um welchen herum es sich denn nach allen Seiten frey wenden und drehen kann.

3) Man muß nun die Stellen aufsuchen, wo Original und Kopie auf dem Tische befestigt werden sollen. Man führe den Stift k K nach L hinauf, und spanne das Pantograph dergestalt aus, daß das Lineal D F sich gegen a b c hinbewege, doch so, daß es nirgends anstoße, und daß dessen Bewegung vollkommen frey und ungehindert vor sich gehe, und dahin, unter den Stift, schiebe man die eine Ecke des Originals L. Darauf führe man den Stift K k hin nach K und N, lege darnach die Ecken des Originals, und befestige dasselbe entweder mit Nadeln oder Mundleim in den Ecken und einigen Stellen in der Mitte desselben an dem Tische. Das lose und reine Papier $\varkappa \lambda \mu \nu$, auf welches die Kopie kommen soll, verschiebe man so lange, bis, wenn der Stift k K in die Ecken K, L, M, N gesezt wird, der Stift D k die Puncte $\varkappa \lambda \mu \nu$ der Kopie bemerkt, worauf dann das Papier in dieser Lage gleichfalls festgeleimt, oder auf andere Art an dem Zeichnungstische befestigt wird. Doch darf das Stück D s t dem Stifte a G nicht so nahe kommen, daß dadurch die freye Bewegung des Pantographs gehindert würde.

4) Nun fängt man zu kopieren an. Man stellt den Stift K k auf jeden Punct des Orjginals, wo dann der Stift D k auf den korrespondirenden Punct der Kopie zeigt, und drückt man mit dem Finger auf den Stift, so erhält man einen sichtbaren

baren Punct auf der Kopie. Auf die Art kopirt man alle Hauptpuncte des Originals, z. B. scharfe Ecken der Markgränze, Ecken der Wiesen- und Aeckerstücke, einzelne Häuser, Mühlen u. s. w., und hat man diese auf der Kopie angedeutet, so geht man zu den krummen Linien, z. B. dem Umkreise der Wiesen, Sümpfe, Seen, niedrigen Gebüsches, Waldungen u. s. w. Mit der rechten Hand führt man den Stift k K und verfolgt die krummen Linien auf dem Original, indem der Stift D *, dessen Bewegung vollkommen frey und ungehindert seyn muß, die krumme Linie mit allen ihren Biegungen auf der Kopie verkleinert entwirft. Einige bedienen sich eines in das Loch bey D gesteckten Bleystifts, welches gleich die kopierte Linie aufzeichnet. Bequemer ist es aber, wenn D * eine Stahlspitze ist. Da diese abgedreht ist, so steckt die Spitze derselben genauer im Mittelpunkte des Loches D, als die Spitze des Bleystifts in demselben stecken kann, und kopiert daher mit weit größerer Genauigkeit. Diese Spitze muß indeß nicht so scharf seyn, daß sie ins Papier ritzt, und damit man die blinde Linie genau nachziehen könne, muß man mit der linken Hand ein wenig auf dem Stift drücken, oder auch, falls er zu stark ins Papier eingreifen sollte, denselben ein wenig in die Höhe heben, welches auch von dem Stifte K k gilt.

5) Es ist angenommen worden, daß das Original nicht größer sey, als daß es auf einmal mit dem Pantograph überfahren werden könne; sollte aber dasselbe entweder in seiner Länge oder Breite, oder in beyden zugleich größer seyn, als daß dieß Statt

finden könnte, so muß man durch Linien mit Bleystift gezogen das Original in zwey, drey oder mehrere Theile von der Größe theilen, daß man sie auf einmal mit dem Pantograph übefahren und reduciren könne, und in den Ecken und einigen andern Stellen in der Mitte dieser Linien einige Combinationspuncte bemerken. Nach den Num. 2, 3, 4, gegebnen Regeln reducirt man iedes dieser Stücke besonders, und trägt mit aller möglichen Genauigkeit die Combinationspuncte auf die Kopie, nach welchen man dann diese Partialreductionen zusammen leimen, und auf die Art sich eine nach einem gewissen Verhältniß reducirte Kopie der ganzen Originalkarte verfertigen kann.

Anmerkung. Die eigentliche Bestimmung des Pantographs ist, Karten zu verkleinern. Solche Reductionen lassen sich nicht allein sehr geschwinde und bequem, sondern auch mit viel Genauigkeit vornehmen, weil die bey der Reduction begangenen Fehler in dem Verhältniß der Maaßstäbe zu $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ Theil verkleinert werden. Man kann das Pantograph auch zur **Vergrößerung** von Karten gebrauchen. Man legt dann das Original in $\varkappa\lambda\mu\nu$, und läßt den Stift D $\varkappa$ den Puncten und Linien des Originals folgen; die vergrößerte Kopie liegt dann in KLMN, und der Stift Kk bestimmt die Puncte und Linien der Kopie. Man muß aber bey dieser Arbeit sehr aufmerksam und genau seyn, indem jeder Fehler in der Stellung des Stifts D $\varkappa$ sich in der Stellung des Stifts Kk auf der Kopie sehr vergrößert.

Achter Abschnitt.

Vom Nivelliren.

§. 117.

Aus der mathematischen Geographie muß man als einen Lehnsatz hernehmen, daß die Erde eine Kugel ist, deren Durchmesser 40,673,259 dänische Fuß *) beträgt. Die wahre Horizontallinie durch einen gegebenen Ort A (Fig. 94) ist ein aus dem Mittelpunct der Erde beschriebener Bogen ADE. Die apparente oder scheinbare Horizontallinie durch den Ort A ist die Tangente ACF, welche den Punct A berührt. Nivelliren heißt finden, wie viel ein Ort A (Fig. 95) höher oder niedriger als der andere Ort B nach der wahren Horizontallinie liegt. Man muß daher durch A und B ein Paar wahre Horizontallinien AD und BE ziehen; die Entfernung dieser beyden Bogen von einander bestimmt, wie viel A höher liegt als B;

*) Diese hat man in dem Verhältniß 14034 : 13913 und nach den im gründlichen Unterricht zur practischen Geometrie von J. Tobias Mayer, erster Theil, §. 5. erster Auflage, nachzusehenden Formeln auf Rheinländisches Fußmaaß zu bringen. Die Tabelle §. 119 ist ebenfalls nach dem dänischen Fußmaaße berechnet; eine in Rheinländischen Ruthen berechnete Tabelle dieser Art findet man beym Picard (Abhandlung vom Wasserwägen mit Zusätzen von Lambert, Pag. 185).

Anmerk. d. Uebers.

die Linie AE ist es, die man durchs Nivelliren suchen und bestimmen will.

Es gibt kein anderes Mittel zur Bestimmung entfernter Gegenstände, als die Gesichtslinien, welche von den Lichtstrahlen gebildet werden. Diese gehen in geraden Linien fort, so lange die Materie, in der sie sich bewegen, von gleicher Dichtigkeit ist. Hieraus folgt, daß beym Nivelliren die Gesichtslinien von einer Station A die scheinbare Horizontallinie ACF und nicht die wahre ADE bestimmen. Die Puncte C und F, welche man durch das Nivelliren bestimmt, liegen nicht in der wahren Horizontallinie durch A, sondern oberhalb derselben. Es ist nöthig, den Punct C in der scheinbaren Horizontallinie auf den Punct D in der wahren Horizontallinie reduciren, oder die Reduction CD finden zu können, und dieß geschieht durch folgenden Lehrsatz:

§. 118.

Die Reduction CD von der scheinbaren Horizontallinie zu der wahren findet man, wenn man das Quadr. der nivellirten Distanz AC mit dem Durchmesser der Erde GD dividirt, oder $CD = \frac{AC^2}{GD}$.

In der Geometrie wird bewiesen, daß das Quadrat der Tangente dem Rechteck aus der ganzen schneidenden Linie und dem Stücke ausserhalb des Kreises gleich ist, oder $AC^2 = CG . CD$. Nun ist aber $CG = GD + CD$. Die Distanzen, welche man auf einmal, d. h. durch eine einzige Visirung nivelliren kann, betragen nie mehr als $\frac{1}{2}$ Meile oder 12000 Fuß. Für eine solche Entfernung ist kein merklicher Unterschied zwischen dem Bogen AD und der Tangente AC, und noch unbeträchtlicher ist CD gegen den Durchmesser der Erde (CD = $3\frac{1}{2}$ Fuß

Fuß und DG über 40 Mill. Fuß). Man kan also selbst für die größten nivellirten Distanzen CD in Vergleichung mit DG ohne beträchtlichen Fehler wegwerfen, und DG = CG annehmen; nun war $AC^2 = CD.CG$; also auch $AC^2 = DG.CD$, und, wenn man auf beyden Seiten dividirt, $\frac{AC^2}{DG} = CD$.

§. 119.

Hiernach läßt sich nun die Reduction für jede gegebene Distanz, z. B. für 10000 Fuß berechnen, nämlich $\frac{AC^2}{DG} = CD = \frac{100000000}{40673259}$. Diese Rechnung macht man am besten mit Logarithmen:

Log. 100000000 = 8,0000000
Log. 40673259 = 7,6093090
Log. CD = 0,3906910
CD = 2,4586 Fuß.

So wie die Reduction CD für die Entfernung $AC = \frac{AC^2}{DG}$ ist, so ist die Reduction EF für $AF = \frac{AF^2}{DG}$; also $CD : EF = \frac{AC^2}{DG} : \frac{AF^2}{DG}$, und, wenn man die beyden lezten Glieder mit DG multiplicirt, ist $CD : EF = AC^2 : AF^2$, oder die Reductionen CD und EF verhalten sich wie die **Quadrate der nivellirten Distanzen.** Durch Hülfe dieses Satzes kann man für jede Distanz die Reduction berechnen, wenn man die bereits berechnete Reduction für 10000 Fuß zum Grunde legt. Wollte man z. B. die Reduction für 3000 Fuß berechnen, so ist $AF^2 : AC^2 = FE : CD$, $100000000 : 9000000 = 100 : 9 = 2,4586 : CD$; also $CD = \frac{2,4586.9}{100} = \frac{22,1274}{100} = 0,221274 = 0,2213$ oder 2 Zoll, 2 Linien und $\frac{1}{10}$ Linie Decimalmaaß.

Auf diese Art ist nachfolgende Tabelle berechnet, in welcher die erste Kolonne die nivellirten Distanzen in dänischem Fußmaaße, die zweyte Kolonne die Reduction in Fußen, Zollen, Linien und Zehntheilen von Linien desselben Maasses enthält.

Nivellirte Distanzen in dänischen Fußen.	Reduction in dänischen Fußen Decimalmaasses.		
Fuß.	Fuß.	Zoll.	Linien.
100	-	-	- $\frac{3}{10}$
500	-	-	- $\frac{6}{10}$
1000	-	-	2 $\frac{5}{10}$
2000	-	-	9 $\frac{8}{10}$
3000	-	2	2 $\frac{1}{10}$
4000	-	4	9 $\frac{3}{10}$
5000	-	5	1 $\frac{4}{10}$
6000	-	8	8 $\frac{5}{10}$
7000	1	2	- $\frac{5}{10}$
8000	1	5	7 $\frac{3}{10}$
9000	1	9	9 $\frac{1}{10}$
10000	2	4	5 $\frac{9}{10}$
11000	2	9	8 $\frac{7}{10}$
12000	3	5	4

Aus der oben stehenden Tabelle ersieht man, daß die Reduction unbedeutend ist, wenn die nivellirten Distanzen kleiner als 500 Fuß oder 250 Ellen sind. Will man die Reduction für eine jede andere nivellirte Distanz finden, so kann man solche leicht nach den vorhin gegebenen Regeln berechnen.

§. 120.

§. 120.

Ein **Nivellirinstrument** ist ein solches Instrument, durch welches man vermittelst Gesichtslinien die scheinbare Horizontallinie bestimmen kann. Das einfachste ist die Wasserwage, Wasserpaß der Zimmerleute. In einer auf der Grundlinie des Dreyecks senkrecht stehenden Linie hängt ein Faden mit einem Gewichte; treffen diese zusammen, so muß die Grundlinie zugleich mit der Fläche, auf welche man das Dreyeck gesezt hat, horizontal seyn. Man läßt sich eine viereckige, sehr gerade Stange AD, (Fig. 96), von 12 bis 16 Fuß Länge machen. An den Enden dieser Stange sind zwey viereckige Hülsen, in welche die Stäbe AM und BN senkrecht gesteckt, und mit Schrauben fest geschroben werden können. Will man nun von A bis C nivelliren, so sezt man den Stab AM über A und BN in die gerade Linie durch A und C. Man stellt die Wasserwage auf AD, und hebt oder senkt den Stab so lange bey D, bis die Wage P die Linie AD als horizontal angiebt, wo dann $BD = AF$ die Höhe von A über B ist. Auf eben die Art findet man, wie viel B höher liegt als C, nämlich $CE = FG$; also ist die Höhe von A über $C = AG = AF + FG = DB + EC$.

§. 121.

Diese Wasserwage des Zimmermanns kann man nur zu kleinen Distanzen gebrauchen, auch gibt sie überdies keine große Genauigkeit. Für grössere Entfernungen muß man andere Instrumente haben. **Die Wasserwage mit communicirenden Röhren** besteht aus einer Messing- oder Blechröhre BACD (Fig. 97), ungefähr 12 bis 18 Zoll lang, in deren Mitte noch eine dritte Röhre F stehen kann. In diesen Röhren AB und CD sind Glasröhren von $\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser

eingekittet. Nun füllt man das Ganze mit Waſſer, am liebſten mit gefärbtem, an. Nach den Geſetzen der Hydroſtatik muß die Oberfläche des Waſſers in dieſen drey Röhren E, F und G ſich in eine horizontale Fläche ſtellen, und viſirt man nach dieſer Linie EFG, ſo liegt die Viſirlinie in dem ſcheinbaren Horizonte. Dieſes Inſtrument bedarf keiner Verification oder Verbeſſerung, ſondern iſt immer in ſeiner gehörigen Ordnung. Ein anderes ſehr bequemes Nivellirinſtrument, welches man das **Nivellirlineal** nennen kann, habe ich lange in Gedanken gehabt, aber bis jezt noch nicht beſchrieben. AB (Fig. 98) iſt ein Lineal von Meſſing oder ſtarkem Holze, 11 Zoll lang und $2\frac{1}{2}$ Zoll breit. Ca und Db ſind zwey viereckige Röhren von Holz oder Eiſen, 2 Zoll hoch, $\frac{1}{2}$ Zoll breit, und auf der andern Seite nach der Breite des Lineals 2 Zoll. Dieſe ſind durch eine Röhre ab verbunden, welche rund oder viereckig und mit einer eine Linie großen Oefnung ſeyn kann. Auf die Art wird CabD eine communicirende und dichte Röhre, die mit Queckſilber angefüllt wird, welches ſich nach einer Horizontallinie bey a und b ins Gleichgewicht ſetzet. In die Röhren Ca und Db ſetzt man die Dioptern, die vom Queckſilber getragen werden, und wenn die Abſehen bey E und F gleich hoch ſind, oder Ea = Fb iſt, ſo wird EF die ſcheinbare Horizontallinie ſeyn. Die Dioptern ſind nach einem gröſſern Maaßſtabe in Fig. 99 abgezeichnet. ab iſt die horizontale der Oberfläche des Queckſilbers parallele Linie; acfp und bkgq ſind Holzſtücke, welche genau, aber doch vollkommen frey in die Röhren Ca und Db paſſen; cdef und ghik ſind die Meßingdioptern. Die halben Theile cd und ck ſind ſolide und die andern halben ef und hg offen; in der Linie klmn, die ſo genau als möglich mit ab parallel ſeyn muß, findet man

ein

ein Loch k und eine Abſehenfläche l in dem einen Diopter, und in dem andern eine Abſehenfläche m und ein Loch n, ſo daß k a = l p = m q = n b iſt, welches ein wichtiger und weſentlicher Umſtand für die Genauigkeit des Inſtruments iſt. Zu noch mehrerer Sicherheit ſezt man das eine Diopter in E und das andere in F, und bemerkt durch das Loch k und die Platte m einen Horizontalpunct; tauſchet dann die Dioptern um, ſezt F ſtatt E und E ſtatt F, und viſirt durch das Loch n und die Platte l; wird nun derſelbe Punct noch bedeckt, ſo iſt k a = l p = m q = n b. Uebrigens erſieht man leicht, daß man durch das Loch k und die Platte m vorwärts, und durch das Loch n und die Platte l rückwärts nivellen könne. Dieſes Nivellirlineal bedarf keines beſondern Stativs, ſondern wird nur auf den Meßtiſch geſezt, welcher dann im voraus ſchon einigermaaßen horizontal geſtellt ſeyn muß. Dieſes Nivellirlineal hat ganz gewiß den Vorzug vor dem Waſſerpaſſe und der communicirenden Röhre. Bey der leztern kann man die Horizontallinie nur nach der Oberfläche des Waſſers in den Röhren beſtimmen, welche für große Diſtanzen ſehr ungewiß wird; bey dem Nivellirlineal wird dieſe Linie durch ein feines Loch und eine Abſehenplatte angegeben, und iſt alſo zuverläßiger.

§. 122.

Zum Nivelliren gehören noch weiter zwey **Nivellirſtäbe** oder **Nivellirſignale**. Dieſe ſind viereckige Stäbe A B (Fig. 100), welche ſo lang als möglich, ungefähr 10 bis 12 Fuß, 3 Zoll nach allen Seiten breit, und unten mit Eiſen beſchlagen ſind, welches unten ganz flach iſt. Von A nach oben hinauf werden dieſe Stäbe in Fuß, Zoll und Linien eingetheilt; oben bey B befindet ſich eine Rolle. Das eigentliche Signal iſt

ein Brett CD, einen Fuß im Quadrat, welches zur Hälfte schwarz und weiß angemahlt ist; man gebraucht auch weiß angestrichene Bretter mit einem schwarzen Kreuze, welches gute Dienste leistet, wenn man mit Fernröhren nivellirt. Durch eine viereckige Hülse wird das Signal an dem Stabe gehalten, und durch eine an dem obern Theil des Brettes befestigte und um die Rolle bey B gehende Schnur läßt sich dasselbe nach Gefallen herauf oder herunter ziehen. Hinten am Stabe bey N ist ein Nagel oder Stift, an welchem die Schnur fest gemacht wird. Will man die Höhe von A bis an die Mitte des Signals CD, nach welcher immer visirt wird, wissen, so muß man zu der Höhe AE, welche der untere Rand des Signals angibt, noch die halbe Breite des Signalbrettes CE addiren. So oft man den Nivellirstab aufstellen und nach demselben visiren will, muß man in A einen Pfahl AF bis gerade mit der Erde einschlagen. Dieser viereckige Pfahl ist 4 Zoll nach allen Seiten, und auf der obern Fläche glatt und eben. Auf diesen setzt und hält man den Nivellirstab, welcher sonst während der Arbeit mehr oder weniger in die Erde eingedrückt werden könnte, wodurch man die Höhe AC größer finden würde, als sie würklich ist. Uebrigens muß man den Stab senkrecht halten.

§. 123.

Wenn man mit dem Nivellirlineal (§. 120) nivellirt, so muß das Brett am Nivellirstabe so lange in die Höhe gezogen werden, bis die Linie CD (Fig. 100), welche das Schwarze und Weisse trennt, von der Absehenplatte im Diopter F, wenn man durch das Loch im Diopter E visirt, gedeckt wird. Es sey der Abstand der Dioptern oder EF (Fig. 101) = 10 Decimalzoll; die Breite

der

der Absehenplatte $FG = \frac{1}{10}$ Linie $= 0{,}001$ Fuß; EH der Abstand, in welchem der Nivellirstab eingesetzt ist. Man ziehe EGK und HK parallel mit FG, so ist HK der Theil des Nivellirbrettes, welcher von der Absehenfläche bedeckt ist, und Ungewißheit in die Arbeit bringen wird. Nun ist $EF : FG = EH : HK$ und $HK = \frac{EH \cdot FG}{EF}$ Die nivellirte Distanz EH sey $=$ 100 Fuß, so ist $HK = \frac{0{,}001 \cdot 100}{10} = 0{,}01$ Fuß oder 1 Decimallinie. Für $EH = 200$ Fuß wird man $HK = 0{,}02$ Fuß; für $EH = 300$ Fuß $HK = 0{,}03$ Fuß oder 3 Decimallinien, und für $EH = 400$ Fuß $HK = 0{,}04$ Fuß finden. Da man nun die Mitte der Absehenplatte nach der Linie CD auf dem Nivellirstabe richtet, so darf man diese Fehler auf die Hälfte herabsetzen, und annehmen, daß, **wenn man eine Distanz $EH = 400$ Fuß oder 200 Ellen nivellirt, eine Ungewißheit in der nivellirten Höhe von 2 Linien oder ungefähr $\frac{1}{7}$ Zoll beym Gebrauch des Nivellirlineals bleibe.** Bey der Wasserwage mit communicirenden Röhren ist der Fehler gewiß sehr viel größer. Zuerst wird die Oberfläche des Wassers in den Röhren wegen dessen größerer Cohäsion mit dem Glase als mit sich selbst an den Seiten der Röhren in die Höhe gezogen, und ist deswegen in der Mitte hohl, wodurch es schwerer wird, die eigentliche Oberfläche des Wassers zu bestimmen, und demnächst hält es sehr schwer, in Distanzen von 100 Ellen und darüber genau zu sehen, ob die Oberfläche des Wassers mit der Mitte des Brettes oder Signales auf dem Nivellirstabe in gerader Linie ist.

§. 124.

Aus dem allen ersieht man, daß sowohl die Wasserwage mit communicirenden Röhren als auch das Nivellirlineal

lineal unzulängliche Nivellirinſtrumente ſind, wenn man ſehr große Entfernungen nivelliren will. Man muß dann Inſtrumente gebrauchen, welche mit Fernröhren verſehen ſind. Solcher Inſtrumente ſind verſchiedene Arten von **Picard**, **Hügens**, **Römer**, **de la Hire**, **la Feburе** und andern erdacht worden. Die meiſten derſelben findet man in Dégré du Meridien par la meſure de M. Picard, Paris 1740, pag. 88 — 99, und in Ouvrages de Mathematique de M. Picard, Amſterdam 1736, pag. 261 — 273, worinn ſich deſſelben Traité du Nivellement, von der es eine deutſche Ueberſetzung, Berlin 1749, gibt, befindet, beſchrieben. Ekſtröm hat ein von ihm erfundenes Nivellirinſtrument, in den Kong. Svenſka Vetenſkabs Academiens Handlingar, Stockholm 1743, 5 Tom. 3 Qu. beſchrieben. Dieſes Inſtrument habe ich ſchon ſeit 1765 bey wirklichen Nivellements gebraucht und ſehr vortreflich gefunden, ſeit welcher Zeit es allgemein bey uns eingeführt iſt, und das mit deſto gröſſerm Recht, als es nicht allein ein Nivellirinſtrument, ſondern auch ein vortrefliches Diopterlineal mit einem Fernrohr iſt, und zugleich dazu dienen kann, nach ſehr weit entfernten Objekten zu viſiren und Linien auf dem Meßtiſche zu ziehen. Die Waſſerwage oder das feſte und unbewegliche Fernrohr auf dem geographiſchen Inſtrument iſt ebenfalls ein ſehr vortrefliches Nivellirinſtrument. Dies Fernrohr nebſt deſſen Verification habe ich in der Opmaalings Maade, ſom er brugt ved de danſke geographiſke Karter §. 47 beſchrieben.

§. 125.

Um vollkommen die Einrichtung, Verification und den Gebrauch des Nivellirinſtruments zu verſtehen, iſt

es nöthig, aus der Optik folgende, die Refraction und Einrichtung der Fernröhre betreffende Sätze zu entlehnen.

1) Wenn ein Lichtstrahl AB (Fig. 109) aus einer dünnen Materie in eine dichtere MN übergeht, so verläßt er seinen geradlinichten Weg ABC, und wird nach dem Perpendikel BE in der Linie BD zugebrochen, so daß es ein bestimmtes Verhältniß zwischen dem Sinus des Einfallswinkels CBE und dem Sinus des gebrochenen Winkels DBE gibt, welches Verhältniß aus Luft in Glas in einer Mittelzahl = 3 : 2 ist.

2) Wenn der Strahl aus einer dichtern Materie in eine dünnere übergeht, so wird er von dem Perpendikel abgebrochen; aus Glas in Luft verhält sich der Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des gebrochenen Winkels = 2 : 3.

3) Schleift man Glas auf beyden Seiten in hohlen Schaalen, welche Kugelstücke sind, so erhält man dioptrische Gläser, welche auf beyden Seiten **convex** oder **erhaben** sind. Ist die eine Seite platt und die andere erhaben, so wird das Glas **planconvex** genannt.

4) Alle convexe Gläser bilden die Gegenstände hinter dem Glase verkehrt ab. Je näher das Object dem Glase ist, desto mehr entfernt sich das Bild, und je entfernter das Object ist, desto näher hinter dem Glase befindet sich das Bild. Ist das Object in Vergleichung mit der Breite des Glases unendlich weit entfernt, oder sind die Lichtstralen parallel, so ist das Bild dem Glase so nahe als möglich, und kann nie näher kommen. Der **Focus** oder die **Brennweite** wird durch das Bild der paral-

parallelen Strahlen und deſſen Entfernung vom Glaſe angegeben; ſo ſpricht man von einem Glaſe von 2 Fuß, von 3 Zoll Focus.

5) Fernröhre, welche man an Inſtrumenten anbringt, beſtehen aus einem convexen Objectivglaſe MN von einem längern Focus oder Brennweite, und einem convexen Ocularglaſe PQ (Fig. 102) von einem viel kürzern Focus.

6) Wenn man durch ein ſolches Fernrohr nach einem ſehr entfernten Object AB ſieht, ſo wirft der oberſte Punct deſſelben A einen ganzen Stralenkegel AMN auf das Objectivglas MN, welche Strahlen ſich nach der Brechung hinter dem Glaſe in a vereinigen, und den oberſten Punct A des Objects zu unterſt in a abbilden. Der unterſte Punct B wirft den Strahlenkegel MNB auf das Objectivglas, welche Strahlen nach der Brechung ſich hinter dem Glaſe in b ſammeln, und den unterſten Punct des Objects zu oberſt abbilden, und ſo **wird jedes weit entfernte Object hinter dem Glaſe verkehrt und verkleinert dargeſtellt.**

7) Dies verkehrte Bild ab des Objects betrachtet man durch das Ocularglas PQ, wie durch ein einfaches Mikroſcop oder Vergröſſerungsglas. Aus dieſer Urſache muß das Ocular PQ ſo weit von ab oder dem Focus des Objectivglaſes entfernt ſtehen, als die Brennweite des Oculars beträgt. Die Lichtſtrahlen von a und b kommen aus dem Focus des Oculars, fallen divergirend auf das Glas PQ, und kommen nach der Brechung parallel aus demſelben heraus, wie PO und

OQ.

O Q. Hält man nun das Auge in O, so wird man das Object AB so sehen, als ob die Lichtstrahlen von β und α kämen, woraus denn folgt, **daß man das Object AB durch ein solches Fernrohr verkehrt und vergrössert sehen wird.**

8) Der **Campus** oder das **Gesichtsfeld** ist der Theil, welchen man auf einmal mit dem Fernrohre übersehen kann. Dieser Campus wird rund und groß seyn. Damit man im Fernrohre Puncte und Linien haben möge, durch deren Hülfe man das bestimmen kann, was man durch das Fernrohr sieht, so setzt man bey a b oder zwischen dem Focus des Objectiv- und dem Focus des Ocularglases zwey Fäden unter einem rechten Winkel oder in der Gestalt eines **Kreutzes, dessen einer Faden oder Filament horizontal, der andere senkrecht ist.** Diese Fäden nimmt man entweder aus dem Gewebe des Seidenwurms, oder noch besser aus den allerfeinsten gezogenen Goldfäden.

9) Sowohl die vordere als hintere Seite des Glases ist ein Cirkelbogen. Die Linie C c (Fig. 103), welche durch beyder Bogen Mittelpuncte geht, heißt die **Axe des Glases.** Sie steht senkrecht auf dem Glase und geht ungebrochen durch dasselbe hin. So wie das Objectivglas seine Axe hat, eben so hat auch das Ocularglas seine Axe O c. Ein Fernrohr ist centrirt, wenn die Axe des Objectiv- und Ocularglases eine einzige gerade Linie ausmacht.

10) Wenn die Axen der Gläser cO und cC einen Winkel mit einander machen, O c C, so ist das

Fernrohr

Fernrohr nicht centrirt, und man wird dann die Mitte des Objects C nicht in dem Puncte C, sondern nach der Direction O c in E sehen, und die durch ein solches Fernrohr einvisirten Linien werden unrichtig seyn. Ist hingegen das Fernrohr sorgfältig centrirt, so ist die Gesichtslinie O c C eine gerade Linie, und man sieht durch ein solches Fernrohr das Object an derselben Stelle, wo man es ohne Fernrohr sehen würde.

§. 126.

Ekströms Niveau (Fig. 105) besteht aus einem starken Meßinglineal A B, welches 12 bis 13 Zoll lang ist. Auf demselben stehen zwey starke Stücke oder Dioptern C D und E F, welche nachher näher beschrieben werden sollen. Oben bey D und F sind sie in zwey Cirkelbogen oder Pfannen ausgeschnitten. G H ist die Meßingröhre eines Fernrohrs. D k und h F sind sorgfältig abgedrehete Ringe von Klockenmetall, mit welchen das Fernrohr in den Pfannen liegt, und die Cirkelbogen berührt. c e ist ist Libelle unter dem Fernrohre, welche sich um ein Gewinde oder Zapfen in a drehen läßt; d ist ein Stift oder Spitze unter der Libelle, welche nach den Oefnungen und Absehenplatten in den Dioptern C D und E F gestellt wird, wodurch das Fernrohr allezeit auf denselben Puncten des Ringes an demselben und in den Pfannen zu liegen kommt. Durch die Schrauben b und c bringt man das andere Ende der Libelle dem Fernrohre näher oder entfernt es mehr von demselben, und befestigt es in der richtigen durch die Verification bestimmten Lage. Die 106te Figur stellt das Diopter C D im Grundriß und im Profil oder Durchschnitt dar; bey C ist

eine

eine Spalte und bey K eine Abſehenplatte. D iſt die Pfanne, in welcher das Profil des Fernrohrs als ein Cirkel vorgeſtellt iſt. Das ganze Stück HLD iſt ein beſonderes Stück, welches durch eingefeilte Falzen (die Deutſchen nennen ſie Schwalbenſchwanz, die Engländer Doves Tail) vor- und rückwärts geſchoben, und durch die Schraube x befeſtigt werden kann. Dieſe Bewegung iſt nothwendig, um die Axe des Fernrohrs mit den Seiten des Lineals parallel zu ſtellen, wenn man dieſes Niveau als ein mit einem Fernrohr verſehenes Diopterlineal gebrauchen will. Das zweyte Diopter findet man Fig. 107 im Plan und Profil abgebildet. E g f h i E iſt ein zuſammenhängendes, aber in der Mitte ausgeſchnittenes und offenes Stück; F M P iſt ein bewegliches Stück, in welchem in F die Pfanne iſt, welche das Fernrohr trägt; M iſt eine Abſehenſpalte und bey P eine Abſehenfläche. Die Stücke f g und h i ſind zwey dünne Platten, welche durch kleine Schrauben an den hintern Stücken befeſtigt werden, und dadurch einen Falz bilden, in welchem das Stück F M P ſich bewegen kann. Dieſes Stück hat unten ein länglichtes ſchräges Loch u t (Fig. 108), in welches ein Zapfen y paßt, der an dem Stücke g k feſt ſitzt; auf der andern und vordern Seite von g k iſt eine Schraubenmutter befeſtigt, durch welche die Schraube k r geht. Hieraus folgt, daß, wenn man mit der Schraube k r ſchraubt, das ganze bewegliche Stück k g ſich bewege, und der auf der andern Seite ſitzende Zapfen y in dem länglichten Loche, welches in dem Diopter P M F iſt, vorwärts gehe, und das Diopter dadurch in die Höhe ſchiebe. Dreht man die Schraube r k den andern Weg, ſo ſinkt das Diopter P M F und mit demſelben das eine Ende des Fernrohrs.

Bey dem Fernrohre GH muß man noch bemerken, daß in dem gemeinschaftlichen Focus des Objectiv- und Ocularglases ein aus einem horizontalen und einem verticalen Faden (§. 123. Num. 8), welche man verschieben kann, bestehendes Fadenkreuz sich befindet. Die Schrauben m und p können den horizontalen Faden erheben und senken, und die Schraube n nebst einer zweyten auf der andern Seite des Fernrohres befindlichen Schraube bewegt den verticalen Faden.

Die Libelle c e unter dem Fernrohre muß so empfindlich und leicht beweglich seyn als möglich, so daß bey den geringsten Neigungen und Inclinationen die Luftblase sich von den auf der Glasröhre eingeschnittenen Zeichen entferne. Wäre die Glasröhre der Libelle vollkommen gerade, so könnte man sie für einen Cirkelbogen von einem unendlich großen Radius ansehen; dann würde sie aber so empfindlich seyn, daß man die Luftblase nie zur Ruhe bringen könnte, womit dem Landmesser in Praxi nicht gedient wäre. Eine solche Libelle würde eben das leisten, was man sich von einer Wasserwage mit einem Loth, welches an einer unendlich langen Schnur befestigt wäre, versprechen könnte. Die Glasröhre muß deswegen etwas gebogen seyn, aber doch nicht mehr, als daß die Luftblase sich noch bey Neigungen von 1 bis 2 Sekunden etwas von ihren Zeichen entfernen könne, und dadurch wird Ekströms Niveau eben so zuverläßig, als wenn Picards und le Febürs Wasserwagen ein Gewicht von 12 Fuß Länge hätten. Da aber diese ihren Gewichten nur eine Länge von 3 Fuß gegeben haben, welche nur Neigungen von 8 bis 10 Sekunden angeben, diese Instrumente auch nicht gut größere oder längere Gewichte haben können, so begreift man, daß die Libellen weit zuverläßiger sind. Sie haben überdies noch den Vortheil, daß man sie sowohl beym Winde als bey

ruhigem

ruhigem Wetter gebrauchen kann, welches bey den andern nicht der Fall ist.

§. 127.

Um zu untersuchen, ob die Libelle die Eigenschaft habe, Neigungen von 1 bis 2 Sekunden anzugeben (unter der Voraussetzung, daß das Instrument genau verificirt ist), stellt man den Meßtisch CE (Fig. 110) horizontal, und auf denselben das Nivellirinstrument DF, und erhebt oder senkt durch die Schraube r (Fig. 105) das Diopter EF so lange, bis die Blase der Libelle zwischen ihren Zeichen steht, worauf man an dem Nivellirstabe den Punct A anmerken läßt, welcher von dem Horizontalfaden des Fernrohrs bedeckt worden ist. Man erhebet darauf durch die Schraube r das Diopter EF, bis die Luftblase sich $\frac{1}{4}$ Linie von ihren Zeichen weggezogen hat, und bemerkt an dem Nivellirstabe den Punct B, welcher nun von dem Horizontalfaden bedeckt wird; man mißt AD und AB, und berechnet daraus den Winkel ADB, welcher die Neigung der Linie DB bestimmt, bey welcher die Blase sich $\frac{1}{4}$ Linie von den Zeichen fortgezogen hat. Nun ist $AD : AB = 1 : \text{Tang. } ADB$, und $\text{Tang. } ADB = \frac{AB}{AD}$.

Wenn man diese Untersuchung anstellt, so muß der Stab GB weder zu nahe noch zu entfernt von dem Instrumente seyn, damit man mit der größten Deutlichkeit die Gränze zwischen dem Schwarzen und Weissen auf dem Nivellirbrette oder das auf demselben gemahlte Kreuz (§. 12) sehen könne. Die beste Entfernung wird ungefähr 300 Ellen = 600 Fuß = 60000 Linien seyn; findet man nun AB = 5,8 Linien, so ist

AD : AB = sin. tot. : Tang. ADB
60000 : 5,8 = sin. tot. : Tang. ADB
log. sin. tot. = 10,0000000
log. 5,8 = 0,7634280

10,7634280
log. 60000 = 5,7781513

log. Tang. ADB = 4,9852767

Zu diesem Winkel gehört, wie man findet, aufs nächste 2″, und also ist die Libelle des geprüften Instruments so empfindlich, daß sie Neigungen von 2 Sek. angibt, wenn die Blase sich $\frac{1}{4}$ Linie verzieht. **Gleichfalls kann man durch Versuche die Dicke des Horizontalfadens im Fernrohr bestimmen.** Man schiebe das Nivellirbrett so weit in die Höhe, daß man eben das Weisse über den Faden hervorschimmern sehen kann, und bemerke diesen Punct B an dem Nivellirstabe; man ziehe dann das Brett so weit herunter, daß man eben das Schwarze unter dem Faden erblicken kann, und bemerke den Punct A, so ist eben so wie vorhin Tang. $ADB = \frac{AB}{AD}$. Man wird gewöhnlich finden, daß der Horizontalfaden im Fernrohr nach seiner verschiedenen Dicke einen Raum einnimmt, welcher im Winkel oder Bogen 4 bis 10 Sek. beträgt.

Wenn die kleinste Neigung, welche die Libelle angeben kann = a, und die Dicke des Horizontalfadens im Fernrohr = b; folglich der beym Nivelliren unvermeidliche kleinste Fehler = a + b = ADB ist, so ist der daraus entstehende Fehler in der Höhe AB = Tang. (a + b). AD; denn im Dreyeck ADB ist sin. tot. : Tang. ADB = AD : AB. Es sey a = 2″, b = 8″, so

ist

ist $a + b = 10'' = ADB$. Kleiner darf man den Fehler wohl nicht annehmen, wenn man alle kleine Fehler in der Wasserwage und beym Visiren zusammen nimmt, und so kann man folgende Tabelle der beym Nivelliren durch eine einzige Visirung möglichen Fehler berechnen.

Nivellirte Distanz. AD	Fehler in der Höhe in Linien und Decimaltheilen derselben AB
200 Fuß	0,9696 Linien
400 —	1,3932 —
600 —	2,9088 —
800 —	3,8784 —
1000 —	4,9480 —
1200 —	5,8178 —
1400 —	6,7872 —
1600 —	7,7567 —
1800 —	8,7264 —
2000 —	9,6963 —
4000 —	19,3925 —
6000 —	29,0880 —

Diese Tabelle zeigt, daß, wenn man eine Distanz von 1000 Fuß oder 500 Ellen durch eine einzige Visirung nivellirt, der zulässige und unvermeidliche Fehler $4\frac{9}{10}$ Decimallinien oder beynahe $\frac{1}{2}$ Zoll beträgt; bey einem Nivellement von 2000 Fuß oder 1000 Ellen aber $9\frac{7}{10}$ Linien oder beynahe einen Decimalzoll, und auf 6000 Fuß oder 3000 Ellen 29 Linien oder beynahe 3 Zoll; indeß ist es sehr selten, daß die Lage und Witterung es erlauben, so große Strecken auf einmal zu nivelliren.

§. 128.

Durch Nivelliren zu bestimmen, wie viel der Punct A (Fig. 111) höher als D liegt, wenn die Arbeit aus mehrern Zwischenpuncten B und C in derselben geraden Linie vorgenommen, und das Instrument in diesen Puncten oder Endpuncten der nivellirten Linie aufgestellt werden kann.

1) Man stelle das Instrument in A, und lasse einen Pfahl (§. 121) in B, einem solchen Orte einschlagen, wo das Fallen von A bis B nicht grösser als die Höhe der Nivellirstäbe ist. Hier sezt man einen Nivellirstab hin, und läßt einen Gehülfen das Signal auf gegebene Zeichen so lange auf- oder niederziehen, bis die Gränzlinie zwischen dem Schwarzen und Weissen in der scheinbaren Horizontallinie e f ist, welche durch das Instrument in A bestimmt wird. Soll das Brett in die Höhe gezogen werden, so bewegt man die Hand in die Höhe; soll es herabgelassen werden, zur Erde; hat dasselbe die gehörige Höhe, so schwenkt man den Huth über den Kopf. Ist die zu nivellirende Distanz sehr groß, so muß der am Nivellirstab stehende Gehülfe ein kleines Fernrohr haben, um die gegebenen Zeichen sehen zu können.

2) Man schreibe auf, wie viel Fuß, Zoll und Linien B f ausmacht; messe die Höhe des Instruments A e = f g, so findet man B f — f g = B g = A p, oder wie viel höher A als B liegt. Da aber hier nur die scheinbare Horizontallinie bestimmt ist, so muß diese noch auf die wahre Horizontallinie reducirt werden, und dann erst hat

man

man die wahre Höhe des Puncts A über B (§. 117. 118).

3) Man ſetze das Inſtrument in B und den Stab in C, und beſtimme Ci und die Höhe des Inſtruments Bh = ik, woraus man Ci — ik = Ck = pq findet.

4) Endlich ſetze man das Inſtrument in C und den Stab in D, und ſuche Dm — lm = Dl = qr.

5) Addirt man dieſe relativen Höhen, ſo findet man, wie viel A höher liegt als D, oder Ar = Ap + pq + qr.

Beyſpiel.

Bf = 8,455 Fuß
Ae = fg = 4,340
Ap = Bg = 4,115
Reduction für ef = 2000 Fuß = 0,098 (§. 118)
wahre Ap = 4,017

Ferner Ci = 7,830
Bh = ik = 4,853
pq = Ck = 2,977
Reduction für hi = 1000 Fuß = 0,025
wahre pq = 2,952

Ferner Dm = 6,435
Cn = ml = 4,620
qr = Dl = 1,815
Reduction für nm = 2000 Fuß = 0,098
wahre rq = 1,717

Also die wahre $Ap = 4{,}017$
$pq = 2{,}952$
$qr = 1{,}717$

$Ap + pq + qr = 8{,}686$ Fuß.

Also liegt der Punct A über der wahren Horizontallinie durch D 8 Fuß 6 Zoll 8 und $\frac{6}{10}$ Linien Decimalmaaßes. Will man das auf Duodecimalmaaß bringen, so hält der Fuß 12 Zoll, der Zoll 12 Linien und die Linie 10 Theile, und der Fuß also 1440 Duodecimaltheile. Der Bruch $\frac{686}{1000}$ muß also in einen andern gleich großen verwandelt werden, dessen Nenner 1440 und dessen Zähler unbekannt $= x$ ist; also $\frac{686}{1000} = \frac{x}{1440}$ oder $1000 : 686 = 1440 : x$; also $x = 987$. Diese Theile dividirt man durch 10, um Linien zu erhalten $= 98\frac{7}{10}$, und diese wieder durch 12, um Zoll und Linien zu erhalten, und man hat $\frac{98}{12} = 8$ Zoll 2 Linien. Also ist 8 Fuß 6 Zoll 8 $\frac{6}{10}$ Linien Decimalmaaßes eben so groß als 8 Fuß, 8 Zoll $2\frac{7}{10}$ Linien Duodecimal- oder Werkmaaßes.

§. 129.

Die Erdkugel ist allenthalben mit einem durchsichtigen, schweren und elastischflüßigen Körper umgeben, welchen man den **Luftkreis**, **Dunstkreis** oder **Atmosphäre** nennt. Die letzte Benennung rührt daher, weil alle Dämpfe, Dünste und Ausdünstungen in der Luft schwimmen. Die Schwere der Luft verursacht, daß die untersten Luftschichten von den über ihnen liegenden mehr zusammengedrückt werden, als die Luftschichten, welche höher liegen, und da sie nun alle elastisch sind und sich zusam-

zuſammendrücken laſſen, ſo müſſen die unterſten Schichten der Atmoſphäre dichter als die oberſten ſeyn, ſo daß die Luft von der Oberfläche der Erde an bis an die oberſte und äußerſte Gränze des Dunſtkreiſes immer dünner und dünner wird. Hieraus entſteht **die terreſtriſche Strahlenbrechung, durch welche die Spitzen der Berge, Thürmer und andere Puncte, zu welchen man in einer weiten Entfernung nivellirt, erhoben werden und höher ſcheinen als ſie wirklich ſind.** Wenn I ein Ort iſt, von welchem aus man nach einem andern Orte D viſiren oder nivelliren will, ſo wird man D nicht nach einer geraden Linie oder einem geraden Lichtſtrahl, als welcher die Erde erreichen wird, ehe er nach I kommt, ſehen; ſondern ein anderer Lichtſtrahl, welcher höher geht, anfangs durch die dünnere Luft bey D fährt, und nachher bey a in die dichtere übergeht, wird von ſeinem geradlinichten Wege ab nach dem Perpendikel zu (§. 124. Num. 1), und alſo zur Erde herabgebrochen. Kommt derſelbe noch niedriger, und alſo in eine noch dichtere Luft, ſo wird er noch mehr von a nach b gebrochen werden, und ſo immer mehr, je tiefer der Lichtſtrahl durch den Dunſtkreis fährt, wodurch der Weg des Lichtſtrahls von D nach I keine gerade Linie D I, ſondern eine krumme Linie D a h I wird. Das Auge glaubt nun das Object in E zu ſehen, welcher Punct durch die Tangente I E an der krummen Linie des Lichtſtrahls D a h I beſtimmt wird. In dieſer Verticalfläche wird das Object D bis in E erhoben zu ſeyn ſcheinen, und folglich iſt der Winkel oder Bogen D I E **die Größe der terreſtriſchen Refraction.** Eben ſo wird man in D das niedriger liegende Object I in der krummen Linie I b a D ſehen, der Strahl fällt daher ſo ins Auge, als wäre er nach der Direction der Tangente

GD gekommen; das Object I wird in G erhoben scheinen, und in der Höhe ist GI, und im Winkel IDG die terrestrische Strahlenbrechung für das Object I.

§. 140.

Aus der gegebenen Erklärung ist es klar, daß man die Objecte D und I dergestalt sehen werde, als wenn die Lichtstrahlen aus dem Durchschnittspuncte beyder Tangenten H gekommen, und von da aus ohne Refraction in geraden Linien HD und HI fortgegangen wären; daß die Wirkung der Refraction dieselbe bleibe, wenn man annähme, daß die Strahlen in geraden Linien von D nach H und von I nach H gegangen wären, in dem Puncte H aber auf einmal um den Winkel GHI = DHE gebrochen oder gebogen würden, welche Totalrefraction dieselbe Wirkung hat, als alle Partialrefractionen auf dem eigentlichen krummlinichten Wege der Lichtstrahlen Dabl. Aus Aufmessungen kennt man die Entfernung ID, welche ohne beträchtlichen Unterschied = BC ist, und, aus der Größe eines Grades = 59225 dänischen Klaftern, oder aus der Größe einer Viertelmeile, beynahe = 1 Minute, findet man den Bogen BC oder den Winkel A im Grabenmaasse. Stellt man sich nun mit einem geographischen Cirkel, welcher ein beym Nivelliren gewöhnliches Fernrohr hat, in I, und observirt das Object D, das man in der geraden Linie EI siehet, und mißt desselben Erhöhungswinkel über die scheinbare Horizontallinie durch I, so erhält man den Winkel AIE, wenn man zu dem Elevationswinkel DIE den rechten Winkel AID addirt. Eben so muß man in D stehen und messen, wie viel I unter dem Horizonte durch D liegt, und diesen Winkel von 90° abziehen, um den Winkel ADG zu finden. Wenn keine Refraction wäre, so

würden

würden der Punct H und die Linien IH und HD in ID fallen, und alle Winkel im △ IAD = 180° seyn. So viel nun A + AIE + ADG gröſſer als 180° iſt, ſo viel beträgt die Gröſſe der Refraction in den beyden Stationen D und I, weil IHG = HID + HDI.

Lambert hat bewieſen, daß die krumme Linie der Lichtſtrahlen beynahe ganz genau ein Cirkelbogen iſt, deſſen Halbmeſſer 7 bis 8 mal gröſſer als der Halbmeſſer der Erde AC iſt. (Les proprietés remarquables de la route de la lumiere, à la Haye 1759, pag. 67—71). Bouguer glaubt durch ſeine Obſervationen dieſen Radius = 9 AC gefunden zu haben. (Memoires de l'Academie royale des ſciences de Paris 1749). Man kann durch eine Mittelzahl DabI für einen Bogen annehmen, deſſen Halbmeſſer = 8 AC iſt. Man darf annehmen, daß die Bogen DabI und BKC beynahe von gleicher Länge ſind; auf ſolchen Bogen verhalten ſich aber die Menge der Minuten und Sekunden verkehrt wie die Halbmeſſer, weil, je gröſſer die Halbmeſſer werden, deſto gröſſer auch die Minuten und Sekunden ſind, und deſto kleiner auch die Zahl derſelben für eine gleiche Länge wird. Alſo die Zahl der Sekunden auf DabI : die Zahl der Sekunden auf BKC = AC : 8 AC = 1 : 8; folglich DabI = $\frac{CKB}{8}$. Die Gröſſe der Refraction DIE iſt der Winkel, welchen die Chorde ID mit der Tangente IE an der krummen Linie oder dem Cirkelbogen DabI macht; aber DIE = $\frac{1}{2}$ DabI und DabI = $\frac{1}{8}$. CKB; daher DIE = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}$. CKB = $\frac{1}{16}$. CKB oder die terreſtriſche Strahlenbrechung iſt = $\frac{1}{16}$ des Cirkelbogens der Erde zwiſchen dem Orte, von welchem aus man viſirt, und dem Orte, wohin man

man visirt. Es sey z. B. die Entfernung zwischen I und D oder BKD = 1 Meile = 4 Minuten = 240 Sekunden, so ist DIE = $\frac{240}{16}$ = 15″, oder der Ort D wird nach E um einen Winkel von 15″ erhoben werden.

§. 131.

Nivellirt man Distanzen von einer halbviertel Meile oder 3000 Fuß, so ist die Refraction = $\frac{30}{16}$″ oder beynahe 2″; auf einer Viertelmeile oder 6000 Fuß = $\frac{60}{16}$″ oder beynahe 4″; auf einer halben Meile = $\frac{120}{16}$″ oder beynahe 8″ u. s. w. **Nivellirt man also von dem einen Ende einer Linie nach dem andern, so macht die terrestrische Stralenbrechung die nivellirten Höhen größer.** Ueberdieß aber ist die terrestrische Refraction nach der verschiedenen Beschaffenheit der Dünste in der Luft sehr ungleich und veränderlich. Wenn man des Mittags den Horizontalfaden des Fernrohrs auf ein weit entferntes Object gestellt hat, so findet man des Morgens und Abends, daß dasselbe im Bogen 1, 2 ja wohl 3 Minuten höher und über dem Horizontalfaden steht, welcher die scheinbare Horizontallinie angiebt. Die Ursache ist, daß beym Untergang der Sonne die Dünste und Dämpfe einen Theil ihrer Wärme, welche sie durch die Sonnenstrahlen erhalten hatten, verlieren, und deswegen weniger ausgedehnt und dichter werden, und größere Refraction verursachen (§. 124). **Diese Veränderlichkeit der terrestrischen Strahlenbrechung, welche wegen der beständigen Veränderungen in der Wärme der Luft zu allen Tageszeiten Statt findet, verursacht noch größere Fehler in den nivellirten Höhen, wenn man von dem einen Ende der Linie nivellirt.**

Vor-

Vorher ist bewiesen, daß die terrestrische Refraction $\frac{1}{10}$ Theil der nivellirten Distanz beträgt (§. 129), woraus folgt, daß, wenn man das Instrument mitten zwischen den beyden Puncten, deren Höhe man bestimmen will, aufstellt, nicht allein die Refraction, sondern auch die Reduction von der scheinbaren zur wahren Horizontallinie (§. 117) auf beyden Seiten gleich groß wird, oder beyde Objecte durch die Refraction und Reduction gleich viel an beyden Endpuncten der zu nivellirenden Entfernungen erhoben werden. **Nimmt man also die Station in der Mitte an, und nivellirt von da aus nach beyden Seiten, so vermeidet man nicht allein die Fehler, welche aus der Refraction entstehen, sondern hat auch nicht nöthig, die nivellirten Höhen von dem scheinbaren auf den wahren Horizont zu bringen.**

§. 132.

Es gibt zwey Puncte A und B, zwischen welchen man in einer geraden Linie nivelliren kann; man soll bestimmen, wie viel der Ort B (Fig. 112) höher liegt als der andere A, und und zwar dadurch, daß man in mehrern in der Mitte angenommenen Stationen nivellirt.

1) Wenn die Oerter A und B so weit von einander entfernt sind, daß sie sich nicht durch eine einzige Station bestimmen lassen, so muß man zwischen denselben eine Linie abstecken, und durch eingeschlagene Pfähle die Puncte A, C, D und B (§. 121) bestimmen. Diese Puncte müssen nicht weiter von einander entfernt seyn, als daß man in der Mitte zwischen ihnen das Signal deutlich sehen kann, und das Fallen oder Steigen des Bodens

dens von A bis C, von C bis D u. s. w. nicht die Höhe übersteigt, bis zu welcher das Brett des Nivellirstabes oder das Signal gehoben werden kann (§. 121).

2) Man muß zwey zuverläßige Gehülfen haben, von welchen der eine seinen Nivellirstab senkrecht auf dem Pfahle A, und der andere den seinigen in C hält. Man stellt das Instrument mitten zwischen A und C in 1 auf, visirt von e nach a, und läßt auf ein gegebenes Zeichen das Nivellirbrett so lange höher oder niedriger stellen, bis die Mitte desselben F in der Horizontallinie e a F steht. Gebraucht man das von Ekström erfundene Niveau (§. 125), so stellt man den Meßtisch ungefähr horizontal auf, und sezt das Instrument darauf, so daß das Ocularglas bey e und das Objectivglas bey a ist. Man richtet das Fernrohr nach der unter demselben befindlichen Spitze, und wenn die Luftblase sich zu ihren Zeichen hingezogen hat, bestimmt man durch Visiren durchs Fernrohr den Punct F; steht aber die Blase von den Zeichen auf der Röhre entfernt, so muß man erst dadurch, daß man eines der Dioptern etwas in die Höhe schiebt, die Libelle berichtigen.

3) Dann geht man nach a, und wenn man Ekströms Wasserwage gebraucht, so muß man das Fernrohr herumlegen, so daß das Objectiv nach e und das Ocular nach a kommt. Man stellt und verrückt das Fernrohr dergestalt, daß die Spitze unter Libelle richtig steht (§. 126), und giebt Acht, ob die Luftblase sich genau nach ihren Zeichen hinzieht, und da stehen bleibt; sollte das nicht ganz genau geschehen, so muß man durch die Schraube

r das

r das Diopter EF niedriger oder höher stellen, bis die Blase bey den Zeichen stehen bleibt, wobey man derselben immer einige Zeit lassen muß, sich in Ruhe zu setzen. Nun visire man durch das Fernrohr, und lasse die Mitte des Nivellirbrettes am Stabe CH dergestallt stellen, daß dieselbe von dem Horizontalfaden des Fernrohrs bedeckt wird; man erhält dann den Punct G. Sowohl der vordere Gehülfe in C als der hintere in A müssen sorgfältig die Höhen der Stäbe von dem eingeschlagenen Pfahl an bis zur Mitte des Nivellirbrettes, nämlich AF und CG, in Fuß, Zoll und Linien, welche man, der Bequemlichkeit wegen nach dem Decimalmaaße nehmen kann, anmerken.

4) Man hebt dann das Instrument auf, und setzt es in 2, ungefähr mitten zwischen C und D. Der vordere Gehülfe geht nach D, und hält da seinen Nivellirstab, während der hintere nach C gegangen ist, und daselbst seinen Stab hält. Man bestimmt nun nach denselben in Num. 2 und 3 erklärten Regeln die scheinbare Horizontallinie HI, die Puncte H und I und die Höhe der Nivellirstäbe, nämlich CH und DI.

5) Der vordere Gehülfe geht nach B, das Instrument wird nach 3 gebracht; der hintere Gehülfe steht mit seinem Nivellirstabe in D; man bestimmt die scheinbare Horizontallinie KL und die Höhen BL und KD.

6) Wenn man nun finden will, wie viel A höher oder niedriger als B liegt, so kann man diese

Rechnung

Rechnung auf verschiedene Art führen. Die einfachste ist folgende:

AF = 6,02 Fuß
CG = 3,53 —

Cc = dn = + 2,49
CH = Id = 5,92
DI = 2,64

Dd = + 3,28
Km = LB = 4,46
KD = 2,58

Dm = — 1,87
dn = + 2,49 Fuß oder C höher als A
dD = + 3,28 oder D höher als C

Dn = + 5,77 oder D höher als A
Dm = — 1,87 od. B niedriger als D

mn = Bb = + 3,90 oder B höher als A.

7) Man kann diese Rechnung auch noch auf eine andere Art führen. Man addire alle Höhen, welche der vorder Gehülfe an seinem Nivellirstabe gehabt hat, nämlich in C, D und B; gleichfalls addire man alle Höhen, welche der hintere Gehülfe in A, C und D angemerkt hat. Die kleinere dieser Summen subtrahire man von der grössern, so ist der Unterschied beyder der zwischen A und B befindliche Höhenunterschied. Ist die Summe der Höhen des hintern Gehülfen grösser als die Summe der Höhen des vordern, so ist B höher als A; in dem entgegengesetzten Fall ist B niedriger als A.

AF

$$AF - CG = Cc$$
$$CH - DI = Dd$$
$$DK - BL = -Dm$$

Addirt man nun auf beyden Seiten, so hat ma $AF + CH + DK - (CG + DI + BL) = Cc + Dd - Dm = dn + Dd - Dm = Dn - Dm = mn = Bb$, welches die Höhe des Puncts **B** über der Horizontallinie durch A ist.

In dem vorigen, bey Num. 6 gebrauchten, Beyspiele, war

$AF = 6,02$ Fuß
$CH = 5,92$
$DK = 2,59$

$AF + CH + DK = 14,53$ Fuß, oder die Summe der Höhen des hintern Gehülfen.

Ferner $CG = 3,53$ Fuß
$DI = 2,64$
$BL = 4,46$

$CG + DI + BL = 10,63$ Fuß, oder die Summe der von dem vordern Gehülfen an seinem Nivellirstabe gefundenen Höhen.

Da nun die Summe des hintern Gehülfen grösser ist als die des vordern, so ist B höher als A.

Summe der hintern Höhen $= 14,53$ Fuß
Summe der vordern Höhen $= 10,63$ —

B höher als **A** $= 3,90$ Fuß.

§. 133.

Diese Methode kann auch da angewandt werden, wo man nicht immer in derselben geraden Linie nivelliren

kann, sondern Biegungen machen, und in mehrern geraden Linien, welche Winkel mit einander machen, nivelliren muß. Es sey A (Fig. 115) ein See, welchen man austrocknen, und dessen Wasser in den Fluß oder die Aue MFN ableiten will. Man muß aber vorher die Möglichkeit dieser Ableitung dadurch untersuchen, daß man erforscht, ob der See höher liegt als der Fluß, oder man muß von A nach F nivelliren. Da die Arbeit des Ausgrabens desto beschwerlicher und die Kosten desto grösser seyn werden, je höher das Land ist, so ist es natürlich, daß das Ausgraben durch die niedrigsten Gegenden geschehen muß. Die Gegend, durch welche muthmaßlich die Ableitung geschehen kann, messe man auf, mache eine Karte von derselben, und untersuche und bemerke die niedrigsten Gegenden A, B, D, E und F. Man nivellire dann in einer oder mehrern Stationen die Linie AB, und untersuche, wie viel B höher liegt als A (§. 131). Gleichfalls nivellire man die Linien BD, DE und EF. Diese relativen Höhen von A, B, D, E und F kann man in einem **Nivellirprofil** anschaulich machen, welches man oberhalb der Karte zeichnet, und zu desto grösserer Deutlichkeit bloß die Höhen nach einem so großen Maaßstab absezt, daß ein Zoll schon eine merkliche Grösse werden kann. Man ziehe Verticallinien AA, BB, CC, DD, EE, FF durch alle Puncte, in welchen die Nivellirlinien gebrochen worden sind. Man ziehe eine Horizontallinie PAg, welche die Wasserlinie des Sees ist, und so viel wie möglich nach dem niedrigsten Wasserstand genommen werden muß. In A schlägt man einen starken Pfahl ein, und schneidet nach der Wasserlinie des Sees einen Schnitt in denselben ein, von welchem die Arbeit des Nivellirens anfängt, und die Höhen gerechnet werden. Hat man nun gefunden, daß

B höher

B höher als A = 6,45 Fuß ist, so sezt man nach dem Maaßstabe des Profils B g = 6,45 Fuß ab, und ziehet die Horizontallinie A g. Findet man darauf D niedriger als B = 14,87 Fuß, so nimmt man nach dem Maaßstabe des Profils B k = 14,87 Fuß, und ziehet d k D; die Linie A d = g k zeigt, wie viel A höher liegt als D. Hat man ferner durchs Nivelliren gefunden, daß D niedriger liegt als E = 3,31 Fuß, so sezt man E h = 3,31 Fuß ab, ziehet D h und E e mit h d parallel, und A e zeigt, wie viel A höher liegt als E. Hat man endlich gefunden, daß E höher liegt als F = 6,48 Fuß, so nimmt man E m = 6,48 Fuß, zieht durch F die Horizontallinie F m f, wo dann A f zeigt, wie viel A höher liegt als F.

Nämlich:

B g = 6,45 Fuß	B höher als A
B k = 14,87	D niedriger als B
G k = A d = 8,42	A höher als D
E h = e d = 3,31	D niedriger als E
A e = 5,11	A höher als E
E m = e f = 6,48	E höher als F
A f = 11,49 Fuß	A höher als F

Die relativen Höhen der Puncte A, B, D, E und F sind nach dem Maaßstabe des Profils richtig; aber die Distanzen A B, B D, D E und E F sind nach dem Maaßstabe der Karte oder des Grundrisses dies keinesweges, und noch weniger nach dem größern Maaßstabe des Profils; gleichfalls zeigt sich das Fallen und Steigen größer im Profil, als es wirklich auf dem Felde ist. Es würde aber unmöglich seyn, beyde sowohl die Distanzen als auch die relativen Höhen in ihrer wahren Größe und

natürlichen Verhältniß darzustellen, es sey denn, daß man den Maaßstab der Karte eben so groß als den Maaßstab des Profils annehmen wollte, wodurch aber die Karte zu groß, unbehülflich und unbequem ausfallen würde.

§. 134.

Zur Absteckung horizontaler Linien oder auch anderer Linien, welche eine gegebene Neigung oder Inclination haben sollen, gebraucht man mehrere **kleinere Nivellirplatten** und einige **Zeichenplatten**. Diese sind von Eisen verfertigt. Die **kleinere Nivellirplatte** ist eine Eisenplatte m n (Fig. 114), 12 Zoll lang und 10 Zoll breit, an welcher eine eiserne Stange A B angeschweiset ist. Die Platte ist halb weiß und halb schwarz nach der Linie m n angestrichen, so daß der obere Theil schwarz ist. A E ist so hoch als die Höhe des Instruments, wenn dasselbe in einer bequemen Höhe aufgestellt wird. Die Platte der Zeichenplatte p q D beträgt nur die Hälfte der Höhe der Nivellirplatte, und wird schwarz angestrichen. Die Stange C D ist eben so hoch als A B, woraus folgt, daß A E = C F ist. Von diesen Zeichenplatten muß man mehrere haben.

§. 135.

Es gibt einen Punct A auf dem Felde; man soll eine Horizontallinie durch diesen Punct abstecken und ausmerken. Fig. 116.

1) Man stelle das Nivellirinstrument in A dergestalt, daß dessen Höhe so groß ist als die Höhe der Zeichenplatte (§. 134).

2) Man lasse einen Gehülfen nach B gehn. Ist dieser Punct höher als A, so muß von dem Erdreiche so viel weggegraben werden, bis die Mitte

der

der Nivellirplatte G in der Horizontallinie M G des Instruments ist. Liegt B niedriger, so schlägt man einen Pfahl B c ein, setzt auf diesen die Nivellirplatte, und treibt denselben so tief ein, bis die Mitte der Nivellirplatte in der Horizontallinie M G des Nivellirinstruments ist.

3) Man geht weiter bis C, setzt den Pfahl C d, oben darauf die Visirplatte d H, und schlägt den Pfahl so tief hinein, bis die Mitte der Platte in der Horizontallinie M H ist, welche durch die Visirung durch das Nivellirinstrument bestimmt wird.

4) Die übrigen Puncte, welche man 10 bis 20 Ellen von einander annehmen kann, bestimmt man durch die Zeichenplatte. Einer hält die Visirplatte auf dem Pfahl B c, und ein anderer die Zeichenplatte auf dem Pfahl C d; ein dritter nimmt eine zweyte Zeichenplatte, schlägt einen Pfahl D e ein, und treibt ihn so weit hinein, bis der Stand der Zeichenplatten K und H und die Mitte der Nivellirplatte G in einer geraden Linie K H G sind.

5) Die Visirplatte bringe man nach H und die Zeichenplatte nach K; der dritte Gehülfe geht weiter nach F, wo er einen neuen Pfahl dergestalt einschlägt, daß der Stand der Zeichenplatten I und K und die Mitte der Visirplatte in H eine vollkommen gerade und horizontale Linie I K H G ausmachen. Da die Höhen der Visirplatten unter einander gleich groß und von gleicher Höhe mit dem Nivellirinstrument (§. 133), zugleich aber auch senkrecht sind, so ist A M = I g = K e =

Hd = Ge, und also Agedc mit IKHG parallel, und folglich Agèdc eine Horizontallinie.

§. 136.

Eine gerade Linie ABCDE (Fig. 117) abzustecken, welche eine gegebene Neigung, Schräge oder Inclination von dem Puncte A nach E hat.

1) Durch das Nivellirinstrument ziehet man die Horizontallinie FL und FK parallel mit der geneigten Linie AE. Diese Neigung kann entweder so gegeben seyn, daß die eine Linie ACE an dem Endpuncte E eine gegebene Anzahl Fuße niedriger als A seyn soll, so daß KL gerade zu gegeben ist, oder die Neigung wird durch den Winkel KFL bestimmt, welche die geneigte Linie ACE (oder deren Parallele FHK) mit der Horizontallinie FQL macht. In diesem Fall muß man LK berechnen, welche Linie angibt, wie viel L höher liegt als K oder A höher als E. Da man nämlich die Länge der Linie AE = FK weiß, so ist im Dreyeck FKL sin. tot. : FK = sin. KFL : LK und KL = FK . sin. KFL. Endlich kann die Inclination auch auf die Art bestimmt werden, daß die Linie auf einer gegebenen Länge = FG um eine gegebene Größe = PG fallen solle, z. B. auf 100 Fuß = 8 Zoll. Nun ist △ FPG ∽ △ FKL; also FG : PG = FK : LK und $LK = \frac{PG \cdot FK}{FG}$. Beträgt die Distanz FK = 1000 Fuß, so wird $KL = \frac{8 \cdot 1000}{100} =$ 80 Zoll oder 8 Fuß.

2) Weiß

2) Weiß man dergestalt die Größe des Fallens = KL, so mißt man mit aller möglichen Genauigkeit die Höhe AF, oder wie viel die Visirlinie des Nivellirinstruments höher liegt als A; zu dieser Höhe addirt man das gefundene Fallen KL, und stellt zu dieser Höhe die Mitte des Nivellirsignales oder des Brettes am Nivellirstabe EL, so daß EL = KL + KE = LK + AF.

3) In E schlägt man einen Pfahl ein, und setzt auf diesen den Nivellirstab, dessen Signal oder vielmehr die Mitte des Signals auf erwähnter Höhe (Num. 2) gestellt ist. Den Pfahl E treibt man so tief in die Erde, bis die Mitte des Nivellirbrettes in der Horizontallinie des Instruments ist. Denn zieht man durch E die Horizontallinie EN, so ist FN = LE, davon AF = KE subtrahirt, so findet man das Fallen von A oder AN = LK.

4) Wenn man nun mit Deutlichkeit und Gewißheit von A nach E sehen kann, so nimmt man den Nivellirstab in E, und das Nivellirinstrument in A weg; in E setzt man die kleine Nivellirplatte und auf den Pfahl in A die Zeichenplatte, deren Höhen der Höhe des Instruments gleich sind (§. 133). Auf einem Pfahl in D hält man eine zweyte Zeichenplatte, welche man so tief in die Erde schlägt, bis der Rand beyder Zeichenplatten in F und I in gerader Linie mit der Mitte der kleinen Nivellirplatte in K ist. Darauf versetzt man die Zeichenplatten nach C und D, und treibt sie so tief ein, bis der obere Rand der Zeichenplatten in gerader Linie mit F und K ist, wo dann FGHIK eine gerade Linie ist, deren Neigung

gleich KL ist; aber AF = BG = CH = DI = EK (§. 132) und zugleich Vertical- und Parallellinien; daher FHK mit ACE parallel, und die Neigung von ACE = KL = AN ist, wie es verlangt wurde.

5) Ist die Entfernung von A bis E so groß, daß man mit bloßem Auge nicht mit Gewißheit von F nach K visiren, und also nicht die kleine Nivellirplatte und Visirplatten gebrauchen kann, so muß man irgendwo in der Mitte, z. B. in C, wo die Distanz AC = FH gegeben ist, das Fallen QH auf die in Num. 1 erklärte Art berechnen, durch das Nivellirinstrument und die großen Nivellirstäbe nach den in Num. 2 und 3 gegebnen Regeln den Pfahl C einsetzen, wo man dann beym Gebrauch der kleinen Nivellirplatte und Zeichenplatte die Zwischenpuncte von C bis E und von C bis A finden und auf die Art die geneigte Linie ACE bestimmen kann.

§. 137.

Sollte man einen gegebenen Platz MNPQ (Fig. 120) planiren, oder denselben zu einer Horizontalebne durch einen gegebnen Punct A ebnen, so müßte man zuerst den Punct A durch einen Pfahl, dessen obere Fläche in der gegebenen Höhe wäre, kennbar machen, durch A eine Horizontallinie ACB abstecken und durch Pfähle bezeichnen. Die Zeichenpfähle mögen A, C, D, E, B seyn, und ihre Entfernung kann 15 bis 30 Ellen betragen (§. 134). In einer auf AB senkrechten Richtung stecke man durch C, D, u. s. w. die Horizontallinien GCF, IDH u. s. w. (§. 134) ab, und bezeichne dieselben durch die einge-

eingeschlagenen Pfähle G, F, I, H u. s. w., deren Köpfe eben so viele Horizontalpuncte bestimmen, welche alle von gleicher Höhe mit dem gegebnen Puncte A sind. Die Erhöhungen werden nun abgetragen, tiefe Stellen ausgefüllt, die überflüßige Erde weggeschaft, und die fehlende herbeygeführt, so daß die Köpfe aller Pfähle gerade bedeckt werden, wo man dann den Platz MNPQ in der Höhe des gegebenen Puncts A geebnet hat.

Sollte ein Platz MNPQ unter einer gegebenen Neigung entweder unter dem Winkel MQR oder nach der Höhe MR geebnet werden, doch dergestalt, daß MN und alle mit ihr parallelle Linien horizontal sind, so muß man damit anfangen, daß man eine Linie ACB mitten durch den Platz absteckt, welche die gegebene Neigung MQR oder MR hat, und durch gehörige Pfähle A, C, D, E und B bezeichnet (§. 135). Durch die Puncte A, C, D, E und B werden Horizontallinien parallel mit MAN, nämlich GF, IH u. s. w., abgesteckt, und mit Pfählen bezeichnet, nach welchen die Erhöhungen weggenommen, und die Tiefen ausgefüllt werden, bis die Köpfe aller Pfähle bedeckt sind, wo man dann den gegebenen Platz nach einer gegebenen Inclination geebnet hat.

Man begreift leicht, wie man nach der Aufmessungskarte oder der Planzeichnung und zugleich nach den Nivellir- oder Profilzeichnungen die Menge Erde in Kubikfußen berechnen könnte, welche man weggraben oder zuführen muß, um einen Platz zu ebnen oder anzufüllen. Man kann die über ACFN u. s. w. befindlichen Erdmaaßen für parallelepipedalische Körper ansehn, deren Grundflächen ACFN, CDHF, DEKH u. s. w. sind, und deren Perpendicularhöhen die mitlere Höhe jedes dieser Räume ist. Diese Körper lassen sich nach

den Regeln der körperlichen Geometrie berechnen. Weiß man nun die Kosten Eines Kubikfußes, so kann man einen Ueberschlag der Kosten machen, welche das Ebnen, Abgraben oder Ausfüllen eines gegebenen Platzes erfodern wird. Wenn z. B. AC = 30 Fuß wäre, CF = 50 Fuß, so ist die Fläche ACFN = 1500 □ Fuß. Nimmt man nun ferner an, daß die Höhe des Bodens über A = 2 Zoll = 0,2 Fuß, über C = 1,4 Fuß, über F = 1,8 Fuß und über N = 2,1 Fuß wäre, so ist die mittlere Höhe des Bodens über der Fläche ACFN (diese sey nun horizontal oder geneigt)

$$= \frac{0,2 + 1,4 + 1,8 + 2,1}{4} = \frac{5,5}{4} =$$

1,35 Fuß, folglich ist der kubische Inhalt der Erdmaaße, welche von der Fläche ACFN weggegraben und weggeführt werden soll = 1500 . 1,35 = 2025 Kubikfuß. Verlangt man grössere Genauigkeit, so muß man mehrere Zwischenpuncte als A, F, C, N annehmen, und kleinere Flächen als ACFN berechnen. Finden sich in dem erwähnten Stücke Vertiefungen von Bedeutung, so muß man diese besonders ausmessen, berechnen, und von dem gefundenen Kubikinhalt subtrahiren. Auf dieselbe Art macht man die Rechnung für die andern Flächen CDFH, DEKH u. s. w., und findet aus deren Summen oder Differenzen, wie viel Erde im Ganzen weg- oder zuzuführen ist, um die Fläche MNPQ zu einer Horizontalebne oder zu einer Ebene von einer gegebenen Neigung zu ebnen.

§. 138.

Eine gegebene krumme Linie, z. B. die Ründung eines Weges oder einer Straße, abzustecken (Fig. 118).

1) Eine

1) Eine krumme Linie A B C D bestimmt man, wenn man eine gerade Linie K N, und in derselben gleiche Stücke K L = L M = M N annimmt, und von diesen senkrechte Linien K A, L B, M C und N D zieht. Mißt man diese und setzt sie nach ihrer wahren Größe ab, so erhält man die Puncte A, B, C, D, durch welche man die krumme Linie bestimmen und ziehen kann.

2) Bey Wegen und Straßen findet man es am bequemsten, daß das Fallen auf einem Klafter oder 6 Fuß nicht mehr als 3 Zoll betrage. Es sey der Weg 36 Fuß breit, ohne den Graben auf beyden Seiten. Man errichte das Nivellirinstrument in A, der Mitte des Weges, und messe die Höhe desselben K A = 4 Fuß. Man messe von A bis B in der Horizontallinie 6 Fuß; stelle die Mitte des Signalbrettes auf 4 Fuß 3 Zoll; grabe, wenn es nöthig ist, die Erde bey B weg; schlage den Pfahl hinein, bringe den Nivellirstab über denselben, und treibe den Pfahl so tief hinein, bis die Mitte des Nivellirstabes in der Horizontallinie des Instruments, K L, ist, wo dann L B = 4 Fuß 3 Zoll ist.

3) Man messe A C = 12 Fuß; schlage in C einen Pfahl ein; setze den Nivellirstab auf denselben, so daß die Mitte desselben eine Höhe = 4,6 Fuß hat; treibe den Pfahl so tief hinein, bis die Mitte des Nivellirstabes in der Horizontallinie K M ist, wo dann M C = 4,6 Fuß ist. Auf dieselbe Art mißt man A D = 18 Fuß; setzt einen Pfahl in D, so daß N D = 4,9 Fuß ist. Endlich setzt man die Breite des Grabens ab; setzt jenseits

deſſelben den Pfahl E in gleicher Tiefe, ſo daß O E = 4,9 Fuß.

4) Auf dieſelbe Art beſtimmt man die Puncte F, G, H und I in der zweyten Hälfte des Weges, und wenn die überflüßige Erde weggegraben, oder die erfoderliche Erde nach den Pfählen H, G, F, A, B, C und D herbeygeführt worden iſt, ſo erhält der Weg die verlangte Ründung.

§. 139.

Das Waſſermaaß in einem Mühlenteiche zu beſtimmen.

Erſte Methode.

1) Unter dem Waſſermaaße in einem Mühlenteiche verſteht man Puncte auf dem Felde a, b, c, d u. ſ. w. um denſelben herum, welche eine Horizontalfläche mit einem gegebenen Waſſerzeichen A ausmachen, bis zu welchem das Waſſer im Teiche gehalten werden muß. Dieſes Waſſermaaß beſtimmen, heißt auf dem Felde dieſe Pfähle a, b, c, d u. ſ. w. an den Stellen einſchlagen, bis zu welchen das Waſſer ſtehen muß, wenn der Mühlenteich ſo voll von Waſſer iſt, als es nach dem gegebenen Waſſerzeichen erlaubt iſt, ihn voll zu halten.

2) Man fängt damit an, daß man um den Teich herum geht, und in einiger Entfernung vom Ufer deſſelben höher liegende Oerter B, C, D und E ausſucht, welche zu Nivellirſtationen bequem ſind. Man nivellirt dann von A nach B entweder aus einem oder mehrern Stationspuncten (§. 131). Wir wollen annehmen, daß B höher als A = 2,25 Fuß ſey.

3) Man

3) Man stelle das Nivellirinstrument in B, und messe genau die Höhe desselben, z. B. = 4 Fuß; hierzu addire man die Höhe des Puncts B über A = 2,25 Fuß, und stelle die Mitte des Signals auf 6,25 Fuß. Man lasse einen Gehülfen so lange hin nach a gehn, bis die Mitte des Nivellirsignals in der Horizontallinie des Instruments ist, wo man einen Pfahl einschlagen läßt, welcher gleiche Höhe mit dem Wasserzeichen haben muß. Die Gesichtslinie des Instruments ist 6,25 Fuß höher als A; aber a = 6,25 Fuß niedriger als die horizontale Gesichtslinie des Instruments; also A und a in einer und derselben Horizontalfläche. Auf eben die Art bestimmt man von B aus mehrere Puncte, wie b, welche gleiche Höhe mit A haben, und bezeichnet sie durch Pfähle.

4) Man nivellire darauf von B nach C (§. 131), und findet man C höher als B = 0,64 Zoll, so ist C höher als A = 2,89 Fuß. In C stelle man das Nivellirinstrument. Zu der Höhe desselben = 4 Fuß addire man 2,89 Fuß, und stelle die Mitte des Nivellirsignals auf 6,89 Fuß. Man versetzt dann das Signal so lange am Teiche hin und her, bis man zwey Puncte c und d findet, wo die Mitte des Nivellirsignals in der horizontalen Gesichtslinie des Instruments ist. Diese Puncte bezeichnet man durch Pfähle, welche also an Oertern stehen, welche von gleicher Höhe mit dem Wasserzeichen A sind.

5) Auf gleiche Weise nivellirt man von C nach D, und findet D niedriger als C = 1,12 Fuß. Aber C war höher als A = 2,89 Fuß; also ist D

höher

höher als A = 1,77 Fuß. Stellt man nun die Mitte des Nivellirsignals = 4 + 1,77 = 5,77 Fuß, so kann man durch Hülfe des in D aufgestellten Nivellirinstruments Puncte e und f von gleicher Höhe mit A aufsuchen.

6) So fährt man fort von D nach E und von E nach A zu nivelliren, und die Puncte g und h zu bestimmen. Alle diese eingeschlagenen Pfähle bezeichnen das Wassermaaß des Mühlenteiches.

7) Man kann die Genauigkeit der eingeschlagenen Pfähle auf folgende Art prüfen: Man stellt das Nivellirinstrument in a und läßt einen Gehülfen einen Nivellirstab am Wasserzeichen A halten, und denselben das Nivellirsignal so hoch in die Höhe schieben, bis die Mitte desselben in der Horizontallinie des Instruments ist. Dasselbe thut ein zweyter Gehülfe mit seinem Nivellirstabe in b, c, d u. s. w., und wenn man findet, daß beyde gleiche Höhe haben, so sind a, b, c, d u. s. w. Horizontalpuncte von gleicher Höhe mit A.

Zweyte Methode.

1) Man nivellire von A nach B, und untersuche, wie viel B höher liegt als A; stelle darauf das Nivellirinstrument in B, und suche nach den vorhin gegebenen Regeln zwey Puncte a und b, welche von gleicher Höhe mit A sind (Num. 3).

2) Man stelle das Nivellirinstrument in a, und nivellire nach A und b, und prüfe, ob diese Puncte in einerley Ebene sind (Num. 3).

3) Man

3) Man stelle das Instrument in b, und lasse einen Gehülfen, welcher seinen Nivellirstab in a setzt, das Signal so lange in die Höhe ziehen, bis die Mitte desselben in der Horizontallinie des Instruments ist, welches die Höhe des Instruments ist. Dieser Gehülfe geht dann das Instrument vorbey hin nach c, so weit, als man die Pfähle auseinander stehen haben will, z. B. 30, 50 bis 100 Ellen. Hier stellt er das Nivellirsignal auf dieselbe Höhe, als in a gefunden wurde, und verändert den Ort des Nivellirstabes so lange, bis er einen Punct c findet, welcher in der Horizontalfläche mit a ist; und hier schlägt er einen Pfahl für das Wassermaaß ein.

4) Dann setzt man das Instrument in c, und bestimmt auf die vorhin beschriebene Weise den Punct d, welcher in der Horizontalfläche mit b ist, und so fährt man fort, aus d den Punct e, aus e den Punct g u. s. w. um den ganzen Teich herum zu bestimmen.

5) Will man mehrere Pfähle für das Wassermaaß zwischen A und a, a und b, b und c u. s. w. haben, so kann man leicht durch den kleinen Nivellirstab und die Nivellirzeichen (§. 133) solche Stelle finden, und durch eingeschlagene Zwischenpfähle bezeichnen.

§. 140.

In §. 132 ist erklärt worden, auf welche Art man Nivellements, die ins Große gehen, anstellt, und wie man die relativen Höhen und Tiefen der Hauptpuncte A, B, C, D, E und F bestimmt. Wenn dergleichen Arbeiten entweder zur Anlegung eines Kanals und zu Wasserleitungen

leitungen und Abgrabungen vorgenommen werden ſollen, ſo muß man noch außerdem einen nähern und umſtändlichern Profilriß über das Steigen und Fallen des Erdreichs zwiſchen dieſen Puncten haben. Man verlangt einen ſolchen Profilriß der Linie AB (Fig 119). G iſt der Ort ungefähr in der Mitte der Linie, wo das Nivellirinſtrument ſteht, und man mit aller möglichen Genauigkeit an den Nivellirſtäben A P = 7,37 Fuß und B Q = 0,92 Fuß beſtimmt hat. Man erhält das Inſtrument in unveränderlicher und richtiger Stellung, und mißt nach B hin die Linie G b = 100 Ellen = 200 Fuß. Man bringt den Nivellirſtab nach b, und zieht das Signal in die Höhe, bis die Mitte deſſelben in der Horizontallinie des Inſtruments P Q iſt, und mißt dann a b = 4,52 Fuß. Man mißt wieder 200 Fuß vorwärts bis d, und merkt ſich auf gleiche Art die Höhe c d = 1,97 Fuß. Man mißt aufs neue 200 Fuß vorwärts nach f, ſo daß G f = 600 Fuß, und beſtimmt an dem Nivellirſtabe die Perpendicularhöhe e f = 3,25 Fuß, und ſo ferner bis zum Hauptpuncte B. Eben ſo mißt man auf der andern Seite des Inſtruments, von G nach A, die Linie H g = 200 Fuß und die Perpendiculare g n; H i = 400 Fuß und die Perpendiculare i k; H l = 600 Fuß und die Perpendiculare l m; und ſo ferner bis zum Hauptpuncte A. Ich habe hier angenommen, daß es hinlänglich ſey, für jede Diſtanz von 100 Ellen oder 200 Fuß beſtimmte Puncte im Profil zu haben; ſollte das aber noch nicht genug ſeyn, und wollte man ein noch vollſtändigeres Profil über das Fallen und Steigen des Bodens von A nach B haben, ſo hat man nur nöthig, die Zwiſchenpuncte noch näher z. B. auf 50 Ellen zu rücken, ſo daß H a = a c = c e = 100 Fuß oder noch kleiner iſt, wenn es für nöthig erachtet

wird.

wird. Der Gehülfe, welcher mit dem Nivellirstabe nach den Puncten b, d, f, u. s. w. geht, muß mit der größten Genauigkeit die Höhen ab, cd, ef u. s. w. anmerken, und über alle Längen und Höhen der ganzen Linie von G bis B, von G bis A ein Brouillon oder rohen Entwurf machen, und hierin alle beym Aufmessen und Nivelliren gefundene Zahlen tragen. An jedem Orte, wo der Nivellirstab gestanden hat, in b, d u. s. w., wird ein Pfahl eingeschlagen, welchen man mit demselben Buchstaben oder derselben Nummer bezeichnet, welche in dem Brouillon angemerkt ist. **Zur Verfertigung der Profilzeichnung** ziehe man die Horizontallinie des Instruments PHQ; nehme an, daß die Stelle des Instruments in H sey; setze Ha, ac u. s. w. ab; gleichfalls Hg, gi u. s. w. nach den gemessenen Längen, und ziehe die Perpendicularen ab, cd u. s. w., welche nach dem Maaßstabe des Profils den nivellirten Höhen gleich seyn müssen. Ziehe ferner AD parallel mit PQ, so zeigen bx, dy, fz u. s. w. die Höhen der Zwischenpuncte b, d, f u. s. w. über der Horizontallinie durch A an. Durch eine Berechnung kann man dies auf folgende Art finden:

AP = ax = 7,37 Fuß	cy = 7,37	ez = 7,37
ab = 4,52	cd = 1,97	ef = 3,25
bx = 2,85	dy = 5,40	fz = 4,12

Hieraus folgt also

Ha = 200 Fuß	ab = 4,52 Fuß	bx = 2,85
Hc = 400 —	cd = 1,97 —	dy = 5,40
He = 600 —	ef = 3,25 —	fz = 4,12
HQ = 846 —	QB = 0,92 —	DB = 6,45

§. 141.

Eine der practischen Anwendungen des Nivellirens ist die, daß man einen See oder Morast abgraben und austrocknen, z. B. den See A (Fig. 115) abgraben und das Wasser desselben in den Fluß oder die Aue M F N ableiten will.

Man fängt damit an, daß man auf den kürzesten Wegen und durch die niedrigsten Gegenden nach den Linien A B, B D, D E und E F nivellirt (§ 132), und die relativen Höhen der Hauptpuncte A, B, D, E und F über oder unter der Horizontallinie durch A bestimmt. Dies könnte man den General-Profilriß der Wasserleitung A B D E F nennen. Dann nivellirt man noch insbesondere die Erhöhungen und Vertiefungen in jeder dieser Linien A B, B D, D E und E F (§. 139) welches man den Special-Profilriß nennen kann. Es sey zu Folge des General-Profils.

A niedriger als B = 6, 45 Fuß
A höher als D = 8, 42 —
A höher als E = 6, 11 —
A höher als F = 11, 59 —

Wir wollen annehmen, daß die Entfernung von A bis B = 400 Fuß und von B bis D = 1200 Fuß, also von A bis D = 1600 Fuß sey. Aus dem Fallen des Bodens von A bis D = 8, 42 Fuß kann man das Fallen für jede 100 Fuß berechnen; nämlich: 1600 : 8, 42 = 100 : X und X = 0, 526 Fuß. Da der Wassergraben von A bis D 0, 526 Fuß Fall für jede 100 Fuß haben soll, so beträgt das Fallen von A bis B auf 400 Fuß $= \frac{0,526 \cdot 400}{100} = 2,104$ Fuß, und von B nach D = 1200 Fuß $= \frac{0,526 \cdot 1200}{100} = 6,312$ Fuß. Man steckt nun nach den vorhin gegebenen Regeln von A nach

A nach B eine Linie ab, welche auf 100 Fuß = 0, 526 Fuß Fall hat. Der Hügel bey B muß also zuerst von B bis g = 6, 45 Fuß, und dann noch unter g, um das nöthige Fallen zu unterhalten, 2, 104 Fuß, zusammen also unter E = 8, 552 Fuß durchgegraben werden; von dem Puncte aus steckt man darauf eine Linie nach D aus, welche gleichfalls auf 100 Fuß = 0, 526 Fuß Neigung hat. So hat man den obern Rand und die Fläche des Wassergrabens von A bis D.

Da ferner (§ 133) Em = 6, 48 Fuß
Eh = 3, 31 —

so ist D höher als F = hm = df = 3, 17 —

Es sey DE = 800 Fuß und EF = 300 Fuß; also von D bis F = 1100 Fuß, so findet man hieraus das Fallen für jede 100 Fuß: 1100 : 3, 17 = 100 : X und $X = \frac{3,17 \cdot 100}{1100} = 0,284$ Fuß, so daß das Fallen von D nach E = 2, 272 Fuß und von E nach = 0, 852 Fuß beträgt. Nun stecke man von D nach E eine Linie ab, welche für jede 100 Fuß = 0, 284 Fuß Fall hat. Von dem Hügel E muß zuerst Eh = 3, 31 Fuß, und überdieß noch 2, 272 Fuß, überhaupt also 5, 582 Fuß weggegraben werden. Von diesem Puncte stecke man eine zweyte Linie nach F ab, von 0, 284 Fuß Fall für jede 100 Fuß, so hat man die Fläche der Wasserleitung von D nach F. Zu diesen Tiefen muß man noch die größte Tiefe des Sees A, welcher abgeleitet werden soll, addiren, und darnach wird der Graben bestimmt, abgesteckt und nach eingeschlagenen Pfählen ausgegraben, durch welchen der See nach den Richtungen AB, BD, DE und EF abgezapft werden soll. Aus dem Specialprofil kann man auf eben die Art die Tiefe des Grabens unter einem jeden Orte in der Linie AB, BD

u. s. w. bestimmen, die Menge Erde berechnen, welche ausgegraben werden muß, und die Kosten angeben, welche die Einrichtung und Anlage der ganzen Wasserleitung erfordern wird.

§. 142.

Eine nicht weniger wichtige Anwendung des Nivellirens findet bey **Anlegung von Kanälen** Statt. Unter **Kanälen** versteht man solche Gräben, auf welchen man mit kleinen Schiffen von einem Ort zum andern kommen kann. Man will z. B. den See A (Fig. 115) mit dem Flusse M F N vereinigen, so daß die Waaren, welche zu Schiffe nach A gekommen sind, auf eben die Art nach dem Flusse M F N gebracht, und von da weiter befördert werden können. Da der Transport auf kleinen Schiffen, welche entweder gerudert oder von Pferden gezogen werden, bey weiten nicht so kostbar ist, als der Transport zu Wagen, so müssen gut angelegte Kanäle den inländischen Fleiß, Umsatz und dadurch auch den auswärtigen Handel ungemein befördern. Wollte man dem Boden des Kanals einige Neigung oder Schräge geben, so würde das zwey Unbequemlichkeiten mit sich führen: es würde fürs erste nämlich ein Strom im Kanal entstehen, welcher zwar wohl den Schiffen, die hinab segeln, beförderlich seyn, dahingegen aber auch die heraufgehenden Schiffe sehr aufhalten würde; zweytens würde dieser Strom und die beständige Bewegung des Wassers das Erdreich an den Seiten des Kanals wegschneiden, welche dadurch (besonders in trocknen Erdarten) erweicht werden, herabschießen, und den Kanal anfüllen oder doch wenigstens anschlemmen würden. Aus diesen Gründen macht man den Grund der Kanäle horizontal. Da aber doch in der Gegend, durch welche der Kanal geführt werden soll, das Erdreich mehr oder

weniger

weniger steigt und fällt, so trift man oft auf solche Stellen, wo es entweder ganz unmöglich oder doch zu kostbar seyn würde, den Boden des Kanals in der Horizontaldirection weiter fortzusetzen, wo man dann an einem solchen Orte, eine oder mehrere senkrechte Stufen anbringt, und daselbst eine oder mehrere Schleußen anlegt, d. h. solche Einrichtungen, durch welche die Schiffe, sowohl wenn sie hinab als herauf gehen, über diese im Kanal angebrachte senkrechte Stufen hinübergeschaft werden. In dem vordern und hintern Theil der Schleußen sind Schleußenpforten, welche bey dem Durchgang der Schiffe durch die Schleuße, wenn sie hinauf oder herab über den in der Schleuße befindlichen Fall gebracht werden sollen, geöfnet und geschlossen werden können. Die Tiefe des Wassers in den kleinsten Kanälen ist 6 bis 7 Fuß, und die Pforten müssen noch 2 bis 3 Fuß höher als die Wasseroberfläche seyn, welches schon 8 bis 10 Fuß macht, wozu nun noch die Tiefe des in der Schleuße angebrachten Falles kommt. Rechnet man diesen zu 16 bis 20 Fuß, so entsteht zwar durch die Anlegung der Schleußen eine Ersparung; aber die Schleußenpforten würden dann 24 bis 30 Fuß hoch, und für die tägliche Auf- und Zuschliessung zu schwer und nicht gut zu regieren seyn. Die Erfahrung lehrt, daß Schleußenpforten, welche leicht zu handhaben und bequem seyn sollen, nicht über 16 bis 18 Fuß hoch seyn dürfen; subthrahiret man davon die Höhe des Wassers im Kanal = 8 bis 10 Fuß, und die Höhe der Pforten über dem Wasser, so bleiben für den Fall in der Schleuße nur 8 Fuß zurück. Hieraus folgt, 1) **daß der Fall in jeder Schleuße nicht gröſſer als 8 Fuß seyn müsse;** 2) **daß wenn Kanäle durch steigendes oder fallendes Erdreich von solcher Abschüßigkeit und**

Länge geführt werden, daß das Durchgraben gar zu beträchtliche Kosten erfodern würde, man bey jedem Steigen oder Fallen von 8 Fuß eine Schleuße anlegen müsse. Sollte z. B. der Kanal einen Hügel hinunter von 500 Ellen Länge und 32 Fuß Fall geführt werden, so ist $\frac{32}{8} = 4$, und es ist die Anlegung von 4 Schleußen nöthig, um die Schiffe herauf oder hinab zu bringen.

Um dieses auf ein wirkliches Beyspiel anzuwenden, wollen wir annehmen, daß der See A mit dem Flusse M F N durch einen Kanal vereinigt werden solle. Man nivellire zu der Absicht durch die niedrigsten Gegenden nach den Linien A B, B D, D E und E F; verfertige über diese Linien General- (§. 131 und 132) und Specialprofile (§. 138), und es seyen die gefundenen relativen Höhen und Tiefen der Hauptpuncte A, B, D, E und F eben dieselben, welche wir §. 132 gefunden haben. Da das ganze Fallen A f = 11,59 Fuß, und also grösser als 8 Fuß ist, so werden zu diesem Kanal zwey Schleußen erfordert. B ist höher als A, oder B g = 6,45 Fuß, und A g p ist eine Horizontallinie durch die mittlere Höhe des Sees. Man stecke daher auf dem Felde eine Horizontallinie durch A, nämlich A g p (§. 134) ab, und bezeichne sie gehörig mit Pfählen, so hat man die obere Fläche des Kanals, und stecke darauf und bepfähle die obere Breite des Kanals, z. B. = 60 Fuß. Ist die Höhe des Wassers im Kanal 7 Fuß, und die Breite desselben am Boden =

30 Fuß

30 Fuß gegeben, so kann das Abstecken und Graben nach dem Specialprofil geschehen (§. 139). So fährt man mit Grabung des Kanals nach der Linie A g p fort, bis man bey p die andere Seite des Hügels erreicht, wo man einen senkrechten Fall macht. Da nun die Tiefe von D unter A oder A d = 8,42 Fuß, und also ungefähr 8 Fuß ist, so kann man den Fall in der Schleuße = p r = 8,42 Fuß machen; durch r steckt man eine Horizontallinie r D h q ab, nach welcher man den obern Rand des Kanals bis nach dem jenseitigen Fuße des zweyten Hügels anlegt, und den Kanal auf die vorhin beschriebene Weise ausgräbt. Zufolge des Nivellirens (§. 132) ist

E höher als F oder E m = 6,48 Fuß
D tiefer als E oder e h = 3,31 —

F niedriger als D oder h m = q s = 3,17 Fuß.

Wenn man also den senkrechten Fall bey q = 3,17 Fuß macht, so ist der obere Stand des Kanals in der Horizontallinie des Flusses F, und man steckt von s eine Horizontallinie s F ab, nach welcher der Kanal in den Fluß F geleitet wird. Es erhellet hieraus, daß nach den angegebenen Bedingungen dieser Kanal zwey Schleußen erhalte, eine bey p mit einem Fall p r = 8,42 Fuß, und eine zweyte bey q mit einem Fall q s = 3,17 Fuß, und daß übrigens der Kanal nach den Horizontallinien A g p, r D h q und s F angelegt

werden müsse. Nach den Specialprofilen läßt sich noch näher angeben, wie viel Erde man weggraben oder zuführen muß, und einen Ueberschlag über die Arbeit des Grabens beym Kanal machen. Was die nähere Beschaffenheit und Einrichtung der Schleußen betrifft, so gehört dies nicht in eine Abhandlung vom Nivelliren, sondern wird in der Hydrostatik ausführlicher erklärt.

Anhang

Anhang

über

die geometrische Vertheilung der Felder.

§. 1.

Ein Stück Land in eine gewisse Menge gleicher oder durch ein bestimmtes Verhältniß angegebener ungleicher Theile zerlegen, heißt dasselbe **geometrisch vertheilen.** Die **Lehre von der geometrischen Vertheilung der Felder** ist ein wichtiger Abschnitt der practischen Geometrie. **Geometrisch** heißt diese Vertheilung deswegen, weil man bey derselben einzig und allein auf die Größe oder den Flächeninhalt der Theile sieht, ohne auf andere Umstände, z. B. Güte, gleichen Ertrag u. s. w. der Theile Rücksicht zu nehmen. Gleiche Theile sind also solche, welche gleichen Flächeninhalt haben. Diese Vertheilung ist daher lediglich ein Gegenstand der Geometrie. Soll aber ein Stück Land dergestalt in eine bestimmte Menge Theile getheilt werden, daß sie in Rücksicht ihrer Güte oder ihres Ertrages gleich groß sind, so ist dieß eine Aufgabe, welche in **die Lehre von der ökonomischen Vertheilung der Felder** gehört. Ist der Boden

eines solchen Stücks Landes von ungleicher Güte, so werden diese Theile in Rücksicht ihres ökonomischen Werths gleich seyn, aber im Flächeninhalte, also im geometrischen Verstande, sehr von einander abweichen. Wer Ländereyen in Rücksicht ihres gleichen oder ungleichen Werths für den Ackerbau vertheilen will, muß Einsichten in die Oekonomie haben, z. B. die Güte der verschiedenen Erdarten kennen, und daher der Name **ökonomische Vertheilung der Felder.** Hier wird nur die Lehre von der geometrischen Vertheilung der Ländereyen abgehandelt werden.

§. 2.

Aufgabe. Ein Dreyeck in 2 und n gleiche Theile zu theilen.

Diese Aufgabe ist einer mehrfachen Auflösung fähig. 1) Man kann die Theilungslinien aus der Spitze des gegebenen Dreyecks auf die Grundlinie, oder allgemein aus einer beliebigen Spitze desselben auf die derselben gegenüberliegende Seite fällen; oder 2) die Theilungslinien mit einer gegebenen Seite des Dreyecks parallel ziehen.

Die erstere Auflösungsmethode ist nicht schwer, da man nur die Grundlinie oder Seite des Dreyecks in 2 oder n gleiche Theile zu theilen, und von der Spitze des Dreyecks zu diesen Puncten der Grundlinie gerade Linien zu ziehen braucht.

Die kleinen Dreyecke, welche auf die Art entstehen, sind gleich; sie haben gleiche Grundlinien und eine gemeinschaftliche Höhe.

Wird aber verlangt, daß die Theilungslinien einer Seite des Dreyecks gleichlaufend seyn sollen, so läßt sich dieß durch Rechnung und durch eine Construction bewerkstelligen.

Man

Man kann sich bey dieser Aufgabe noch manche andere Bestimmungen denken. Ich will hier nur einiger erwähnen, und nachher einige Aufgaben, bey welchen solche Bestimmungen vorkommen, auflösen.

Es kann z. B. verlangt werden, daß die Theilungslinien von einem innerhalb des Dreyecks angenommenen Puncte ausgehen. Diesen Punct will ich den **Theilungspunct** nennen.

Dieser Theilungspunct kann ferner in einer der Seiten des Dreyecks, ja auch außerhalb desselben liegen.

Andere Bedingungen können die seyn, daß die Theilungslinien mit einer im Dreyeck angenommenen geraden Linie parallel gehen, oder mit einer Linie gleichlaufend sind, welche außerhalb des Dreyecks eine beliebige Lage hat.

§. 3.

Zuerst ein Dreyeck in zwey gleiche Theile zu theilen, so daß die Theilungslinie mit einer der Seiten des Dreyecks parallel ist.

Es sey A B C (Fig. 1.) in zwey gleiche Theile zu theilen, so verfahre man folgendermaaßen.

Man ziehe die Linie D E von unbestimmter Länge (ob mit der Grundlinie B C parallel oder nicht, thut nichts zur Sache; auch hat man nicht gerade nöthig, diese Linie durch die Spitze des Dreyecks zu legen), mache A D = A B und $A E = \frac{A B}{2}$. Man halbire D E in L, beschreibe mit D L = L E einen Halbkreis, und errichte in A eine senkrechte Linie bis an denselben. Diese senkrechte Linie A F ist, wie die Geometrie beweiset, die mittlere Proportionallinie zwischen D A und A E; folglich

A E

$$AE : AF = AF : AD, \text{ d. i.}$$
$$\tfrac{1}{2}AB : AF = AF : AB, \text{ also}$$
$$AF^2 = \frac{AB^2}{2} \text{ und}$$
$$AF = \sqrt{\frac{AB^2}{2}}.$$

Man trage AF von A aus auf AB bis G ab, so ist

$$AF = AG = \sqrt{\frac{AB^2}{2}} = \frac{AB}{\sqrt{2}} = AB \cdot \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Es ist ferner $AB : AG = BC : GH$ und

$$GH = \frac{AG \cdot BC}{AB} = \frac{BC \cdot AB \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}}{AB} = BC \cdot \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Ferner $AB : AG = AI : AK$ und

$$AK = \frac{AG \cdot AI}{AB} = \frac{AI \cdot AB \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}}{AB} = AI \cdot \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Nun ist $\triangle ABC = \frac{BC \cdot AI}{2}$ und $\triangle AGH = \frac{BC \cdot AI}{4}$

$$= \frac{GH \cdot AK}{2} = \frac{BC \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot AI \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{BC \cdot AI \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}$$
$$= \frac{BC \cdot AI \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{BC \cdot AI}{4}$$

§. 4.

Ein Dreyeck ABC (Fig. 2) in n gleiche Theile zu theilen.

Da die Dreyecke AMR, ANS - - - - ABC ähnlich sind, so ist

$$\triangle ABC : \triangle AMR = AD^2 : AG^2$$
$$\triangle ABC : \triangle ANS = AD^2 : AH^2$$
$$\triangle ABC : \triangle AOT = AD^2 : AI^2$$
$$\triangle ABC : \triangle APU = AD^2 : AK^2$$
$$\triangle ABC : \triangle AQV = AD^2 : AL^2 \text{ u. s. w.}$$

Also

Also $AG^2 = AD^2 . \frac{\triangle AMR}{\triangle ABC}$

$AH^2 = AD^2 . \frac{\triangle ANS}{\triangle ABC}$

$AI^2 = AD^2 . \frac{\triangle AOT}{\triangle ABC}$

$AK^2 = AD^2 . \frac{\triangle APU}{\triangle ABC}$

$AL^2 = AD^2 . \frac{\triangle AQV}{\triangle ABC}$ u. s. w.

Folglich $AG = AD . \sqrt{\frac{\triangle AMR}{\triangle ABC}}$

$AH = AD . \sqrt{\frac{\triangle ANS}{\triangle ABC}}$

$AI = AD . \sqrt{\frac{\triangle AOT}{\triangle ABC}}$

$AK = AD . \sqrt{\frac{\triangle APU}{\triangle ABC}}$

$AL = AD . \sqrt{\frac{\triangle AQV}{\triangle ABC}}$ u. s. w.

Aber $\triangle ABC = \frac{BC . AD}{2}$

$\triangle AMR = \frac{1}{n} . \frac{BC . AD}{2} = \frac{BC . AD}{2n}$

$\triangle ANS = \frac{2}{n} . \frac{BC . AD}{2} = \frac{BC . AD}{n}$

$\triangle AOT = \frac{3}{n} . \frac{BC . AD}{2} = 3 . \frac{BC . AD}{2n}$

$\triangle APU = \frac{4}{n} . \frac{BC . AD}{2} = 4 . \frac{BC . AD}{2n}$

$\triangle AQV = \frac{5}{n} . \frac{BC . AD}{2} = 5 . \frac{BC . AD}{2n}$ u. s. w.

Diese Werthe in die obigen Formeln gesetzt, gibt

$AG = AD . \sqrt{\left(\frac{BC . AD}{2n} : \frac{BC . AD}{2}\right)}$

$= AD . \sqrt{\frac{2BC . AD}{2n . BC . AD}}$

$= AD . \sqrt{\frac{2}{2n}}$

$= AD . \sqrt{\frac{1}{n}}$

AH

$$AH = AD.\sqrt{\left(\frac{BC.AD}{n} : \frac{BC.AD}{2}\right)}$$
$$= AD.\sqrt{\left(\frac{2BC.AD}{nBC.AD}\right)}$$
$$= AD.\sqrt{\frac{2}{n}}$$
$$AI = AD.\sqrt{\left(\frac{3BC.AD}{2n} : \frac{CB.AD}{2}\right)}$$
$$= AD.\sqrt{\frac{3BC.AD}{nBC.AD}}$$
$$= AD.\sqrt{\frac{3}{n}}$$
$$AK = AD.\sqrt{\left(\frac{4BC.AD}{2n} : \frac{BC.AD}{2}\right)}$$
$$= AD.\sqrt{\frac{4BC.AD}{nBC.AD}}$$
$$= AD.\sqrt{\frac{4}{n}}$$
$$AL = AD.\sqrt{\left(\frac{5}{2n}.BC.AD : \frac{BC.AD}{2}\right)}$$
$$= AD.\sqrt{\frac{5BC.AD}{nBC.AD}}$$
$$= AD.\sqrt{\frac{5}{n}} \text{ u. s. w.}$$

Hieraus folgt folgende allgemeine Regel:

Man multiplicire die Höhe des gegebenen Dreyecks mit der Quadratwurzel aus einem Bruche, dessen Zähler der Zahl des Dreyecks, und dessen Nenner der Zahl gleich ist, welche andeutet, in wie viele kleine Dreyecke das Dreyeck getheilt werden soll.

Man hat dann nur nöthig, diese Größen AG, AH u. s. w. von dem Punkte A aus auf der Linie AD nach den Punkten G, H u. s. w. abzusetzen und durch diese Puncte Parallellinien mit der Grundlinie zu legen.

§. 5.

Ein Dreyeck vermittelst einer Construction in n gleiche Theile zu theilen.

Man muß, wenn dasselbe Dreyeck genommen wird, auch dieselben Werthe für AG, AH u. s. w. finden.

Es sey ABC (Fig. 3.) das vorige Dreyeck.

Man

Man ziehe die Linie EF mit der Grundlinie BC parallel, und mache FA = AE = AD. Man theile AE in so viel gleiche Theile, als gleiche Theile in dem gegebenen Dreyeck ABC seyn sollen, in dem von uns angenommenen Fall = n. Halbire die Linien F 1, F 2, F 3, F 4, F 5 in den Punkten a, b, c, d, e. Aus diesen Punkten beschreibe man mit den Halbmessern Fa = a 1, Fb = b 2, Fc = c 3, Fd = d 4, Fe = e 5 die Bogen FG 1, FH 2, FI 3, FK 4, FL 5, welche die Höhe des Dreyecks ABC in den Punkten G, H, I, K, L, schneiden. Durch diese lege man Parallelen mit BC, so hat man ABC, wie es verlangt wurde, in n gleiche Theile getheilt.

Beweis.

$$A1 : AG = AG : AD \text{ oder } AF$$
$$AG^2 = A1 \cdot AD$$
$$A1 = \frac{AD}{n} \text{ also}$$
$$AG^2 = \frac{AD^2}{n} \text{ und}$$
$$AG = \frac{AD}{\sqrt{n}}$$
$$= AD \cdot \sqrt{\tfrac{1}{n}} \text{ (wie vorhin)}$$

Ferner $A2 : AH = AH : AF$ oder
$A2 : AH = AH : AD$
$AH^2 = A2 \cdot AD$; aber
$A2 = \frac{2}{n} \cdot AD$, folglich
$AH^2 = \frac{2}{n} \cdot AD^2$ und
$AH = \sqrt{(\frac{2}{n} \cdot AD^2)}$
$AH = AD \cdot \sqrt{\frac{2}{n}}$ (wie vorhin).

Fer-

Ferner $A3 : AI = AI : AF$ oder
$A3 : AI = AI : AD$ und
$AI^2 = A3 . AD$; aber
$A3 = \frac{3}{n} . AD$, folglich
$AI^2 = \frac{3}{n} . AD^2$ und
$AI = \sqrt{\left(\frac{3}{n} . AD^2\right)}$ und
$AI = AD . \sqrt{\frac{3}{n}}$ (wie vorhin).

Ferner $A4 : AK = AK : AF$ oder
$A4 : AK = AK : AD$ und
$AK^2 = A4 . AD$; aber
$A4 = \frac{4}{n} . AD$, folglich
$AK^2 = \frac{4}{n} . AD^2$ und
$AK = \sqrt{\left(\frac{4}{n} . AD^2\right)}$ und
$AK = AD . \sqrt{\frac{4}{n}}$ (wie vorhin).

Endlich $A5 : AL = AL : AF$ oder
$A5 : AL = AL : AD$ und
$AL^2 = A5 . AD$; aber
$A5 = \frac{5}{n} . AD$, folglich
$AL^2 = \frac{5}{n} . AD^2$ und
$AL = \sqrt{\left(\frac{5}{n} . AD^2\right)}$ und
$AL = AD . \sqrt{\frac{5}{n}}$ (wie vorhin)
u. s. w.

§. 6.

Aufgabe. Das Dreyeck BAC (Fig. 4.) soll in 5 Theile getheilt werden, dergestalt, daß die Theilungslinien mit einer gegebenen Linie BD parallel laufen.

Aufl. Man messe $CD = 120$, $AD = 22$, also $CD + AD = CA = 120 + 22 = 142$.

Weil

Weil nun Dreyecke bey gleichen Höhen sich wie ihre Grundlinien verhalten, so ist

$$\triangle BAC : \triangle BCD = AC : DC$$
$$= 142 : 120$$
$$= 5 : x$$

Also $\triangle BCD = \frac{5 \cdot 120}{142} = \frac{5 \cdot 60}{71} = \frac{300}{71}$ und

$$\triangle ABD = \triangle BAC - BCD$$
$$= 5 - \frac{300}{71}$$
$$= \frac{5 \cdot 71}{71} - \frac{300}{71}$$
$$= \frac{355 - 300}{71}$$
$$= \frac{55}{71}$$

Da aber $\triangle BCD = \frac{300}{71} = 4 + \frac{16}{71}$ ist, so muß man von dem Dreyeck BCD das Stück $BFED = \frac{16}{71}$ abschneiden. Dies bewerkstelligt man so.

Weil BD und FE parallel sind, so hat man

$$\triangle BCD : \triangle FCE = DC^2 : EC^2$$
$$= 120^2 : EC^2$$
$$= \frac{300}{71} : 4, \text{ daher}$$

$$EC^2 = \frac{120^2 \cdot 4 \cdot 71}{300}$$

Dies in Logarithmen ausgedrückt, gibt

$$2 \log. EC = 2 \log. 120 + \log. 4 + \log. 71 - \log. 300 \text{ u.}$$

$$\log. EC = \frac{2 \log. 120 + \log. 4 + \log. 71 - \log. 300}{2}$$

2. log. 120	= 4, 1583624
log. 4	= 0, 6020600
log. 71	= 1, 8512583
	6, 6116807
log. 300	= 2, 4771213
	4, 1345594
mit 2 dividirt	= 2, 0672797

Dazu gehört der Logarithmus von 117 = CE.

Man mache also $CE = 117$, und ziehe FE mit BD parallel, so ist $DEFB + BAD = \frac{16}{71} + \frac{55}{71}$ $= \frac{71}{71} = 1 = \frac{\triangle ABC}{5}$.

Man soll nun das Dreyeck FEC in vier gleiche Theile theilen, oder von dem Dreyeck FEC ein Stück $LCM = \frac{FEC}{4}$ abschneiden.

Der Inhalt des $\triangle FEC = \frac{FC.CE.\text{ sin. }C}{2r}$ und

der Inhalt von $\triangle LCM = \frac{LC.CM.\text{ sin. }C}{2r}$

dieß läßt sich leicht so beweisen:

Der Inhalt des Dreyecks $FEC = \frac{FC.Ea}{2}$, aber

in dem rechtwinklichten Dreyeck EaC verhält sich $r : EC = \text{sin. } C : Ea$, also $Ea = \frac{CE.\text{ sin. }C}{r}$,

welches in die Gleichung für den Inhalt des Dreyecks FEC gesetzt, gibt $FEC = \frac{FC.CE.\text{ sin. }C}{2r} =$

$\frac{FC.CE.\text{ sin. }C}{2}$ (wenn man $r = 1$ setzt). Es ist

also auch $\triangle LCM = \frac{LC.CM.\text{ sin. }C}{2}$.

Da nun $LCM = \frac{FEC}{4}$, so ist

$\frac{LC.CM.\text{ sin. }C}{2} = \frac{FC.CE.\text{ sin. }C}{2.4}$ und

$LC.CM = \frac{FC.CE.}{4}$

Ferner $CD : CB = CM : CL$, also $CL = \frac{CB.CM}{CD}$. Diesen Ausdruck setze man in die Gleichung

LC

$LC.CM = \frac{FC.CE}{4}$, so erhält man

$\frac{CB.CM^2}{CD} = \frac{FC.CE}{4}$, also

$CM^2 = \frac{CD.FC.CE}{4.CB}$

$CM = \sqrt{\left(\frac{CD.FC.CE}{4.CB}\right)}$.

Die andern Puncte I, H u. s. w. werden auf eben die Art bestimmt, nur daß man statt $\frac{1}{4}$ dann $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ u. s. w. sezt.

§. 7.

Aufgabe. Das Dreyeck ABC (Fig. 5) soll in 6 gleiche Theile getheilt werden, so daß die Theilungslinien von einem Puncte in einer der Seiten des Dreyecks auslaufen.

Aufl. Zur Auflösung dieser Aufgabe ist es nöthig, daß die drey Seiten des Dreyecks und AE bekannt sind. Man hat dann

$AM : AE = \frac{AB.AC}{6}$ und

$AM = \frac{AB.AC}{6.AE}$.

Diese Größe trage man von A aus in M, so ist $\triangle AMC = \frac{\triangle ABC}{6}$.

Weil die Dreyecke AME und EMN gleich groß seyn sollen, so braucht man ihnen nur, da sie gleiche Höhe haben, auch gleiche Grundlinien zu geben, d. h. MN = AM zu machen.

Läßt sich AM noch einmal von N aus auf der Linie AB herab tragen, so hat man das dritte Dreyeck, wo nicht, so macht man $CQ = \frac{AC.BC}{6.CE}$, trägt darauf CQ von Q aus nach P und abermals nach O, so hat man $\triangle CQE = \triangle EQP = \triangle EPO = \triangle AEM = \triangle MEN = \triangle \frac{ABC}{6}$; folglich auch $NEOB = \triangle' \frac{ABC}{6}$, und das, was verlangt wurde, ist also geschehn.

Ist $AE = \frac{AC}{n}$, so ist $AM = \frac{AB.AC}{6.\frac{AC}{n}}$

$= \frac{n.AB.AC}{6.AC}$

$= \frac{n.AB}{6}$

$= \frac{n}{6}.AB$

$CE = AC - AE = AC - \frac{AC}{n}$

$= \frac{n.AC - AC}{n}$

$= \frac{AC(n-1)}{n}$; also

$CQ = \frac{AC.BC}{\frac{6.AC(n-1)}{n}}$

$= \frac{n.AC.BC}{6.AC.(n-1)}$

§. 8.

Geometrische Auflösung dieser Aufgabe.

Das Dreyeck ABC (Fig. 6) soll in 6 gleiche Theile aus dem Puncte E getheilt werden.

Aufl. Man ziehe die Linie BE, theile AC in 6 gleiche Theile, und lege durch die Puncte 1, 2, 3, 4, 5 Parallelen mit BE, so werden dadurch die Puncte M, N, O, P, Q bestimmt. Durch diese ziehe man die Linien ME, NE, OE, PE, QE, so hat man $AME = MEN = NEOB = OEP = PEQ = QEC = \frac{ABC}{6}$.

Beweis.

$AE : A5 = AB : AM$ und (weil $A5 = \frac{AC}{6}$)

$AE : \frac{AC}{6} = AB : AM$, folglich

$AM = \frac{AC \cdot AB}{6 \cdot AE}$ (wie vorhin)

$CE : C1 = CB : CQ$

$CE : \frac{AC}{6} = CB : CQ$, folglich

$CQ = \frac{AC \cdot CB}{6 \cdot CE}$ (wie vorhin).

§. 9.

Aufgabe. Ein Dreyeck ABC (Fig. 7) aus dem innerhalb des Dreyecks liegenden Puncte E in 5 gleiche Theile zu theilen.

Aufl. Man ziehe durch den Punct E die Linie AG, so ist, wenn $BG : BC = n : n + m$, $\triangle BAG : \triangle BAC = n : n + m$.

$\triangle ABC : \triangle BAG = n + m : n = 5 : \frac{5 \cdot n}{n + m}$.

Das Dreyeck BAG wird $\frac{5 \cdot n}{n + m}$ gleiche Theile enthalten.

Nun ist

$$\triangle AFE : \triangle ABG = \frac{AF \cdot AE \sin. y}{2} : \frac{AB \cdot AG \sin. y}{2}$$

$$= AF \cdot AE : AB \cdot AG.$$

Aber $\triangle AFE : \triangle ABG = 1 : \frac{5 \cdot n}{n+m}$, folglich

$$AF \cdot AE : AB \cdot AG = 1 : \frac{5 \cdot n}{n+m}$$

$$AF \cdot AE = \frac{AB \cdot AG}{\frac{5 \cdot n}{n+m}}$$

$$= \frac{AB \cdot AG \cdot (n+m)}{5 \cdot n}$$

aber $\frac{n+m}{n} = \frac{BC}{BG}$ also

$$AF \cdot AE = \frac{AB \cdot AG \cdot BC}{5 \cdot BG} \text{ und}$$

$$AF = \frac{AB \cdot AG \cdot BC}{5 \cdot BG \cdot AE.}$$

Wenn man nun annehmen dürfte, daß $\triangle BAG = \frac{3}{7} \cdot \triangle BAC$ oder $= \frac{4}{7} \cdot \triangle BAC$ wäre, so liesse sich auf eine ähnliche Art $\triangle LGE = \frac{\triangle ABC}{5}$ abschneiden. Nämlich so

$$LG \cdot GE : BG \cdot GA = 1 : \frac{5 \cdot n}{m+n}$$

$$LG \cdot GE = \frac{BG \cdot GA}{\frac{5 \cdot n}{m+n}}$$

$$= \frac{BG \cdot GA \, (m+n)}{5 \cdot n}$$

$$= \frac{BG \cdot GA \cdot BC}{5 \cdot BG}$$

$$LG = \frac{BG \cdot GA \cdot BC}{5 \cdot BG \cdot GE} = \frac{GA \cdot BC}{5 \cdot GE}$$

Da dieß aber wohl selten der Fall seyn wird, so muß man das Dreyeck HEI bestimmen.

Man mache nun $HG : LG = EHG : ELG$, oder, weil $EHG = EFBL$, $HG : LG = EFBL : ELG$. Die drey Größen LG, EFBL und ELG sind bekannt, es läßt sich daher HG finden.

Man mache ferner $GI = LH$, so ist das Dreyeck $EHI = \frac{ABC}{5}$.

Man soll nun noch von der Figur AEIC das Dreyeck $AEK = \frac{\triangle ABC}{5}$ abschneiden, wo dann auch $EICK = \frac{\triangle ABC}{5}$ seyn wird, weil $AEIC = \frac{2}{3} \cdot \triangle ABC$ ist.

$$\triangle ACG = 5 - \frac{5 \cdot n}{m+n} = \frac{5(m+n) - 5n}{m+n} = \frac{5m+5n-5n}{m+n} = \frac{5m}{m+n}$$ gleichen Theilen.

$AE \cdot AK : AG \cdot AC = 1 : \frac{5 \cdot m}{m+n}$ und

$$AE \cdot AK = \frac{AG \cdot AC}{\frac{5m}{m+n}} = \frac{AG \cdot AC\,(m+n)}{5m}$$

aber

aber $m + n : m = BC : CG$ folglich

$$\frac{m+n}{m} = \frac{BC}{CG}$$ und daher

$$AE . AK = \frac{AG . AC . BC}{5\,CG}$$

$$AK = \frac{AG . AC . BC}{5 . CG . AE}$$

Beyspiel.

Es sey $AB = 166'$
$AC = 182'$
$BC = 198'$
$AE = 73'$
$EG = 71'$
$AG = AE + EG = 144'$
$BG = 108'$
$GC = BC - BG = 90'$

Nun ist $AF = \frac{AB . AG . BC}{5 . BG . AE}$

$= \frac{166 . 144 . 198}{5 . 108 . 73}$ oder

$\log. AF = \log. 166 + \log. 144 + \log. 198 - \log. 5 - \log. 108 - \log. 73$

$\log. 166 = 2,2201081$
$\log. 144 = 2,1583625$
$\log. 198 = 2,2966652$

$6,6751358 = A$

$\log. 5 = 0,6989700$
$\log. 108 = 2,0334238$
$\log. 73 = 1,8633229$

$4,5957167 = B$

$$A = 6{,}6751358$$
$$B = 4{,}5957167$$
$$\log. AF = A - B = 2{,}0794191$$
$$AF = 119'$$

Ferner $LG = \frac{GA \cdot BC}{5 \cdot GE}$

$$= \frac{144 \cdot 198'}{5 \cdot 71}$$

$$\log. LG = \log. 144 + \log. 198 - \log. 5 - \log. 71$$
$$\log. 144 = 2{,}1583625$$
$$\log. 198 = 2{,}2966652$$
$$4{,}4550277 = A$$
$$\log. 5 = 0{,}6989700$$
$$\log. 71 = 1{,}8512583$$
$$2{,}4602283 = B$$
$$4{,}4550277 = A$$
$$2{,}4602283 = B$$
$$\log. LG = A - B = 1{,}8947994$$

zur Bestimmung des Punctes H

$$\triangle BAC : \triangle BAG = BC : BG$$
$$= 198 : 108$$
$$= 1 : \tfrac{108}{198}$$
$$= 5 : \tfrac{5 \cdot 108}{198}$$
$$= 5 : \tfrac{540}{198}$$
$$= 5 : 2 + \tfrac{144}{198}$$
$$1 : \tfrac{144}{198} = GL : HG$$
$$HG = \tfrac{144 \cdot GL}{198}$$

log. HG = log. 144 + log. GL — log. 198

log. 144 = 2,1583625
log. 80 = 1,9030900

4,0614525
log. 198 = 2,2966652

log. HG = 1,7647873
HG = 58

Endlich $AK = \frac{AG \cdot AC \cdot BC}{5 \cdot CG \cdot AE}$

$= \frac{144 \cdot 182 \cdot 198}{5 \cdot 90 \cdot 73}$.

log. AK = log. 144 + log. 182 + log. 198 — log. 5 — log. 90 — log. 73

log. 144 = 2,1583625
log. 182 = 2,2600714
log. 198 = 2,2966652

6,7150991 = A

log. 5 = 0,6989700
log. 90 = 1,9542425
log. 73 = 1,8633229

4,5165354 = B

A = 6,7150991
B = 4,5165354

log. AK = A — B = 2,0985637
AK = 158'

§. 10.

§. 10.

Aufgabe. Ein Dreyeck MNB (Fig. 8) dergestalt in n gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungslinien von einem ausserhalb des Dreyecks liegenden Puncte D ausgehen.

Aufl. Man nenne NB = a, BM = c, MN = b, Winkel NBD = n, NBM = m, MBD = r, DB = h.

Es soll nun $\triangle EBA = \frac{\triangle MNB}{n}$ seyn; man nenne AB = x.

$$\triangle AEB = \frac{AB \cdot BE \cdot \sin. m}{2}$$

$$\triangle MNB = \frac{BN \cdot BM \cdot \sin. m}{2} \text{ aber}$$

$$\triangle AEB = \frac{\triangle MNB}{n} \text{ also}$$

$$\frac{AB \cdot BE \cdot \sin. m}{2} = \frac{BN \cdot BM \cdot \sin. m}{2 \cdot n} \text{ und}$$

$$AB \cdot BE = \frac{BN \cdot BM}{n} \text{ d. h.}$$

$$x \cdot BE = \frac{a \cdot c}{n} \text{ folglich}$$

$$EB = \frac{a \cdot c}{n \cdot x}$$

Ferner ist $\triangle ABE = \triangle ABD - \triangle DEB = \frac{\triangle MNB}{n}$

oder

$$\triangle ABE = \frac{AB \cdot BD \cdot \sin. ABD}{2} - \frac{EB \cdot DB \cdot \sin. EBD}{2} = \frac{BM \cdot BN \cdot \sin MBN}{2 \cdot n}$$

oder

oder

$$\frac{x \cdot h \cdot \sin. n}{2} - \frac{a \cdot c \cdot h \cdot \sin. r}{\frac{n \cdot x}{2}} = \frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n}$$

$$\frac{x \cdot h \cdot \sin. n}{2} - \frac{a \cdot c \cdot h \cdot \sin. r}{2 \cdot n \cdot x} = \frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n} \text{ oder}$$

$$n \cdot x^2 \cdot h \cdot \sin. n - a \cdot c \cdot h \cdot \sin. r = c \cdot a \cdot x \cdot \sin. m$$

$$x^2 - \frac{a \cdot c \cdot h \cdot \sin. r}{n \cdot h \cdot \sin. n} = \frac{c \cdot a \cdot x \cdot \sin. m}{n \cdot h \cdot \sin. n}$$

$$x^2 - \frac{c \cdot a \cdot x \cdot \sin. m}{n \cdot h \cdot \sin. n} = \frac{c \cdot a \cdot h \cdot \sin. r}{n \cdot h \cdot \sin. n}$$

$$= \frac{a \cdot c \cdot \sin. r}{n \cdot \sin. n}$$

$$x^2 - \frac{c \cdot a \cdot x \cdot \sin. m}{n \cdot h \cdot \sin. n} + \left(\frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \sin. n}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \sin. n}\right)^2 + \frac{a \cdot c \cdot \sin. r}{n \cdot \sin. n}$$

Aber $\sqrt{\left(x^2 - \frac{c \cdot a \cdot x \cdot \sin. m}{n \cdot h \cdot \sin. n} + \left(\frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot \sin. n}\right)^2\right)} =$

$$x - \frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot \sin. n}$$

also

$$x - \frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \sin. n} = \sqrt{\left(\left(\frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \sin. n}\right)^2 + \frac{a \cdot c \cdot \sin. r}{n \cdot \sin. n}\right)}$$

$$x = \frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \sin. n} + \sqrt{\left(\left(\frac{c \cdot a \cdot \sin. m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \sin. n}\right)^2 + \frac{a \cdot c \cdot \sin. r}{n \cdot \sin. n}\right)}$$

$= c \cdot a$

$$= \frac{c \cdot a \cdot \text{fin. } m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \text{fin. } n} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2 \cdot a^2 \cdot \text{fin. } m^2}{2^2 \cdot n^2 \cdot h^2 \text{ fin. } n^2} + \frac{a \cdot c \cdot \text{fin. } r}{n \cdot \text{fin. } n}\right)}$$

$$= \frac{c \cdot a \cdot \text{fin. } m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \text{fin. } n} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2 \cdot a^2 \cdot \text{fin. } m^2 + 2^2 \cdot n \cdot h^2 \cdot \text{fin. } n^2 \cdot a \cdot c \cdot \text{fin. } r}{a^2 \cdot n^2 \cdot h^2 \cdot \text{fin. } n^2}\right)}$$

$$= \frac{c \cdot a \cdot \text{fin. } m}{2 \cdot n \cdot h \cdot \text{fin. } n} \pm \frac{1}{2 \cdot n \cdot h \cdot \text{fin. } n} \cdot \sqrt{(c^2 \cdot a^2 \cdot \text{fin. } m^2 + 2^2 \cdot n^2 \cdot h^2 \cdot \text{fin. } n \cdot a \cdot c \cdot \text{fin. } r)}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot n \cdot h \cdot \text{fin. } n} \cdot (c \cdot a \cdot \text{fin. } m \pm \sqrt{(c^2 \cdot a^2 \cdot \text{fin. } m^2 + 2^2 \cdot n^2 \cdot h^2 \cdot \text{fin. } n \cdot a \cdot c \cdot \text{fin. } r)})$$

So findet man $x = AB$.

Zur Bestimmung der folgenden Punkte auf N B hat man nur nöthig, in den eben gefundenen Werth für x statt $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$, $\frac{3}{n}$ zu setzen.

So ist für den zweyten Theilungspunct

$$x = \frac{1}{n \cdot h \cdot \text{fin. } n} \cdot (c \cdot a \cdot \text{fin. } m \pm \sqrt{(c^2 \cdot a^2 \cdot \text{fin. } m^2 + 2^2 \cdot n^2 \cdot h^2 \text{ fin. } n \cdot a \cdot c \cdot \text{fin. } r)})$$

$$= \frac{1}{n \cdot h \cdot \text{fin. } n} \cdot (c \cdot a \cdot \text{fin. } m \pm \sqrt{(c \cdot a \text{ fin. } m^2 + 2^2 \cdot n^2 \cdot h^2 \cdot \text{fin. } n \cdot \text{fin. } r) ac})$$

u. s. w.

Die auf M N liegenden Theilungspuncte werden eben so bestimmt.

§. 11.

Aufgabe. Man soll ein Dreyeck A B C (Fig. 9) dergestalt theilen, daß die Theile sich wie gewisse angenommene Stücke der Grundlinie

z. B. wie BE, EF und FC verhalten, und die Theilungslinien mit der Höhe des Dreyecks parallel laufen.

Aufl. Man ziehe die Höhe AD senkrecht auf die Grundlinie, und lege durch B und C zwey senkrechte Linien Bd und Cδ. Man mache Bd = BD, Bε = BE, Cδ = CD und Cφ = CF. Ferner halbire man dε und δφ, und beschreibe mit den Halbmessern bd = bε und δa = aφ zwey Halbkreise, welche die Grundlinie des Dreyecks in e und f schneiden. Durch diese Puncte lege man die beyden Perpendikularlinien eg und fh, und Beg, egAhf, hfC sind die verlangten Theile.

Beweis.

Es ist △BDA : △Beg = BD² : Be² aber
dB : Be = Be : Bε folglich
Be² = dB . Bε ; also

△BDA : △Beg = BD² : dB . Bε oder
△BDA : △Beg = BD² : BD . Bε oder
△BDA : △Beg = BD : Bε aber
Bε = BE folglich
△BDA : △Beg = BD : BE

Ferner △Cfh : △ADC = Cf² : CD², aber
δC : Cf = Cf : Cφ und
Cf² = δC . Cφ also
△Cfh : △ADC = δC . Cφ : CD² und
△Cfh : △ADC = CD . Cφ : CD² und
△Cfh : △ADC = Cφ : CD und
△Cfh : △ADC = CF : CD

Nun

Nun ist aber $\triangle BDA : \triangle BAC = BD : BC$ und
$\triangle Beg : \triangle BDA = BE : BD$ folglich
$\triangle Beg : \triangle BAC = BE : BC$
$\triangle BAC : \triangle ADC = BC : DC$ und
$\triangle Cfh : \triangle ADC = CF : DC$ folglich
$\triangle Cfh : \triangle BAC = CF : BC$

Ferner $\triangle BAC : \triangle Beg + egAhf + \triangle hfc =$
$BC : BE + EF + FC$ und, weil
$\triangle Cfh : \triangle BAC = CF : BC$ und
$\triangle Beg : \triangle BAC = EB : BC$ so ist auch
$\triangle Cfh + \triangle Beg : BAC = CF + EB : BC$ oder
$\triangle BAC : \triangle Cfh + \triangle Beg = BC : CF + EB$

Nun war
$\triangle BAC : \triangle Beg + egAhf + \triangle hfC = BC :$
$BE + EF + FC$
$\triangle Beg + egAhf + \triangle hfC : Cfh + \triangle$
$Beg = BE + EF + FC : CF + EB$

also
$egAhf : \triangle Beg + egAhf + \triangle Beg = EF :$
$BE + EF + FC$ d. h.
$egAhf : \triangle BAC = EF : BC.$

§. 12.

Aufgabe. Es sey eine Fläche gegeben, welche die Gestalt eines Trapeziums mit zwey parallelen Seiten hat; man soll von derselben ein gegebenes Stück abschneiden, so daß die Theilungslinie den parallelen Seiten parallel sey.

Auflösung. Es sey ABCD (Fig. 10) die gegebene Fläche; AD und BC die parallelen Seiten, und GK die denselben parallele Theilungslinie; man

nenne

nenne AD = a; BC = b; GK = y; die auf BC senkrechte Linie AE = c und das Stück AH derselben, welches gesucht wird, = x. Das abzuschneidende Stück = m ist ADKG.

Man ziehe AF mit DC parallel; folglich BF = BC — AD = b — a, und GI = GK — AD = y — a. Nun ist in dem Dreyeck BFA, BF : GI = AE : AH oder b — a : y — a = c : x; also

$$x = c \cdot \frac{(y-a)}{b-a}.$$

Der Flächeninhalt des Trapeziums ADKG wird gefunden, wenn man die halbe Summe der parallelen Seiten mit der senkrechten Entfernung derselben multiplicirt, oder ist $= \frac{AD + GK}{2} \cdot AH = \left(\frac{y+a}{2}\right) \cdot x.$

Aber x ist $= c \cdot \frac{(y-a)}{b-a}$ gefunden worden. Dieser Werth von x in die eben gefundene Formel substituirt, gibt den Flächeninhalt des Trapeziums $= \left(\frac{y+a}{2}\right) \cdot \frac{(y-a)}{b-a} \cdot c = \frac{(y+a) \cdot (y-a) \cdot c}{2 \cdot (b-a)}$. Nun ist aber $(y+a) \cdot (y-a) = y^2 - a^2$; also der Flächeninhalt des Trapeziums $= c \cdot \frac{(y^2 - a^2)}{2(b-a)}$.

Dies wird = m gesetzt, oder $\frac{c \cdot (y^2 - a^2)}{2(b-a)} = m$, und

$$y^2 - a^2 = \frac{2(b-a) \cdot m}{c} \text{ und}$$

$$y^2 = \frac{2(b-a) \cdot m}{c} + a^2; \text{ also}$$

$$y = \sqrt{\left(\frac{2(b-a)\,m}{c} + a^2\right)}$$

Die-

Dieser Werth von y in die Formel $x = \frac{c.(y-a)}{b-a}$ gesetzt, gibt

$$x = \frac{c}{b-a}.\left[\sqrt{\left(\frac{2(b-a)}{c}m + a^2\right)} - a\right]$$

Bequemer läßt sich diese Aufgabe durch Logarithmen, und noch leichter durch eine Construction folgendergestalt auflösen.

Man berechne die Höhe eines Dreyecks, dessen Grundlinie $= AE = c$, und dessen Inhalt $= m$ ist. Diese Höhe sey $= p$, so ist $\frac{cp}{2} = m$, und $p = \frac{2m}{c}$.

Man substituire in der Formel

$$x = \frac{c}{b-a}.\left[\sqrt{\left(\frac{2(b-a)}{c}m + a^2\right)} - a\right]$$

statt m den Werth desselben $\frac{cp}{2}$, so erhält man

$$x = \frac{c}{b-a}\left[\sqrt{\left((b-a)p + a^2\right)} - a\right].$$

Man verlängere AD zu beyden Seiten, und mache $Ab = p$ und $Dd = BC$, so ist $Ad = b-a$. Man halbire db in e und durchschneide mit $ef = ed = eb$ das aufwärts verlängerte Perpendikel AE.

Man trage Df von D nach M, und ziehe aus M ein Parallele mit DC, welche AB in G schneidet. G ist der Punct, durch welchen man die Theilungslinie parallel mit AD und BC zu ziehen hat, um das verlangte Stück ADKG $= m$ von dem ganzen Trapezium abzuschneiden.

Es ist nun die Frage, ob die durch Hülfe der Construction gefundene Höhe AH des Trapeziums dem x der vorhin gefundenen Formel gleich sey.

Ab ist = p; Ad = b — a, und durch die drey Puncte d, f, b läßt sich ein Halbkreis legen; folglich ist Af die mittlere Proportionallinie zwischen Ad und Ab; folglich

$$p : Af = Af : b - a \text{ und}$$
$$Af^2 = p \cdot (b - a).$$

In dem rechtwinklichten Dreyeck DAf ist $Df^2 = DA^2 + Af^2 = a^2 + p.(b-a)$; also $Df = \sqrt{(a^2 + p.(b-a))}$ Es ist aber DM = Df; also $AM = DM - AD = \sqrt{(a^2 + p(b-a))} - a$.

Es ist überdieß GI = AM, und

$$BF : GI = AE : AH \text{ oder}$$
$$b - a : \sqrt{(a^2 + p(b-a))} - a = c : AH$$

Also $AH = \frac{c.}{b-a} [\sqrt{(a^2 + p.(b-a))} - a]$.

Durch die Construction ist also derselbe Werth für x gefunden worden, welchen wir durch Rechnung herausbrachten; diese Construction führt also auch, und zwar noch leichter, zur Auflösung dieser Aufgabe.

Würde verlangt, daß m ein bestimmter Theil des Trapeziums, z. B. $\frac{v}{n}$ von ABCD seyn sollte, so wäre $m = v.\frac{(a+b)c}{2n}$ und also $p = \frac{v.(a+b).}{n}$

Wenn $m = \frac{ABCD,}{2}$ so wäre $\frac{v}{n} = \frac{1}{2}$; folglich

$$p = \frac{a + b.}{2}$$

Uebrigens gilt die Formel nur für den Fall, wenn b > a ist.

Wie wird dieselbe aber aussehen, wenn AD = a = o wird? Dieß gibt folgende Aufgabe:

Von

Von einem dreyeckichten Felde ACD (Fig. 11) soll ein Stück AHE = p so abgeschnitten werden, daß HE mit CD parallel ist.

Man setze in der Formel

$$x = \frac{c}{b-a} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{2(b-a)m}{c} + a^2 \right)} - a \right]$$

allenthalben a = o, so erhält man

$$x = \frac{c}{b} \cdot \sqrt{\frac{2bm}{c}} = \sqrt{\left(\frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{2bm}{c} \right)} = \sqrt{\frac{2cm}{b}} \text{ oder}$$

$$\log. x = \tfrac{1}{2} (\log. 2 + \log. c + \log. m - \log. b)$$

Ist aber a, b so verfährt man folgendermaßen (Fig. 12). Man nehme d D = BC = b und Ab = p = $\frac{2m}{c}$, halbire b d in e, und durchschneide das aufwärts verlängerte Perpendikel AE mit ef = eb = ed, so hat man

$$Ab : Af = Af : Ad, \text{ also}$$
$$Af^2 = Ab \cdot Ad \text{ oder}$$
$$Af^2 = p \cdot (a-b).$$

Aus f durchschneide man AD mit fM = AD = a, so ist

$$AM^2 = fM^2 - Af^2 \text{ und}$$
$$AM = \sqrt{(fM - Af^2)}$$
$$AM = \sqrt{(a^2 - (a-b)p)}, \text{ also}$$
$$MD = a - AM = a - \sqrt{(a^2 - (a-b)p)}.$$

Endlich nimmt man ND = AM, und zieht durch N die Linie NG parallel mit BD, und legt durch den auf die Art gefundenen Punct G eine Parallele mit AD, welche das Trapezium = m abschneidet.

Wäre die Figur ein Rechteck oder Quadrat, so wäre die Auflösung leicht.

§. 13.

Aufgabe. Ein Trapezium mit zwey parallelen Seiten zu halbiren, oder in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflösung. Man nehme die größte der parallelen Seiten zur Grundlinie an, und verlängere die beyden andern Seiten so lange, bis sie über der Grundlinie sich schneiden, und mit eben dieser Grundlinie ein Dreyeck bilden. Man kann nun das Trapezium als ein Stück eines Dreyecks betrachten, von welchem schon durch einen mit der Grundlinie gleichlaufenden Schnitt ein Stück abgeschnitten worden.

Es sey ABCD (Fig. 13) das gegebene Trapezium, AB und DC die parallelen Seiten, und die beyden andern Seiten bis in E, wo sie sich schneiden, verlängert.

Man messe die Winkel $EAB = EDC$ und $EBA = ECD$, so ist auch der Winkel E bekannt. Auch kennt man AB. Folglich

$$\sin. E : \sin. EAB = AB : EB; \text{ also}$$

$$EB = \frac{\sin. EAB \cdot AB}{\sin. E.}$$

Eben so

$$\sin. E : \sin. EBA = AB : EA; \text{ also}$$

$$EA = \frac{\sin. EBA \cdot AB}{\sin. E.}$$

Da nun $ED = EA + AD$ und $CE = EB + BC$,

so ist $EH = ED \cdot \sin. EDC$ und

$EL = EA \cdot \sin. EDC$.

Ferner

Ferner ist $EH = EL + LH = EA . \sin. EDC + LH$,
und $LH = EH - EL = ED . \sin. EDC$
$- EA \sin. EDC = (ED - EA) . \sin. EDC$.

Nun ist

$EH : EI = EI : (EL + \frac{1}{2} LH)$; folglich
$EI^2 = EH . (EL + \frac{1}{2} LH)$
$= ED . \sin. EDC . (EA . \sin. EDC$
$+ \frac{1}{2} (ED - EA) \sin. EDC.)$
$= ED . \sin. EDC . (EA . \sin. EDC + \frac{1}{2} ED .$
$\sin. EDC - \frac{1}{2} EA . \sin. EDC)$.
$= ED . \sin. EDC . (\frac{1}{2} AE . \sin. EDC + \frac{1}{2}$
$ED . \sin. EDC)$.
$= ED . \sin. EDC . (\frac{1}{2} (EA + ED) .$
$\sin. EDC)$.
$= \frac{1}{2} ED . \sin. EDC^2 . (EA + ED)$.

Folglich $EI = \sqrt{(\frac{1}{2} ED . \sin. EDC^2 . (EA + ED))}$
$= \sqrt{\sin. EDC^2} . \sqrt{(\frac{1}{2} ED .}$
$(EA + ED))$
$= \sin. EDC . \sqrt{(\frac{1}{2} ED . (EA + ED))}$.

In Logarithmen ausgedrückt, ist

$\log. EI = \log. \sin. EDC + \frac{1}{2} (\log. \frac{1}{2} +$
$\log. ED + \log. (EA + ED))$.

Da ferner $LI = EI - EL$, so ist

$\log. LI = \log. EI - \log. EA - \log. \sin. EDC$
$= \log. \sin. EDC + \frac{1}{2} . (\log. \frac{1}{2} + \log.$
$ED + \log. (EA + ED)) -$
$\log. EA - \log. \sin. EDC$
$= \frac{1}{2} . (\log. \frac{1}{2} + \log. ED + \log. (EA +$
$ED)) - \log. EA$.

§. 14.

Aufgabe. Ein Trapezium mit zwey parallelen Seiten in n gleiche Theile zu theilen.

Es sey ABCD (Fig. 14.) in n gleiche Theile zu theilen. Man vollende die Figur wie vorhin.

Es kommt darauf an, die Höhen Ea, Eb, Ec, Ed u. s. w. oder La, Lb, Lc, Ld u. s. w. zu finden.

Wäre $n = 2$, so fände die Auflösung der vorigen Aufgabe auch hier Statt. Man hat daher nur nöthig, in der Formel des vorigen § statt $\frac{1}{2}$ den Bruch $\frac{1}{n}$ zu setzen.

Also statt

$$EH : EI = EI : (EL + \tfrac{1}{2}LH)$$

für diesen Fall $EH : Ea = Ea : (EL + \frac{1}{n}LH)$, mithin

$$Ea^2 = EH . (EL + \tfrac{1}{n}LH) \text{ und}$$

$$Ea = \sqrt{(EH . (EL + \tfrac{1}{n}LH))}$$

Eben so

$$EH : Eb = Eb : (EL + \tfrac{2}{n}LH) \text{ folglich}$$

$$Eb^2 = EH . (EL + \tfrac{2}{n}LH) \text{ und}$$

$$Eb = \sqrt{(EH . (EL + \tfrac{2}{n}LH))}$$

Eben so

$$EH : Ec = Ec . (EL + \tfrac{3}{n}LH), \text{ also}$$

$$Ec^2 = EH . (EL + \tfrac{3}{n}LH), \text{ also}$$

$$Ec = \sqrt{(EH . (EL + \tfrac{3}{n}LH))}$$

Eben so

$$EH . Ed = Ed : (EL + \tfrac{4}{n}LH) \text{ und}$$

$$Ed^2 = EH . (EL + \tfrac{4}{n}LH) \text{ und}$$

$$Ed = \sqrt{(EH . (EL + \tfrac{4}{n}LH))}$$

Endlich

Endlich

$$CH : Ee = Ee : (EL + \tfrac{5}{n} LH) \text{ und}$$
$$Ee^2 = EH . (EL + \tfrac{5}{n} LH) \text{ und}$$
$$Ee = \sqrt{(EH . (EL + \tfrac{5}{n} LH))}$$

Diese für Ea, Eb u. s. w. gefundenen Werthe lassen sich auf die Form

$$EI = \text{sin. } EDC . \sqrt{(\tfrac{1}{2} ED . (EA + ED))}$$

des vorigen § bringen, wenn man statt $\frac{1}{2}$ die Brüche $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$ u. s. w. sezt

Also

$$Ea = \text{sin. } EDC . \sqrt{(\tfrac{1}{n} ED . (EA + ED))}$$
$$Eb = \text{sin. } EDC . \sqrt{(\tfrac{2}{n} ED . (EA + ED))}$$
$$Ec = \text{sin. } EDC . \sqrt{(\tfrac{3}{n} ED . (EA + ED))}$$
$$Ed = \text{sin. } EDC . \sqrt{(\tfrac{4}{n} ED . (EA + ED))}$$
$$Ee = \text{sin. } EDC . \sqrt{(\tfrac{5}{n} ED . (EA + ED))}$$

Die Höhen La, Lb, Lc u. s. w. lassen sich auch folgendermaaßen in Logarithmen ausdrücken:

$$\log. La = \tfrac{1}{2} . (\log. \tfrac{1}{n} + \log. ED + \log. (EA + ED)) - \log. EA$$
$$\log. Lb = \tfrac{1}{2} . (\log. \tfrac{2}{n} + \log. ED + \log. (EA + ED)) - \log. EA$$
$$\log. Lc = \tfrac{1}{2} . (\log. \tfrac{3}{n} + \log. ED + \log. (EA + ED)) - \log. EA$$
$$\log. Ld = \tfrac{1}{2} . (\log. \tfrac{4}{n} + \log. ED + \log. (EA + ED)) - \log. EA$$
$$\log. Le = \tfrac{1}{2} . (\log. \tfrac{5}{n} + \log. ED + \log. (EA + ED)) - \log. EA$$

§. 15.

Aufgabe. Ein Trapezium L M N O (Fig. 15) mit zwey parallelen Seiten L M und N O soll in m gleiche Theile getheilt werden, so daß die Theilungslinien mit L P parallel liegen.

Auflösung. Man nenne L O = a; L M = b; M N = c; N O = d; die auf O N senkrechte Linie L P = e und O Q = x.

Der Flächeninhalt des Parallelogramms L O Q q ist = O Q . L P = x . e; der Flächeninhalt des ganzen Trapeziums = $\frac{(LM+ON).LP}{2} = \frac{(b+d).e}{2}$.

Soll nun L O Q q der $\frac{1}{m}$ Theil von L M N O seyn, so ist

$$OQ.LP = \frac{(LM+ON).LP}{2m} \text{ oder}$$

$$x.e = \frac{(b+d).e}{2m}; \text{ folglich}$$

$$x = \frac{(b+d).e}{2m.e}$$

$$= \frac{(b+d)}{2m}$$

Da b, d, m, lauter bekannte Größen sind, so hat man nun x gefunden, welches man von O nach Q trägt, und das Parallelogramm L O Q q ist der $\frac{1}{m}$ Theil von L M N O.

Die Linie O Q und L q trage man auf L M und N O, von L und O angerechnet, so oft neben einander hin als es angeht, und ziehe r R, t T u. s. w. In t muß man aufhören.

Das

Das Stück M N T t muß nun noch in $m - 2$ gleiche Theile getheilt werden.

$\frac{(b+d)}{2m}$ bedeutet die Grundlinie eines Parallelogramms, welches der $\frac{1}{m}$ Theil des Trapeziums ist.

$\frac{(b+d)}{m}$ ist die Grundlinie eines Dreyecks von gleichem Inhalt mit dem Parallelogramm, wenn beyde gleiche Höhe haben.

Es sey $NA = \frac{b+d}{m}$, so ist $\triangle MAN = \frac{LMNO}{m}$,

und es kommt nun nur darauf an, ein Dreyeck zu construiren, das dem $\triangle MAN$ gleich ist, und der Foderung der Aufgabe entspricht.

Man muß $NB = y$ suchen, und dies findet man auf folgende Art:

$$\frac{NM.NA.\sin.N}{2} = \frac{BN.bN.\sin.N}{2} \text{ oder}$$

$$\frac{NM.NA.\sin.N}{2} = \frac{y.bN.\sin.N}{2}$$

oder

$$NM.NA. = y.bN.$$

oder

$$\frac{(b+d).c}{m} = y.bN.$$

Man verlängere die Linien LO und MN, bis sie sich in C schneiden, so erhält man

$ON : LM = NC : CM$ und

$ON - LM : NC - CM = ON : NC = BN : bN$

d. i.

$$d - b : c = y : bN \text{ und}$$

$$bN = \frac{c.y}{d-b}$$

Dieſen Werth für bN ſetze man in die Gleichung $\frac{(b+d)}{m} c = y \cdot bN$, ſo erhält man

$$\frac{(b+d) \cdot c}{m} = \frac{c \cdot y^2}{d-b} \text{ oder}$$

$$\frac{(b+d)}{m} = \frac{y^2}{d-b} \text{ und}$$

$$\frac{(b+d) \cdot (d-b)}{m} = y^2 \text{ und}$$

$$\frac{(d^2-b^2)}{m} = y^2 \text{ folglich}$$

$$\sqrt{\frac{(d^2-b^2)}{m}} = y$$

Man ſetze in dieſe Gleichung ſtatt $\frac{r}{m}$ ferner $\frac{e}{m}$, $\frac{3}{m}$ u. ſ. w. ſo findet man den Punct D, u. ſ. w.

Alſo

$$DN = \sqrt{\frac{2(d^2-b^2)}{m}}.$$

Setzt man in alle dieſe Gleichungen 6 ſtatt m, ſo hat man die Formeln zur Eintheilung der Figur LMNO in 6 gleiche Theile. Hier iſt die Aufgabe allgemein aufgelößt worden.

§. 16.

Aufgabe. Eben dieſe Aufgabe durch eine Conſtruction aufzulöſen (Fig. 16).

Auflöſung. Die Buchſtaben a, b, c, d, y, e, x haben dieſelbe Bedeutung, wie in der Auflöſung der vorigen Aufgabe, und man muß die Conſtruction ſo einrichten, daß man für x und y dieſelben Werthe findet.

Man

Man mache $OP = \frac{d}{2m}$; $Lp = \frac{b}{2m}$; ziehe pQ parallel mit LP, so ist $QQ = OP + Lp = \frac{d}{2m} + \frac{b}{2m} = \frac{(d+b)}{2m}$ (wie vorhin).

Man mache nun QR und $RT = OQ$, so hat $LOQq = qQRr = rRTt = \frac{LMNO.}{m}$

Man ziehe MW mit LO parallel, so ist $NW = ON - OW = ON - LM = d - b$. Man mache $IN = OR = \frac{d+b}{m}$; halbire NW, beschreibe mit dem Halbmesser $\frac{NW}{2}$ einen Halbkreis und errichte in I das Perpendikel Ii.

Die beyden Dreyecke INi und iNW sind (wie die Geometrie beweiset) ähnlich; folglich ist:

$IN : iN = iN : NW$ d. i.

$\frac{d+b}{m} : iN = iN : d-b$; also

$$iN^2 = \frac{(d+b).(d-b)}{m} \text{ und}$$

$$iN = \sqrt{\frac{(d+b).(d-b)}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{(d^2-b^2)}{m}}$$

Man mache nun $BN = iN$, so hat man $BN = y = \sqrt{\frac{(d^2-b^2)}{m}}$ (wie vorhin). Eben so findet man die andern Puncte. $\sqrt{\frac{(d^2-b^2)}{2}}$ kann zwar auch negativ seyn, doch findet hier nur der positive Werth statt, weil keine Puncte jenseits N liegen können.

Wäre

Wäre ON = LM oder d = b, so würde aus dem Trapezium ein Parallelogramm, $x = \frac{2d}{2m} = \frac{d}{m}$, und $y^2 = \frac{(d^2 - b^2)}{m} = o$, folglich $y = o$.

Für b = o, verwandelt sich das Trapezium in ein Dreyeck, der Ausdruck für x ist nicht zu gebrauchen, und y^2 wird $= \frac{(d^2 - b^2)}{m} = \frac{d^2}{m}$.

§. 17.

Aufgabe. Man soll das Trapezium ABCD (Fig. 17) mit zwey parallelen Seiten in m gleiche Theile theilen, so daß die Theilungslinien mit der Linie GH parallel liegen.

Auflösung. Man nenne AB = a; BC = b; CD = c; AD = d; AG = x; BAD = γ; GHA = δ die senkrechte Entfernung der Parallelen BC und AD = e. Der Flächeninhalt des Trapeziums ABCD ist $= \frac{(b+d)}{2}.e$. Ein Dreyeck, welches dem $\frac{1}{m}$ Theil des Trapeziums gleich ist, wird $= \frac{(b+d)}{2m}.e$, und dessen Grundlinie $= \frac{(b+d)}{m}$ seyn.

Man mache nun $AE = \frac{(b+d)}{m}$, so ist $\triangle BAE = \frac{\text{Trapezium } ABCD}{m}$.

Nun ist

$$\triangle GAH = \frac{AG \cdot AH \cdot \text{sin. } \gamma}{2} \text{ und}$$

$$\triangle BAH = \frac{BA \cdot AE \cdot \text{sin. } \gamma}{2}$$

Man

Man setze beyde gleich, oder

$\triangle GAH = \triangle BAH$ oder

$\frac{AG \cdot AH \cdot \sin.\gamma}{2} = \frac{BA \cdot AE \cdot \sin.\gamma}{2}$ oder

$AG \cdot AH = BA \cdot AE$ d. i.

$x \cdot AH = a \cdot \frac{(b+d)}{m}$

Es verhält sich aber im $\triangle GAH$

$AG : AH = \sin.\delta : \sin. G$ oder

$AG : AH = \sin.\delta : (\gamma+\delta)$ (weil $\sin. G$ und $\sin.(\gamma+\delta)$ gleich sind);

folglich $x : AH = \sin.\delta : \sin.(\gamma+\delta)$ und

$AH = x. \frac{\sin.(\gamma+\delta)}{\sin.\delta}$

Diesen Werth von $AH = x. \frac{\sin.(\gamma+\delta)}{\sin.\delta}$ bringe man in die vorige Gleichung $x \cdot AH = \frac{a(d+b)}{m}$, so erhält man:

$\frac{x^2 . \sin.(\gamma+\delta)}{\sin.\delta} = \frac{a(d+b)}{m}$ und

$x^2 . \sin.(\gamma+\delta) = \frac{a(d+b)}{m} . \sin.\delta$ und

$x^2 = \frac{a(d+b) . \sin.\delta}{m . \sin.(\gamma+\delta)}$; folglich

$x = \sqrt{\left(\frac{a(d+b) . \sin.\delta}{m . \sin.(\gamma+\delta)}\right)}$

Um die folgenden Puncte auf AB zu finden, verfahre man so:

Man mache $EK = AE$, so ist $\triangle BAK = \frac{ABCD}{2m}$, und

$\triangle BAK = \frac{BA . AK . \sin.\gamma}{2}$

$\triangle LAI = \frac{LA . AI . \sin.\gamma}{2}$

Diese

Dieſe ſetze man gleich, ſo erhält man

$$\triangle BAK = \triangle LAI \text{ und}$$

$$\frac{BA \cdot AK \cdot \text{fin. } \gamma}{2} = \frac{LA \cdot AI \cdot \text{fin. } \gamma}{2} \text{ und}$$

$$BA \cdot AK = LA \cdot AI \text{ und}$$

$$\frac{a \cdot 2(b+d)}{m} = z \cdot AI$$

(wenn man $LA = z$ nennt, und für $AK = 2 \cdot AE = \frac{2(b+d)}{m}$ ſubſtituirt)

Aber $AI = \frac{z \cdot \text{fin. } (\gamma + \delta)}{\text{fin. } \delta}$, folglich

$$\frac{a \cdot 2(b+d)}{m} = z \cdot z \cdot \frac{\text{fin. } (\gamma + \delta)}{\text{fin. } \delta} \text{ oder}$$

$$\frac{2 \cdot a \cdot (b+d)}{m} = z^2 + \frac{\text{fin. } (\gamma + \delta)}{\text{fin. } \delta} \text{ oder}$$

$$z^2 \cdot \frac{\text{fin. } (\gamma + \delta)}{\text{fin. } \delta} = \frac{2 \cdot a \cdot (b+d)}{m} \text{ und}$$

$$z^2 = \frac{2 \cdot a \cdot (b+d) \cdot \text{fin. } \delta}{m \cdot \text{fin. } (\gamma + \delta)} \text{ oder}$$

$$z = V\left(\frac{2 \cdot a \cdot (b+d) \cdot \text{fin. } \delta}{m \cdot \text{fin. } (\gamma + \delta)}\right)$$

$$= V2 \cdot V\left(\frac{a \cdot (b+d) \cdot \text{fin. } \delta}{m \cdot \text{fin. } (\gamma + \delta)}\right) \text{ aber}$$

$$x = V\left(\frac{a \cdot (b+d) \cdot \text{fin. } \delta}{m \cdot \text{fin. } (\gamma + \delta)}\right); \text{ folglich}$$

$$z = x \cdot V2.$$

Verfährt man eben ſo, um den dritten, vierten u. ſ. w. Punct auf AB zu finden, ſo wird man $x \cdot V3$, $x \cdot V4$, $x \cdot V5$ u. ſ. w. erhalten.

Man

so ist, weil die Dreyecke im Halbkreis AKH und AKB ähnlich sind, $AH : AK = AK : AB$, oder

$$\frac{\text{fin. } \delta . (d+b)}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)} : x = x : a, \text{ daher}$$

$$x^2 = \frac{a . \text{fin. } \delta (b+d)}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)}$$

Man mache nun $AE = AK$, so ist

$$AE = x = \sqrt{\left(\frac{a . \text{fin. } \delta . (b+d)}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)}\right)} \text{ (wie vorhin).}$$

Um die zweyte Theilungslinie zu finden, trägt man $\frac{2 . (d+b)}{m}$ von A nach M ab, ziehet die Linie M m mit HN parallel, errichtet im m das Perpendikel h m, und macht $AP = A h$. Die mit EF parallele Linie P p ist die zweyte Theilungslinie.

Um TA zu bestimmen, halbire man AB in Q, und ziehe QR mit HN parallel, so ist

$$\text{fin. } \delta : \text{fin. } (\gamma+\delta) = \tfrac{a}{2} : AR \text{ und}$$

$$AR = \frac{a . \text{fin. } (\gamma+\delta)}{2 . \text{fin. } \delta}$$

Man mache nun $RT = \frac{3 (d+b)}{2m}$, so ist T der gesuchte Punct, durch welchen die Linie TU mit HN parallel zu legen ist.

Für $d = b$, $\gamma = C$ und $c = a$, wird $x^2 = \frac{2ab . \text{fin. } \delta}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)}$; $z = \frac{3 . 2 . b}{2m} + \frac{a . (\text{fin. } \gamma + \delta)}{2 \text{ fin. } \delta} = \frac{3b}{m} + \frac{a . \text{fin. } (\gamma+\delta)}{2 \text{ fin. } \delta}$. Das Trapezium verwandelte sich dann in ein Parallelogramm.

Man mache also $r = \frac{b+d}{2m}$, d. h. trage von F nach M oder von l nach m die Größe $\frac{b+d}{2m}$, und lege Mm mit Fl parallel, so ist $FMlm = \frac{ABCD}{m}$.

Man trägt nun r so oft von M angerechnet nach C hin, als es angeht. Wir wollen annehmen, man sey bis Rr gekommen, und zähle m — n gleiche Theile, so muß RrDC nach n gleiche Theile enthalten. Zur Zerlegung dieses Stücks des Trapeziums kann man obige Formel für x gebrauchen, wenn man nur c statt a und sin. D statt sin. γ setzt.

§. 18.

Aufgabe. Die Auflösung dieser Aufgabe durch eine Construction zu bewerkstelligen. (Fig. 18)

Auflösung. Die Buchstaben a, b, δ, m u. s. w. haben hier dieselbe Bedeutung.

Man mache $AN = \frac{d+b}{m}$ und ziehe NH mit der Theilungslinie parallel.

Man hat nun:

sin. AHN : sin. ANH = AN : AH oder
(weil $A = \gamma$ und $N = \delta$, folglich sin. AHN = sin. $(\gamma + \delta)$ ist)
sin. $(\gamma + \delta)$: sin. $\delta = \frac{d+b}{m}$: AH; also

$$AH = \frac{\text{sin. } \delta \,.\, (d+b)}{m \,.\, \text{sin. } (\gamma + \delta)}$$

Man halbire nun AB, beschreibe mit $\frac{1}{2}$ AB einen Halbkreis, und errichte in H das Perpendikel KH, so

so ist, weil die Dreyecke im Halbkreis AKH und AKB ähnlich sind, AH : AK = AK : AB, oder

$$\frac{\text{fin. } \delta . (d+b)}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)} : x = x : a, \text{ daher}$$

$$x^2 = \frac{a . \text{fin. } \delta (b+d)}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)}$$

Man mache nun AE = AK, so ist

$$AE = x = \sqrt{\left(\frac{a . \text{fin. } \delta . (b+d)}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)}\right)} \text{ (wie vorhin).}$$

Um die zweyte Theilungslinie zu finden, trägt man $\frac{2 . (d+b)}{m}$ von A nach M ab, ziehet die Linie M m mit HN parallel, errichtet im m das Perpendikel h m, und macht AP = A h. Die mit EF parallele Linie P p ist die zweyte Theilungslinie.

Um TA zu bestimmen, halbire man AB in Q, und ziehe QR mit HN parallel, so ist

$$\text{fin. } \delta : \text{fin. } (\gamma+\delta) = \tfrac{a}{2} : AR \text{ und}$$

$$AR = \frac{a . \text{fin. } (\gamma+\delta)}{2 . \text{fin. } \delta}$$

Man mache nun $RT = \frac{3 (d+b)}{2m}$, so ist T der gesuchte Punct, durch welchen die Linie TU mit HN parallel zu legen ist.

Für d = b, γ = C und c = a, wird $x^2 = \frac{2 a b . \text{fin. } \delta}{m . \text{fin. } (\gamma+\delta)}$; $z = \frac{3 . 2 . b}{2m} + \frac{a . (\text{fin. } \gamma + \delta)}{2 \text{ fin. } \delta} = \frac{3b}{m} + \frac{a . \text{fin. } (\gamma+\delta)}{2 \text{ fin. } \delta}$. Das Trapezium verwandelte sich dann in ein Parallelogramm.

Für $b = o$, wird aus dem Trapezium ein Dreyeck, und $x = \sqrt{\left(\frac{a \cdot d \cdot \text{sin. } \alpha}{m \cdot (\text{sin. } \gamma + \delta)}\right)}$.

§. 19.

Aufgabe. Es ist ein Trapezium ABCD mit zwey parallelen Seiten gegeben; man soll dasselbe dergestalt in m gleiche Theile theilen, daß die Theilungslinien von dem Puncte E auslaufen. (Fig. 19.)

Auflösung. Man nenne $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$, $AE = p$, die Höhe $= e$.

Es ist leicht ein Dreyeck ABF zu zeichnen, welches $= \frac{ABCD}{m}$ ist. Denn $ABCD = \frac{(d+b)e}{2}$ und $\triangle BAF = \frac{AF \cdot e}{2}$; folglich $\frac{(d+b)e}{2m} = \frac{AF \cdot e}{2}$ oder $\frac{d+b}{m} = AF$. Man mache also $AF = \frac{d+b}{m}$ so ist das Dreyeck BAF von der verlangten Größe.

Man muß nun ein Dreyeck GAE construiren, welches dem Dreyeck BAF gleich ist.

$\triangle BAF = \frac{BA \cdot AF \cdot \text{sin. } A}{2}$ und

$\triangle GAE = \frac{GA \cdot AE \cdot \text{sin. } A}{2}$

Diese gleich gesetzt, gibt

$\triangle BAF = \triangle GAE$ und

$\frac{BA \cdot AF \cdot \text{sin. } A}{2} = \frac{GA \cdot AE \cdot \text{sin. } A}{2}$ und

$BA \cdot AF = GA \cdot AE$

$a \cdot \frac{d+b}{m} = x \cdot p$; folglich

$a \cdot \frac{(d+b)}{m \cdot p} = x = GA$.

Eben

Eben so findet man $Ag = z$.

$$\triangle BAf = \frac{ABCD}{\frac{1}{2}m} \text{ oder}$$

$$\frac{Af.e}{2} = \frac{(b+d)e}{2 \cdot \frac{1}{2}m} \text{ oder}$$

$$\frac{Af.e}{2} = \frac{(b+d)e}{m} \text{ oder}$$

$$\frac{Af}{2} = \frac{(b+d)}{m} \text{ oder}$$

$$Af = \frac{2(b+d)}{m}$$

Man mache also $Af = \frac{2(b+d)}{m}$, und es ist

$$\triangle BAf = \triangle AEg, \text{ folglich}$$

$$\frac{BA.Af.\sin.A}{2} = \frac{gA.AE.\sin.A}{2} \text{ und}$$

$$BA.Af = gA.AE \text{ d. i.}$$

$$a.\frac{2(b+d)}{m} = z.p; \text{ folglich}$$

$$\frac{2a(b+d)}{p.m} = z = Ag.$$

Ferner ist:

$$Ah = \frac{3(b+d)}{m} \text{ und}$$

$$\triangle BAh = \triangle AHE \text{ und}$$

$$\frac{BA.Ah.\sin.A}{2} = \frac{AH.AE.\sin.A}{2} \text{ und}$$

$$BA.Ah = AH.AE \text{ und}$$

$$a.3(b+d) = y.p \text{ folglich}$$

$$\frac{3a(b+d)}{m.p} = y = AH.$$

Man trage also $3a(b+d)$ von A nach H ab, so hat man die dritte Theilungslinie HE.

Man muß nun die Puncte auf BC bestimmen. Angenommen, daß EI die nte Theilungslinie ist, so hat man

$$\frac{(BI+AE).e}{2} = \frac{n.(b+d)e}{2m}$$

($\frac{(b+d)e}{2m}$ ist nämlich der mte Theil des Trapeziums; da nun EI die nte Theilungslinie ist, so enthält BIEA n solcher Theile).

Also (BI = q)

$$\frac{(q+p)e}{2} = \frac{n(b+d)e}{2m} \text{ und}$$

$$q+p = \frac{n.(b+d)}{m} \text{ und}$$

$$q = \frac{n.(b+d)}{m} - p$$

Setzt man n = 4, so paßt die Formel für die Figur.

Man muß nun die übrigen Puncte auf BC bestimmen. Man suche zu dem Ende die Grundlinie eines Dreyecks, dessen Flächeninhalt = $\frac{(b+d)e}{2m}$ und dessen Höhe = e ist, oder

$$\frac{x.e}{2} = \frac{(b+d)e}{2m} \text{ und}$$

$$x = \frac{(b+d).}{m}$$

Diese Größe trage man von I nach K und ziehe KE.

Das Stück LCDE theilt man nun eben so ein, wie vorher BIEA.

§. 20.

Aufgabe. Dasselbe durch eine Construction zu bewerkstelligen.

Auflösung. Man mache $AF = \frac{b+d}{m}$, ziehe EB und damit parallel GF, so ist

AE

$AE : AB = AF : AG$ d. i.

$$p : a = \frac{b+d}{m} : \frac{a.(b+d)}{p.m}$$

Also $AG = x = \frac{a(b+d)}{p.m}$ (wie vorhin).

Ferner $AE : AB = Af : Ag$ d. i.

$$p : a = \frac{2(b+d)}{m} : \frac{2a(b+d)}{p.m}$$

Also $Ag = z = \frac{2a.(b+d)}{p.m}$ (wie vorhin).

Ferner $AE : AB = Ah : AH$ d. i.

$$p : a = \frac{3(b+d)}{m} : \frac{3a(b+d)}{p.m}$$

Also $AH = y = \frac{3a.(b+d).}{p.m}$ (wie vorhin).

Man mache $AR = \frac{4.(b+d)}{m}$, so ist $ER = AR - AE = \frac{4(b+d)}{m} - p = BI.$ (wie vorhin).

§. 21.

Es ist nun nicht schwer zu begreifen, wie man jedes Viereck in n gleiche Theile zu zerlegen habe.

Man ziehe nämlich durch einen beliebigen Winkelpunct des Trapeziums eine Parallele mit einer Seite desselben, so hat man dadurch das Viereck in eins mit zwey parallelen Seiten und ein Dreyeck getheilt. Der Flächeninhalt des Trapeziums mit parallelen Seiten sey nun $= M$ und der des Dreyecks $= N$, so ist der Flächeninhalt des ganzen Vierecks $= M + N$, und jeder der n gleichen Theile $= \frac{M+N}{n}$. Ist nun in M x von $\frac{M+N}{n}$ enthalten, so enthält N deren $(n-x)$.

Sind nun x und n — x ganze Zahlen, so verfährt man nach §. 14 und §. 4, und erhält dann n — x und x Dreyecke, folglich n — x + x = n gleiche Theile. Wären aber x und n — x Brüche, etwa x = m + $\frac{1}{p}$, so daß m eine ganze Zahl, und $\frac{1}{p}$ ein Theil von m wäre, so müßte man das Trapezium in p . x = p . m + 1 und das Dreyeck in p . (n — m) — 1 gleiche Theile zerlegen, wo man dann p Theile zu nehmen hätte, um Einen n Theil zu erhalten.

§. 22.

Aufgabe. Von einer vielseitigen irregulären Figur Stücke von einem gegebenen Inhalt dergestalt abzuschneiden, daß die Theilungslinien einer gegebenen Linie parallel laufen.

Es sey CD (Fig. 20) ein vielseitiges irreguläres Stück Feld, welches in vier Theile von bestimmter Größe, nämlich GEHGF, HIKG, IMLK und MNDL zerlegt werden soll. Es wird verlangt, daß die Theilungslinien mit CA parallel seyen. Man ziehe daher aus allen Winkelpuncten der Figur Parallelen mit CA, und bemerke die Durchschnittspuncte derselben auf der auf AC vertikalen Linie AB.

Man messe alle Parallellinien und deren Entfernung von A angerechnet, also Aa, Ab, Ac u. s. w.

Daraus kann man den Inhalt aller Trapezien berechnen.

Man setze nun den Inhalt der vier Theile nach der Ordnung von C an = m, n, o und p.

Man berechne nun den Inhalt des Dreyecks, und schreibe die Summe hin; zu dieser Summe addire man den Inhalt des ersten Trapeziums, und schreibe diese

Summe

Summe unter die erstere hin, zu dieser zweyten Summe addire man ferner den Inhalt des zweyten Trapeziums, und schreibe diese dritte Summe unter die zweyte hin, und so weiter.

Unter diesen Summen suche man diejenige aus, welche zunächst kleiner als m ist.

Dies sey die zweyte Summe, d. h. der Flächeninhalt des Dreyecks und des ersten Trapeziums zusammengenommen sey $\prec$ m. Hieraus folgt, daß die Schneidungslinie durch das zweyte Trapezium gehe, und daß man nur zu wissen habe, wie viel man noch von demselben von F f angerechnet abzuschneiden habe, um ein Theil C E H G F C = m zu erhalten.

Der Flächeninhalt des Dreyecks und Trapeziums sey = S'', so ist S'' $\prec$ m, und der Unterschied ist = m — S'' = f H G F. So groß muß also das Stück des Trapeziums 3 seyn, welches noch zu S'' hinzukommen muß.

Wir kommen also hier wieder auf die §. 12 aufgelöseté Aufgabe.

Man soll nämlich b x berechnen.

Die dortigen Größen in der Formel

$$x = \frac{c}{b-a} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{2 \cdot (b-a)}{c} \cdot m + a^2 \right)} - a \right]$$

sind hier x = b x; b = $\alpha\beta$; a = fF; m = p — S'' und c = b c.

Wäre (nach der Figur) f F 7 $\alpha\beta$, so würde die Formel so aussehen:

$$x = \frac{c}{a-b} \cdot \left(a - \sqrt{\left(a^2 - \frac{2(a-b)m}{2} \right)} \right)$$

Um das zweyte Stück HIKG abzuschneiden, addirt man den Inhalt desselben zu dem Inhalt des ersten Stücks, so daß man m + n erhält.

Man untersucht nun, wie viele Trapezia man zu addiren habe, um eine Summe zu erhalten, welche zunächst kleiner als m + n ist.

Wir wollen annehmen, man finde, daß die Summe des Inhalts der Theile 1 + 2 + 3 + 4 zunächst kleiner als m + n sey, und man daher von dem Trapezium 5 ein Stück i I K k = m + n — S'''' (so nenne man den Flächeninhalt der Theile 1, 2, 3, 4) abschneiden müsse. Uebrigens verfährt man wie vorhin.

Bey dem dritten und vierten Stück beobachtet man dasselbe Verfahren.

Beyspiel.

Es sey die Parallele durch E = 8° 4′
durch F = 11° 7′
durch * = 12° 9′
durch k = 13° 0′
durch O = 11° 0′
durch P = 9° 9′
durch N = 6° 3′

die Höhe A a = 1° 9′
A b = 3° 2′
A c = 6° 6′
A d = 8° 5′
A e = 14° 2′
A f = 15° 5′
A g = 19° 2′
A h = 21° 1′

Also

Also △ 1 = 7° 98′ Quad. Fuß
Trapez. 2 = 13° 6½′ —
— 3 = 41° 82′ —
— 4 = 24° 60½′ —
— 5 = 68° 40′ —
— 6 = 13° 58½′ —
— 7 = 29° 97′ —
△ 8 = 5° 98½′ —

S′ = 7° 98′
S″ = 7° 98′ + 13° 6½′
= 21° 4½′
S‴ = 21° 4½′ + 41° 82′
= 62° 86½′
S⁗ = 62° 86½′ + 24° 60½′
= 87° 47′
S⁗′ = 87° 47′ + 68° 40′
= 155° 87′
S⁗″ = 155° 87′ + 13° 58½′
= 169° 45½′
S⁗‴ = 169° 45½′ + 29° 97′
= 199° 42½′
S⁗⁗ = 199° 42½′ + 5° 98½′
= 205° 41′

Man nehme nun an, daß von dieser Figur folgende Stücke abgeschnitten werden sollen:

CEHGFC = m = 40° 47′
HIKG = n = 65° 63′
IMLK = o = 73° 14′

Da S″ = 21° 4½′, S‴ aber = 63° 6½′, so gehe die erste Theilungslinie durch das zweyte Trapezium, von welchem man m — S″ = 40° 47′ — 21° 4½ = 19° 42½′ abzuschneiden hat.

Man ſetze nun in der Formel

$$x = \frac{c}{b-a} \cdot \sqrt{\left[\left(\frac{2(b-a).m}{c} + a^2\right) - a\right]}$$

ſtatt c, b, a u. ſ. w. die für unſern Fall geltenden Werthe; alſo

$$x = \frac{34}{12} \cdot \sqrt{\left[\left(\frac{2.12.1932}{34} + 13689\right) - 117\right]}$$

$$= 1^\circ\ 7'.$$

Dieſe $1^\circ\ 7'$ trägt man von b aus nach x, und ziehet durch x eine Parallele mit AC, ſo hat man das verlangte Stück $CEHGF = m = 40^\circ\ 47'$ abgeſchnitten.

Eben ſo verfährt man bey dem zweyten Stück, nur daß dann, wie ſchon erinnert worden iſt, der Inhalt der beyden Stücke $CEHGF + HIKG = m + n$ addirt, und ein Stück $= m + n$ auf einmal abgeſchnitten wird.

$$m + n = 106^\circ\ 10'$$

Man muß daher die Theile 1, 2, 3, 4 addiren, um eine Summe zu erhalten, welche zunächſt kleiner als $m + n = 106^\circ\ 10'$ iſt; das iſt hier $87^\circ\ 47'$.

Bey dem dritten Stück addirt man m, n, o, und ſucht eine Summe zunächſt kleiner als $m + n + o$.

$$m + n + o = 179^\circ\ 24' \text{ und}$$

der Inhalt von $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 169^\circ\ 45\frac{1}{2}'$.

Das Uebrige wie vorhin.

§. 23.

Aufgabe. Ein vielſeitiges irreguläres Stück Feld zu theilen, daß die Theilungslinien nach einem innerhalb der Gränzen der Figur liegenden Puncte laufen.

Dieſe Aufgabe kann vorkommen, wenn ein Stück Land, welches in der Mitte eine Quelle hat, unter mehrere

rere Personen so getheilt werden soll, daß alle Zugang zu der Quelle erhalten.

Es sey ABCDEFG (Fig. 21) die vielseitige irreguläre Figur, die so eingetheilt werden soll, daß alle Theilungslinien, CK, CH, CI sich in C vereinigen.

Auflösung. Nachdem man von dem Puncte C aus nach allen Ecken der Figur gerade Linien gezogen, und dadurch die Figur in Dreyecke zerlegt hat, berechnet man den Inhalt eines jeden dieser Dreyecke, und addirt zu dem Inhalt des ersten den Inhalt des zweyten, und zur Summe des ersten und zweyten den Inhalt des dritten u. s. w. folgender Maaßen.

$$S = ACG$$
$$S' = ACG + CGF$$
$$S'' = ACG + CGF + CFE$$
$$S''' = ACG + CGF + CFE + CED$$
$$S'''' = ACG + CGF + CFF + CED + CDC \text{ u. s. w.}$$

Die Stücke, welche von der Figur abgeschnitten werden sollen, seyen = m, n, o.

Das erste Stück = m sey CAGK.

Man untersuche nun, wie viel Dreyecke man addiren müsse, um eine Summe zu erhalten, welche zunächst kleiner als m ist. Den Unterschied $m - S^n$ schneide man von dem folgenden Dreyeck ab.

Man ersieht aus der Figur, daß das Stück CAGK $= S$, und $m - S = CGK$. Da der Flächeninhalt dieses Dreyecks CGK bekannt ist, und man auch die Grundlinie desselben CG kennt, so kommt es nur

nur darauf an, seine Höhe = ab zu finden. Diese findet man aus der Formel $\frac{2(m-S)}{CG} = ab$. Diese Größe setzt man senkrecht auf CG, und legt durch den Punct b eine Parallele mit CG, welche den Punct K bestimmt, nach welchem die Linie CK gezogen werden muß, welche das Stück CAGK = m macht.

Man addire nun CAGK und CKFEI = m + n und suche eine Summe von Dreyecken, welche zunächst kleiner als m + n ist.

Es sey z. B. S'' < m + n und m + n − S'' = CEI.

Die Höhe dieses Dreyecks CEI ist $\frac{2.((m+n)-S'')}{CE} = ab$, welche man senkrecht auf CE setzt, und durch den Punct b eine Parallele mit CE legt, welche den Punct angiebt, durch welchen man die Theilungslinie zu legen hat.

Mit den folgenden Stücken verfährt man eben so.

Daß man nicht jedes Stück besonders, sondern immer die Summe der vorhergehenden Stücke und des neuen Stücks abschneidet, hat seinen Grund darin, daß man dann die Fehler vermeidet, welche entstehen würden, wenn man die einzelnen Theile nach und nach an einander setzte.

Beyspiel.

Grundlinie	Höhe	Dreyeck
AG = 3° 8′	4° 5′	CAG = 8° 55′
GF = 5° 0′	3° 8′	CGF = 9° 50′
FE = 3° 8′	3° 8′	CFE = 7° 22′
ED = 4° 7′	4° 2′	CED = 9° 87′
CD = 3° 6′	4° 5′	CDC = 8° 10′
BC = 3° 5′	3° 9′	CCB = 6° 82′
AB = 4° 2′	4° 0′	CBA = 8° 40′

Also

Also $S = 8° 55'$
$S' = 18° 5'$
$S'' = 25° 27'$
$S''' = 35° 14'$
$S'''' = 43° 24'$
$S''''' = 50° 6'$
$S'''''' = 58° 46'$

Man nehme nun an $m = 14° 36'$; $n = 17° 38'$. Weil nun $8° 55$ zunächst kleiner als $14° 36'$, so liegt die Theilungslinie in dem Dreyecke CGF, und $14° 36 - 8° 55 = 5° 81 = CGK$.

Man muß nun aus der Formel $= \frac{2.(m - S)}{CG}$ die Höhe dieses Dreyecks berechnen. Also:

$ab = \frac{2.(5° 81)}{CG}$; CG aber $= 4° 7'$, daher

$ab = \frac{2.(5° 81)}{4° 7}$

$= 2° 4\frac{34'}{47}$

Die Linie ab wird also $= 2° 4\frac{34'}{47}$ gemacht, und durch b eine Parallelle gelegt, welche den Punct K angibt.

Ferner $m + n = 31° 74'$, und $S'' = 25° 27'$ zunächst kleiner als $m + n$, und $m + n - S = 31° 74' - 25° 27' = 6° 47' - CEI$; also

$ab = \frac{2((m+n) - S'')}{CE}$ d. h.

$ab = \frac{2.(6° 47')}{4° 3'}$

$= 3° 0'$

Diese $3° 0'$ setzt man auf der auf CE senkrechten Linie ab ab, und legt durch b eine Parallelle, welche den Ort der Theilungslinie angiebt.

Mit den übrigen Stücken verfährt man eben so.

§. 24.

§. 24.

Aufgabe. Es soll ein Stück Land, innerhalb dessen Gränzen ein Weiher liegt, so unter mehrere Personen getheilt werden, daß die Theilungslinien alle auf den Umfang des Weihers stoßen.

Es sey ABCDEF (Fig. 22) das Stück Land, abcd der Weiher.

Aufl. Man nehme innerhalb der Figur einen Punct R an, und ziehe nach allen Ecken der Figur und des Weihers gerade Linien. Darauf berechne man die Flächen

$$bGAe = RGA - Rbe$$
$$eABa = RAB - Rea$$
$$aBCf = RBC - Raf$$
$$fCHd = RCH - Rfd \text{ u. s. w.}$$

Darauf mache man die Summen

$$S = bGAe$$
$$S' = bGAe + eABa$$
$$S'' = bGAe + eABa + aBCf$$
$$S''' = bGAe + eABa + aBCf + fCHd \text{ u. s. w.}$$

Angenommen nun, man wolle von der Linie Ae angerechnet das Stück ABCIfaeA = m abschneiden, und S' sey zunächst kleiner als m, so ist $m - S' = fCI$, und da der Inhalt dieses Dreyecks $= m - S'$ und dessen Grundlinie fC bekannt sind, so findet man aus der Formel $ab = \frac{(2m - S')}{fC}$ die Höhe desselben, welche man senkrecht auf fC setzt, und durch den Endpunct desselben eine Parallele mit fC legt, die den Punct I angiebt. Durch diesen Punct und f zieht man dann die Linie fI, und ABCIfaeA ist das verlangte Stück = m.

Alphabetisches Register

der

abgehandelten Sachen.

A.

Absteckung gerader Linien. Erstes Abschnitt. S. 41.
Abstecken, eine gerade Linie. Was das heisse. §. 4.
Absteckungsstäbe, grössere und kleinere. §. 4.
Abstecken, eine gerade Linie auf dem Felde. Aufgabe. §. 5.
Absolute Fehler der Kettenmessung. §. 26. S. 81.
Absehen oder Dioptern. s. Dioptern.
Absehenebene oder Lamelle. s. Diopterlineal.
Abweichung der Magnetnadel. S. 108.
Araber führten zuerst den Gebrauch der Sinus ein. S. 14. Anmerk. zu §. 12.
Astrolabium. S. 84.
Aufklebung der Karten auf Leder oder Kattun. §. 110.
Aufstellung, horizontale, des Messtisches. §. 42. 43. 44. 45.
Axe einer Linse. S. 271.

B.

Beklebung des Messtisches. §. 41. S. 109.
Berechnung der Fehler bey den verschiedenen Methoden zur Bestimmung des Areals der Flächen. §. 102. 103. 104. u. s. w.
Bousole, oder Kompaß. Einrichtung derselben. §. 39. Verification der Bousole. §. 40.

C.

Callet, M., Tables portatives de Logarithmes u. ſ. w. Paris 1783. S. 19.
Campus oder Geſichtsfeld. S. 271.
Centrirtes Fernrohr. S. 272.
Cirkel, geographiſcher. §. 28. S. 84.
Combination oder Verbindung der einzelnen Tiſchblätter. S. 214.
Complement eines Bogens oder Winkels. §. 3. S. 6.
Cotangente eines Bogens. §. 4. S. 7.
Coſekante eines Bogens. §. 5. S. 7.
Coſinus verſus. §. 5. S. 7.
Coſinus eines Bogens. §. 3. S. 5.
Coſinus von 0° iſt gleich dem Radius. §. 3. S. 6.

D.

Diagonalmethode. S. 202.
Differenzen der Logarithmen. S. 18. Anmerk. 3.
Diopterlineal. Einrichtung deſſelben. §. 35. Verification deſſelben. §. 37.
Diopterkreuz. §. 62. S. 146.
Diſtanzenmeſſer. §. 80.
Diſtanzen von einer einzigen Station aus zu beſtimmen, iſt unmöglich. Daſelbſt.
Dreyeckmethode zur Aufmeſſung einer ganzen Gegend. S. 202 und §. 92.
Dreyecke. Auflöſung rechtwinklichter Dreyecke. S. 20. Auflöſung ſchiefwinklichter Dreyecke. S. 26.
Dreyfuß, ein Theil des Stativs des Meßtiſches. §. 31. S. 89.

E.

Einlaufen der Kartenblätter. §. 41. S. 110.
Ekſtröms Niveau. §. 126.

Electricität. Einfluß derselben auf die Magnetnadel. S. 137.
Entfernung der größern und kleinern Absteckungsstäbe vom Meßtische. §. 46.

F.

Fadenkreuz im Fernrohre. S. 271.
Fallstäbchen. S. 70.
Fehler bey dem Abstecken gerader Linien. §. 14. S. 61.
Feldmessetkreuz, siehe Diopterkreuz.
Feldmeßkunst. Erklärung derselben. §. 1. S. 41.
Fernrohr. Einrichtung desselben. S. 270.
Fläche, horizontale und verticale. S. 45. Anmerk.
Fuß des Meßtisches, siehe Stativ.

G.

Gehölz. Regeln zur Absteckung einer geraden Linie durch ein Gehölz. §. 11. S. 56.
Genauigkeit der Aufmessung mit der Kette in Vergleichung mit der Aufmessung mit Maaßstäben. §. 25. S. 79.
Geodäsie. §. 97.
Geometrie, practische, s. Feldmeßkunst.
Gesichtsfeld, s. Campus.
Gesichtswinkel, der kleinste. §. 12. S. 58. Bestimmung desselben. §. 13. S. 59.
Gnomon. S. 108.
Grundlinien. §. 47.

H.

Hipparch, Menelaus und Ptolemäus gebrauchten zuerst die Chorden zum Maaße der Winkeln. S. 14. Anmerk. zu §. 12.
Horizontallinie, wahre und scheinbare beym Nivelliren. §. 117. S. 259.
Hügel. Absteckung einer Linie über Hügel. S. 52.

J.

Inclinations- oder Neigungswinkel. Berechnung deſſelben. §. 21. S. 72.
Inſtrumente zum Feldmeſſen. §. 2. S. 43.
Juſtieren der Kette. Daſelbſt.
Juſtierſtab. §. 17. S. 67.

K.

Karten. Special-, ökonomiſche, geographiſche Karten. §. 1. S. 41.
Kettenlinie. §. 23. S. 75.
Kettenmeſſung. Quellen unvermeidlicher Fehler bey derſelben. §. 24. S. 76.
Kompaß. ſ. Boußole.
Kopirung der Karten: a) durch das Durchſtechen; b) durch Hülfe des Kopierglaſes; c) durch durchſichtiges Papier. S. 239-243.
Krumlinichte Figuren aufzumeſſen. §. 85.
Krumme Linie. Aufmeſſung derſelben. §. 66.

L.

Lamelle. ſ. Diopterlineal.
Landmeſſung, Special-, ökonomiſche, geographiſche. §. 1. S. 41.
Libelle am Niveau. S. 274.
Libelle. Einrichtung derſelben. §. 32.
Linie, horizontale, verticale. S. 45. Anmerk.
Logarithmiſche Sinustafeln. S. 16.

M.

Maginus gab ſeinen Sinustafeln eine bequemere Einrichtung. S. 15.
Magnet, natürlicher, künſtlicher. §. 39. S. 105.

Markſcheidekunſt. S. 224.
Markſcheidekarten. S. 42. Anmerk.
Maſkelynes Tables of Logarithms of all numbers from 1 to 101000 and of the Sines et Tangents u. ſ. w. S. 18.
Maurolicus führte zuerſt den Gebrauch der Sekanten ein. S. 14. Anmerk. zu §. 12.
Meßkette. Einrichtung derſelben. §. 17. S. 66.
Meßſtäbchen. S. 67.
Meßtiſch. Prätorianiſcher oder geometriſcher Tiſch. Marinoni verbeſſerte denſelben. §. 29. S. 86. Einrichtung des Meßtiſches. §. 30.
Methode der Parallellinien zur Aufmeſſung ganzer Gegenden. S. 207.
Militärkarten. S. 42. Anmerk.
Militär-Landmeſſung. S. 223.
Mittelpunct. Von dem Mittelpuncte aus eine Figur aufzumeſſen. §. 83.
Mundleim zur Bekleidung des Meßtiſches. §. 41. S. 111.

N.

Niveau oder Nivellirinſtrument, oder Waſſerwage. ſ. Nivellirinſtrument.
Nivellirſtäbe oder Nivellirſignale. §. 122.
Nivellirlineal. S. 264.
Nivellirinſtrument. §. 120.
Nivelliren. Was das heiſſe. §. 119. §. 260.
Nivellirkarten. S. 42. Anmerk.
Nonius. §. 114.

P.

Pantograph zur Reduction der Karten. S. 250. Theorie und Einrichtung deſſelben. §. 115.
Pantometer von Kircher. §. 29. S. 87.

Parallaxe des Diopterlineals. S. 127.
Parallelismus der Gesichtslinien. §. 37.
Perpendicularlinie. Absteckung derselben auf dem Felde: a) durch Hülfe des Meßtisches; b) mit der Meßkette. §. 61.
Pezenas französische Uebersetzung von Scherwins Mathematical Tables. S. 18.
Pitiſci, Bartholomæi, Trigonometriæ. Lib. 5. S. 16.
Proportionaltheile der Logarithmen. S. 18. Anmerk. 3.
Ptolemäi Almageſtum. In demselben findet man die ältesten Tafeln zur Messung der Winkeln. S. 14. Anmerk. zu §. 12.
Punct, verschwindender. §. 12. S. 58.

Q.

Quadrant. §. 28. S. 84.
Quadrat, das geometrische. §. 29. S. 86.

R.

Reduction eines Winkels in der Fläche der Objecte auf die Horizontalebene. §. 70. S. 160.
Reduction oder Verkleinerung der Karten: a) nach dem Maaßstabe; b) nach dem Areal. §. 111. S. 246.
Reductionszirkel. S. 248.
Reductionsinstrument. ſ. Pantograph.
Reduction beym Nivelliren. §. 118. S. 260.
Regiomontan führte zuerst die Tangenten ein. S. 14. Anmerk. zu §. 12.
Rheticus, Georg Joachim, vollendete Regiomontans Arbeit. S. 15.
Richtung der Magnetnadel auf dem Meßtische. §. 55. S. 135.

Röhren, communicirende, zum Nivelliren. §. 121. S. 263.
Roe, Nathaniel, ordnete zuerst die Logarithmen der Zahlen und Sinus auf eine bequeme Weise. S. 17.

S.

Stationen auf dem Felde und auf dem Meßtische. §. 47.
Stativ des Meßtisches. §. 31.
Seekarten. S. 42. Anmerk.
Sekante eines Bogens. §. 5. S. 7.
Seitenlinie. Absteckung derselben. §. 53. S. 132.
Signale. Signalstäbe mit Fahnen oder Flaggen. S. 49. Anmerk.
Sinus eines Bogens. §. 2. S. 3.
Sinus eines Bogens von 90°, ist dem Radius gleich. Daselbst. S. 4.
Sinus versus. §. 5. S. 7.
Sinustafeln. §. 12. S. 13. Nachricht von den ältesten derselben. Anmerk. S. 14.
Special-Aufmessungs-Protokoll. S. 218.
Specialkarte über die Feldmark einer ganzen Stadt. §. 95.
Scherwins Mathematical Tables by William Gardiner. S. 17.
Schnur, Maaßstab, Kette zur Aufmessung gerader Linien. §. 16. S. 65.
Schulzens, J. L., neue und erweiterte Sammlung logarithmischer, trigonometrischer und anderer Tafeln. S. 19.
Schwenters Vorschlag, die Schnur in Oel zu kochen. Daselbst.
Strich, einfacher und doppelter, um eine Nadel zu magnetisiren. S. 105.
Supplement eines Bogen oder Winkels. §. 6. S. 7.

T.

T.

Tabelle aller bey rechtwinklichten Dreyecken möglichen Fälle. §. 20. S. 25.

Tabelle aller bey schiefwinklichten Dreyecken vorkommenden Fälle. §. 29. S. 36.

Tables de Logarithmes pour les Sinus et les Tangentes, Paris 1760, in 12. S. 18. Anmerk. 3.

Tangente eines Bogens. §. 4. S. 6.

Thal. Absteckung einer geraden Linie durch ein Thal. §. 9. S. 53.

Theodolit. §. 28. S. 84.

Theorie der Folgen der Fehler bey Messungen von Linien und Winkeln. §. 76.

Topographische Karten. S. 42. Anmerk.

Trigonometrie, ebene. Erklärung dieser Wissenschaft. §. 1. S. 3.

Trigonometrische Linien daselbst.

U.

Ungewißheit in der nivellirten Höhe beym Gebrauch des Nivellirlineals. §. 123.

Unzugängliche Linien. Messung derselben. §. 58. ff.

V.

Vegas logarithmische, trigonometrische und andere Tafeln und Formeln. Wien 1783. 8. S. 19.

Verkleinerung der Karten, s. Reduction.

Vernier, s. Nonius.

Vlacq, *Adriani*, Arithmetica Logarithmica. S. 17.

Wahl

W.

Wahl der Stationen bey Aufmessung unzugänglicher Linien. §. 72. S. 164.

Wasserwage. s. Nivellirinstrument.

Wasserwage. s. Libelle.

Winkelmesser. §. 28. S. 84.

Winkelscheibe. Ebendaselbst.

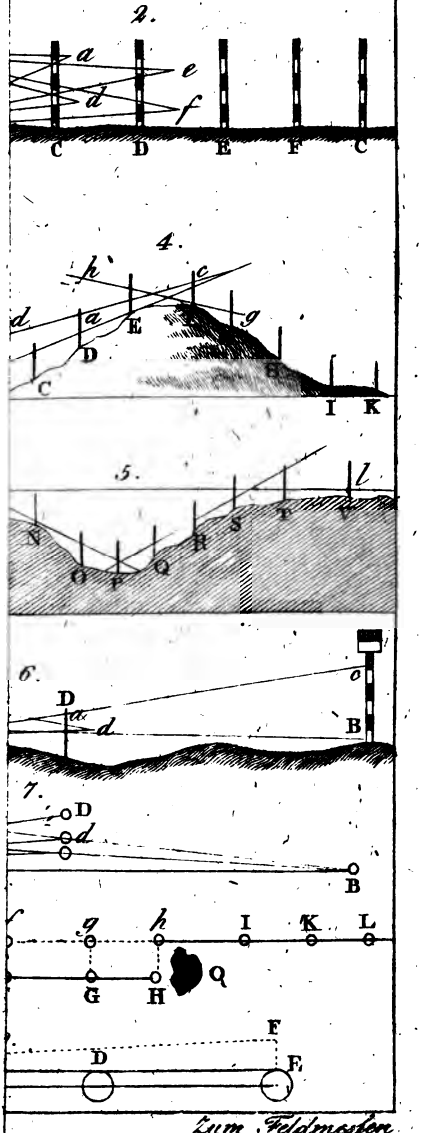
Winkelzeichner. Ebendaselbst.

Z.

Zollmanns, Rauschs und anderer Methode zur Absteckung gerader Linien ist nicht so genau, als die von dem Verfasser angegebene. §. 15. S. 63. Anmerk.

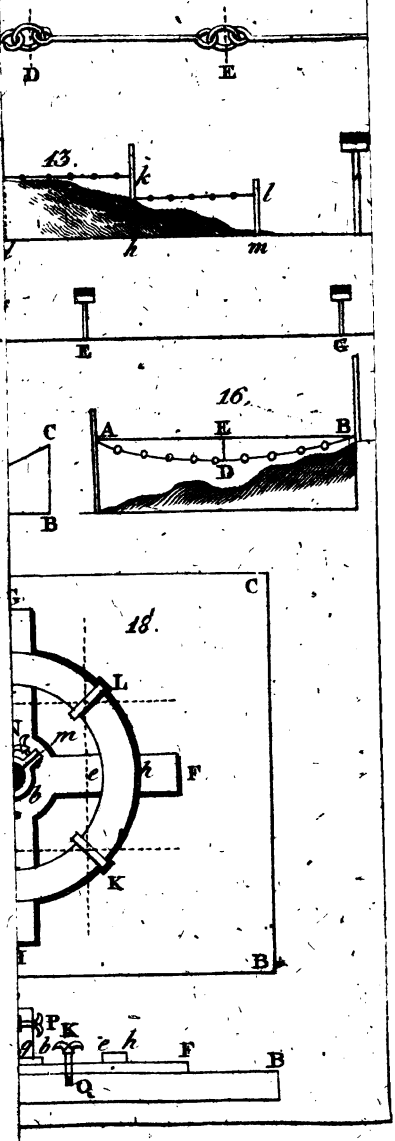
Zweydeutigkeit, trigonometrische. Anmerk. zu §. 1. S. 3.

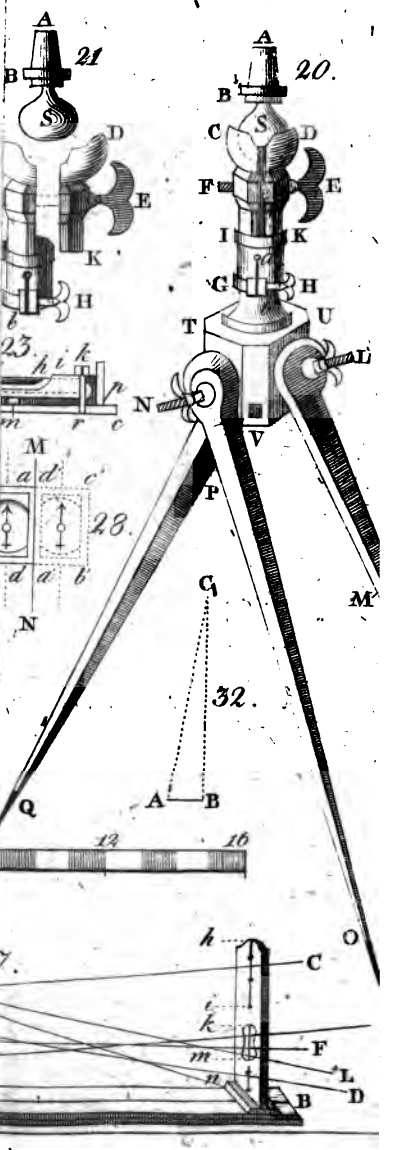
Tab: I.



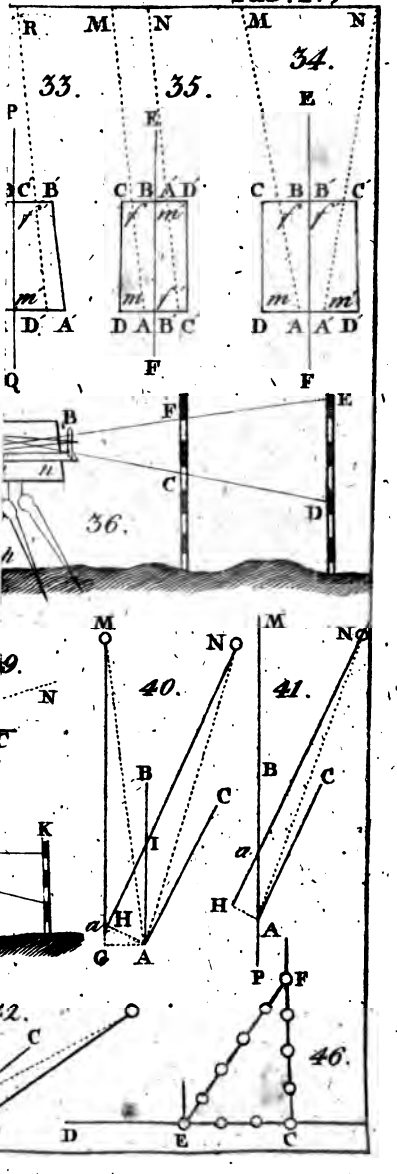
Zum Feldmessen

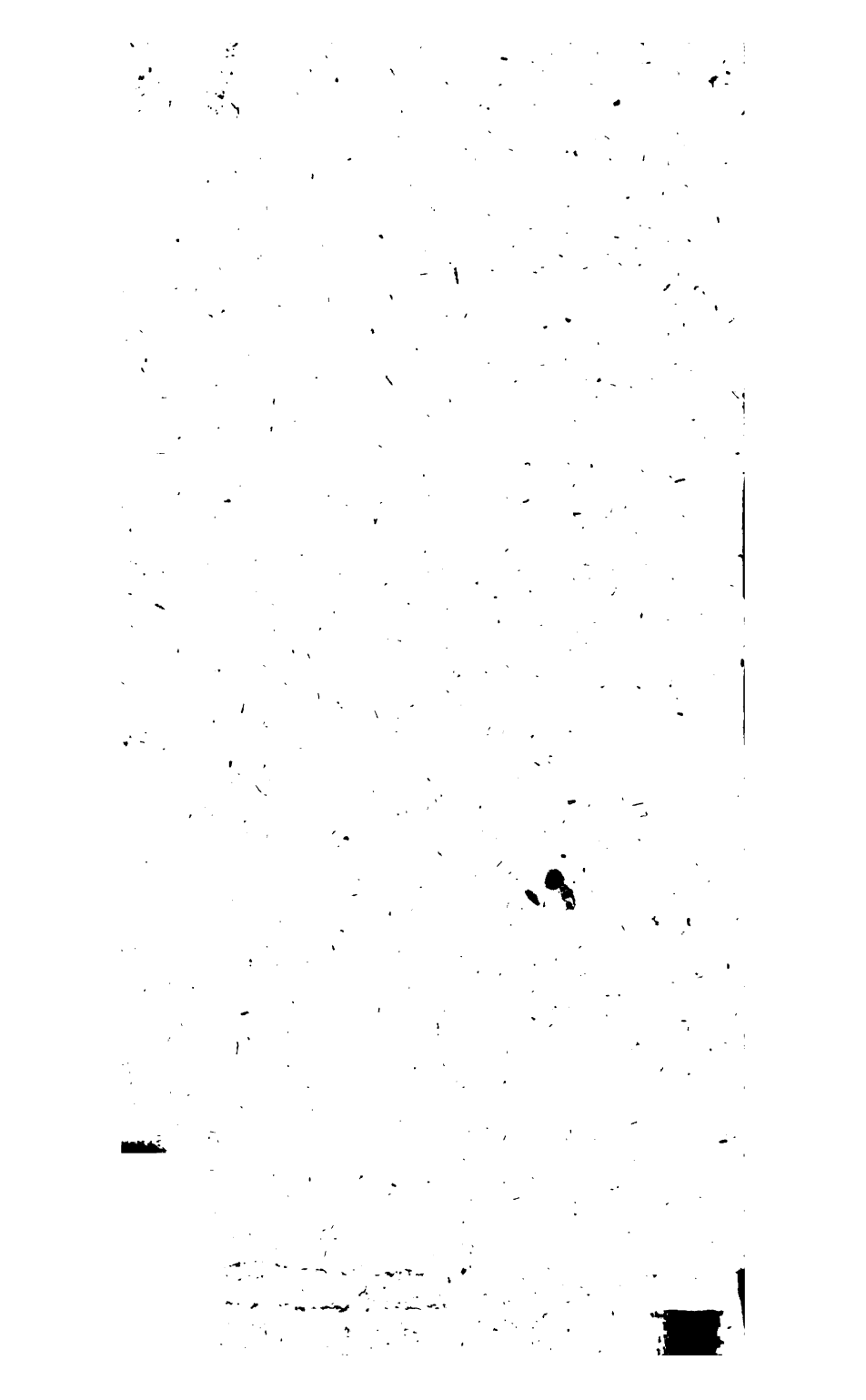
Tab: II.

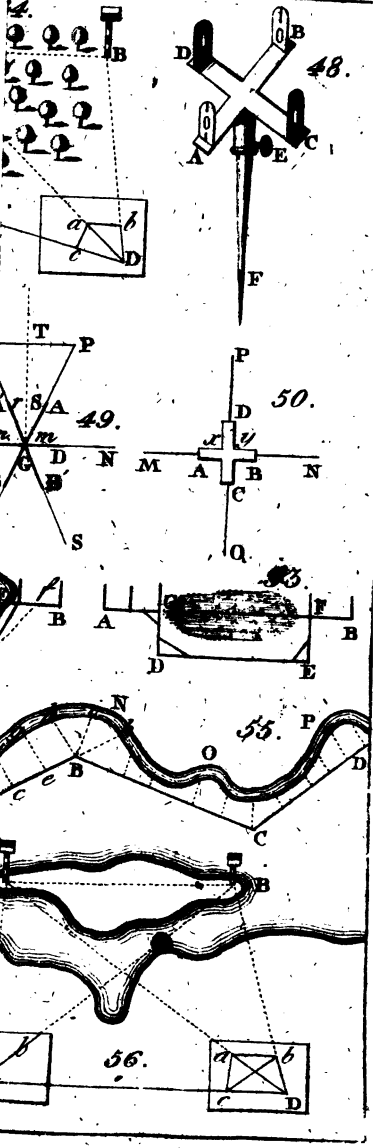


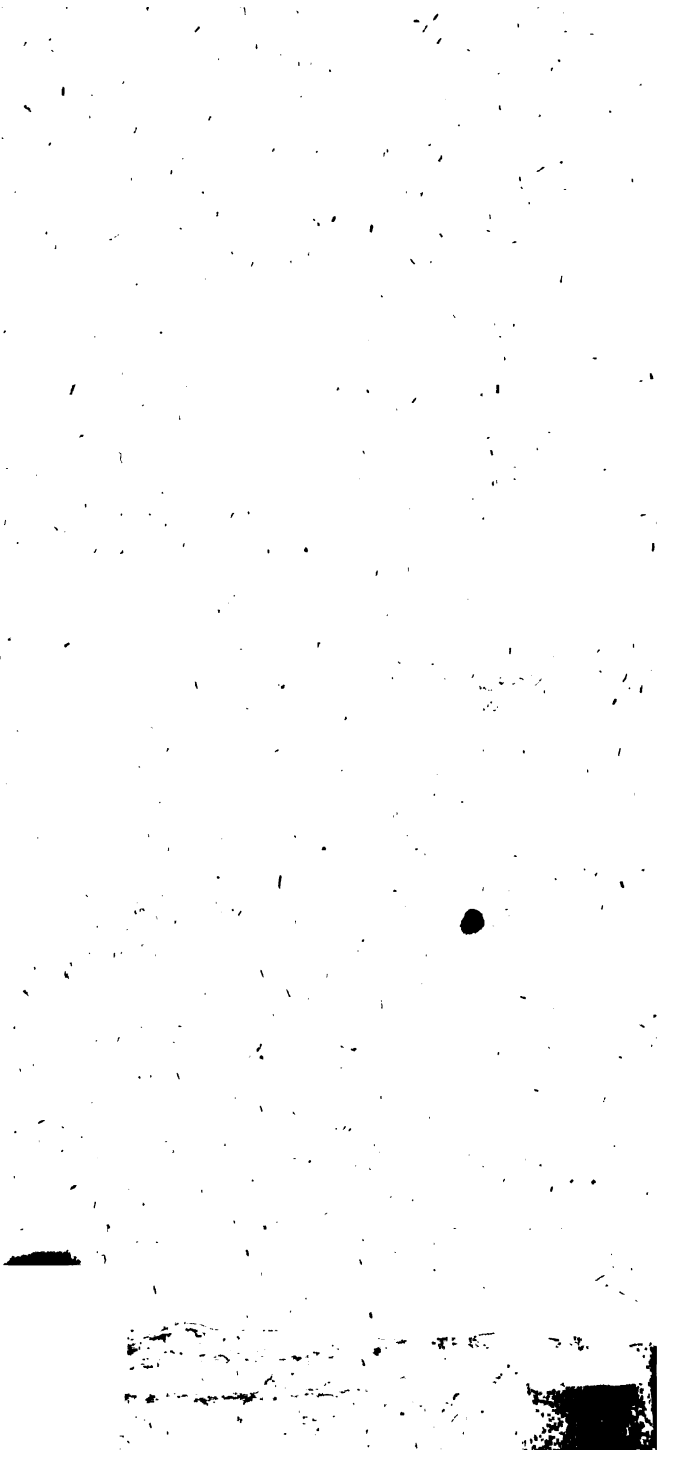

A
B
21
S
D
E
K
H
b
23.
h i k
n
m r c
M
a d c
28.
d a b
N
20.
C
F
I
G
T
U
L
V
P
M
C
32.
A B
Q
12
16
7.
h
O
i
k
m
n
F
L
D

Tab: IV.

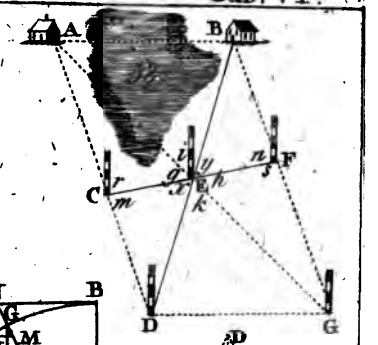

R
M
N
33.
35.
34.
P
E
C B
C B A D
C B B C
f
m
D A
D A B C
D A A D
Q
F
B
F
E
C
D
36.
h
M
N
40.
41.
B
C
K
I
a
H
A
P
42.
46.
D
E

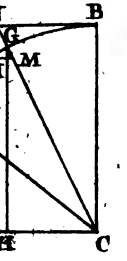


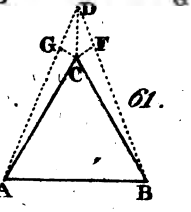

47.
B
a
b
c
D
48.
D
B
A
E
C
F
T
P
49.
S
A
m
n
G
D
N
B
S
50.
P
D
M
A
B
N
C
Q
53.
A
F
B
D
E
55.
N
P
O
B
D
C
56.
a
b
c
D



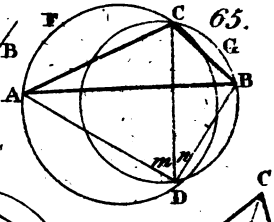
Tab: VI



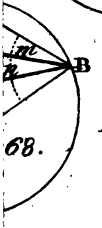




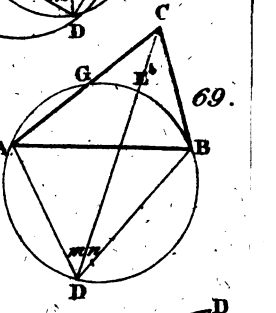
61.



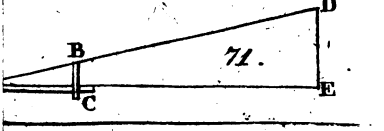
65.



68.

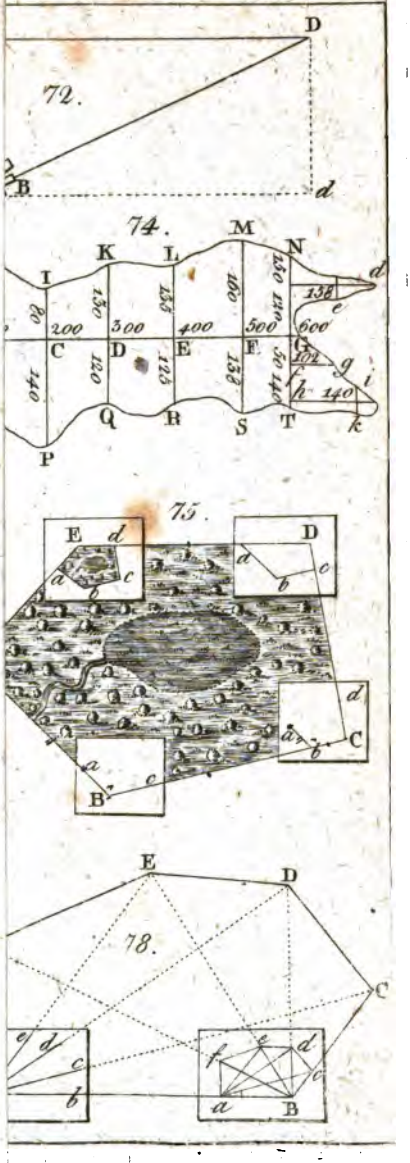


69.

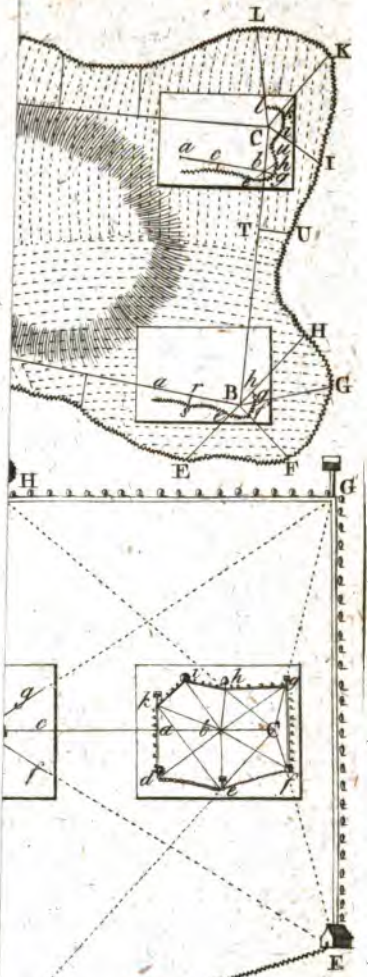


71.

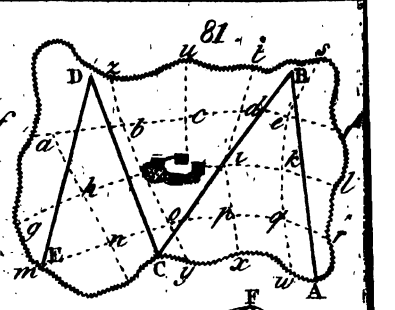
Tab: VII.

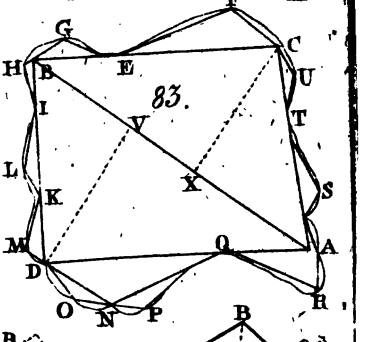

72.
D
B
d
74.
M
K
L
N
I
d
e
C
D
E
F
G
g
i
h
k
P
Q
R
S
T
75.
E
d
D
a
b
c
d
C
B
78.
E
D
C
d
c
b
f
e
a
B

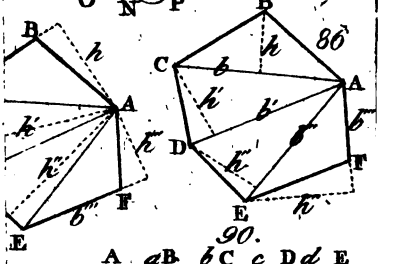
Tab: VIII.

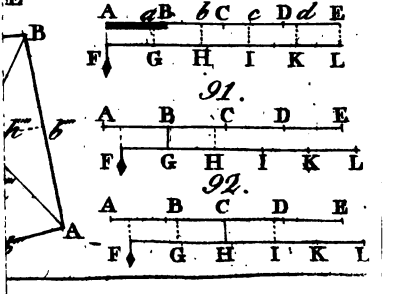


Tab: IX.

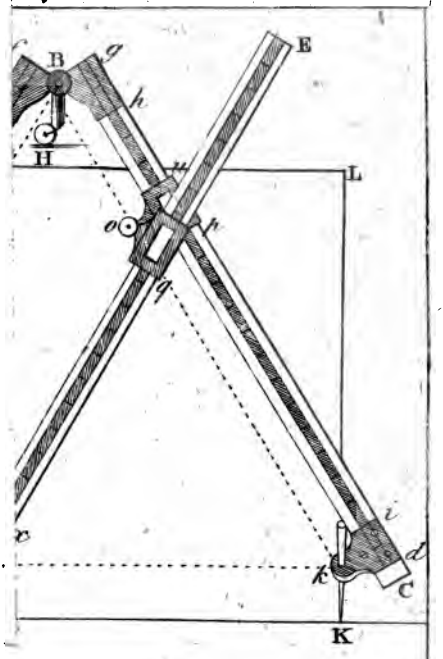

81.
D
B
E
C
A

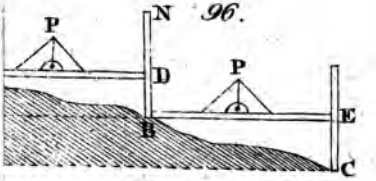

83.
F
G
C
H
E
U
I
V
T
L
K
X
S
M
Q
A
D
O
N
P
R

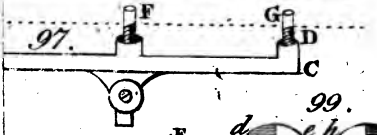

B
A
E
F
86.
C
D

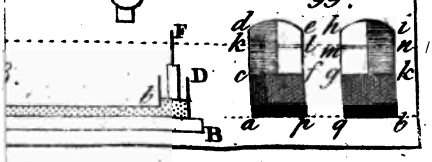

90.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
91.
92.
A
B

Tab: X.

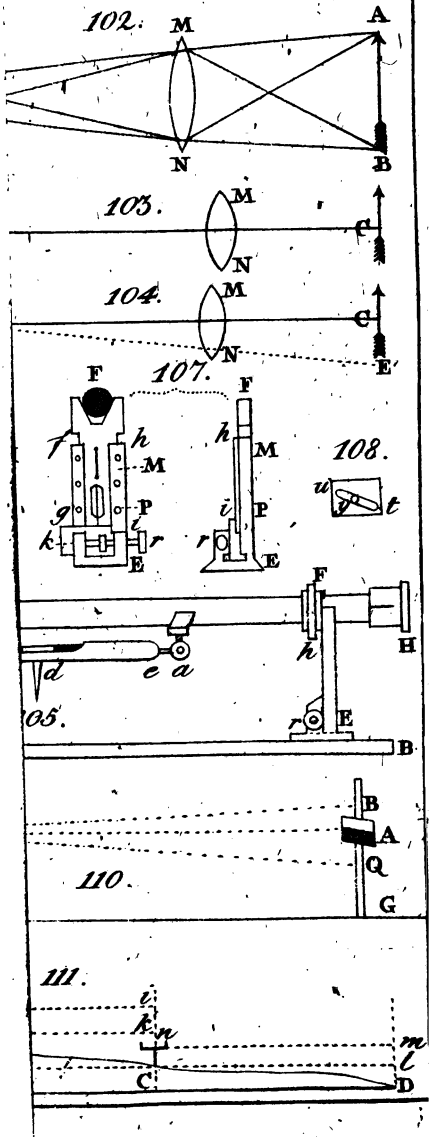


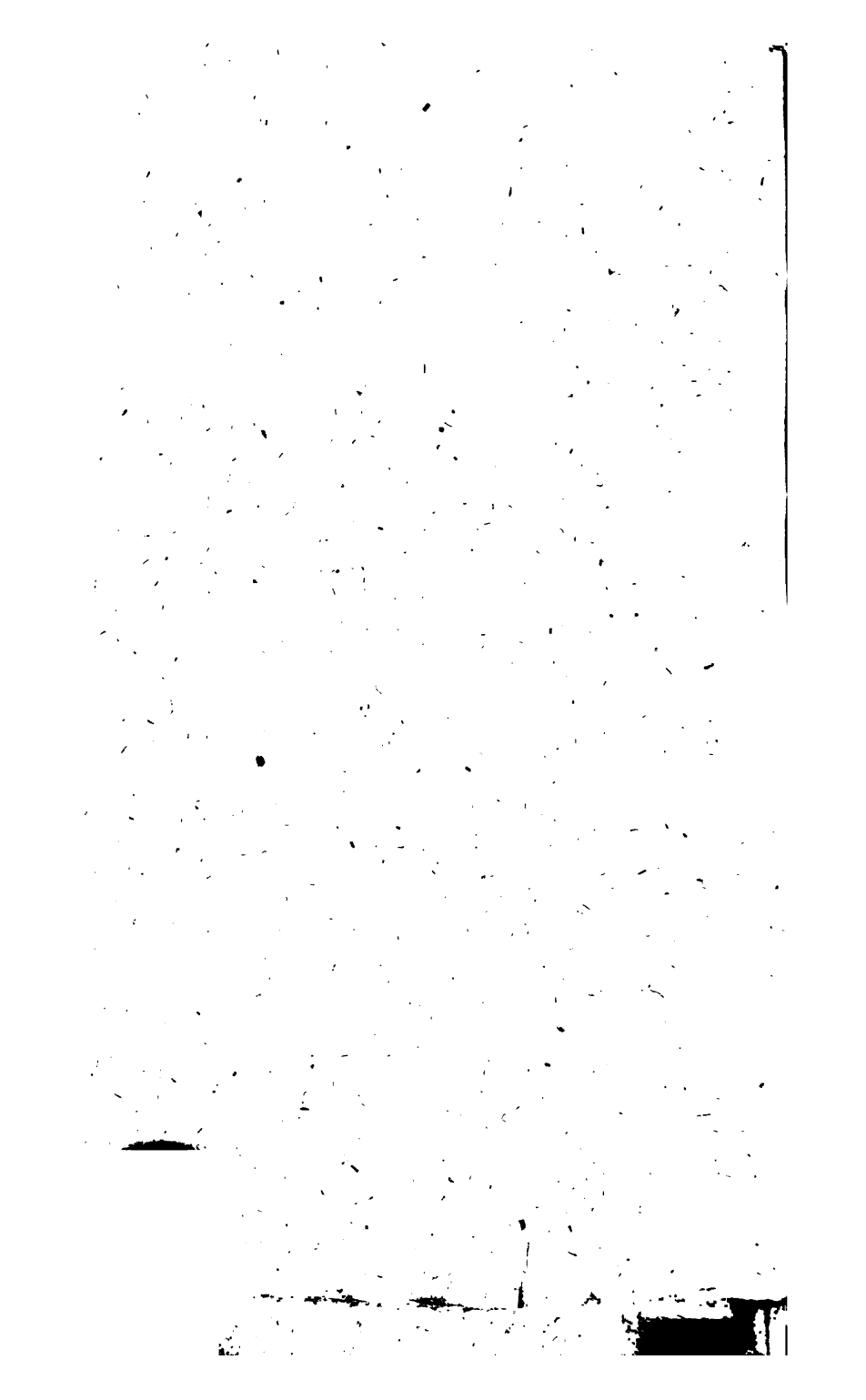




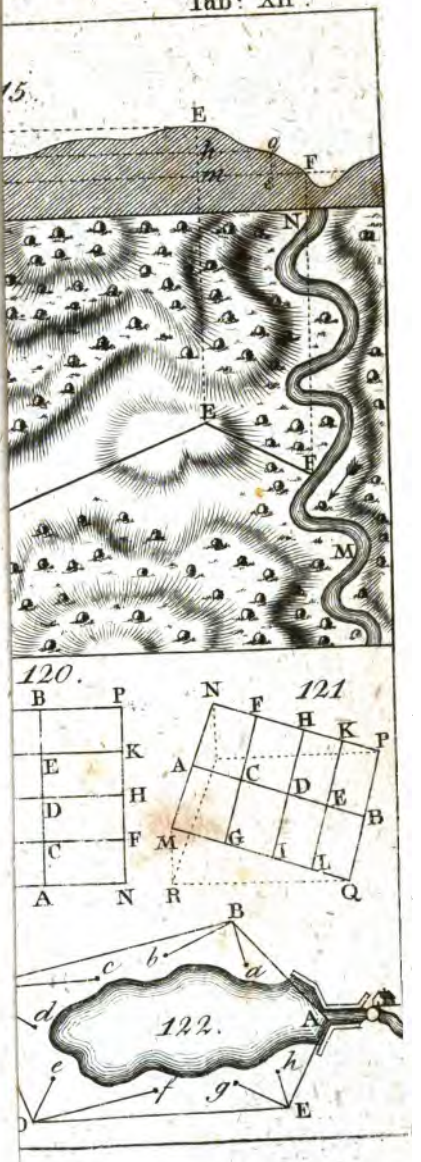


Tab: XI.

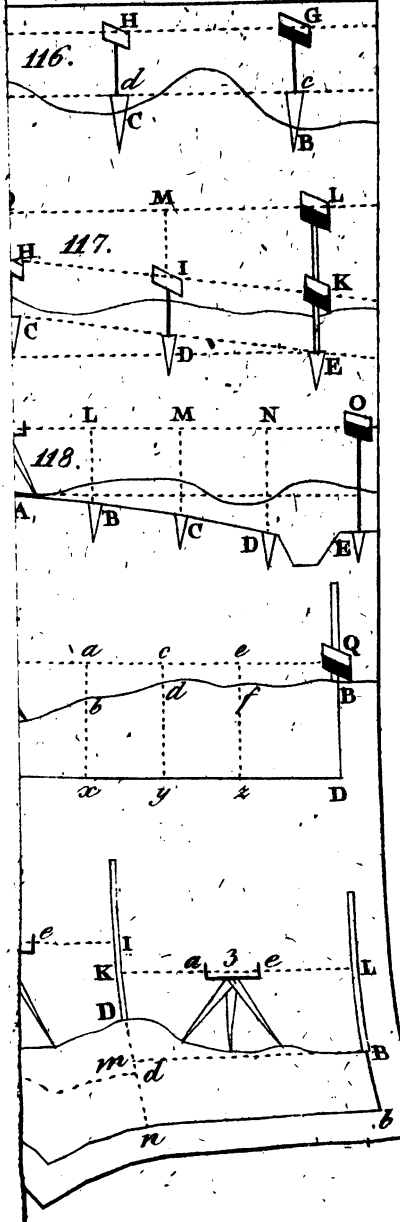

102.
M
A
N
B
103.
M
C
N
104.
M
C
N
E
107.
F
f
h
M
g
P
i
k
E
r
F
h
M
i
P
r
E
108.
u
t
F
h
H
d
e
a
105.
E
B
B
A
Q
110.
G
111.
i
k
n
m
l
C
D

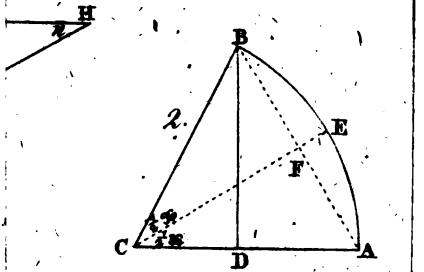


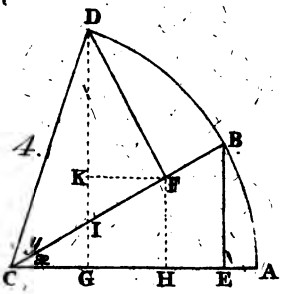
Tab: XII

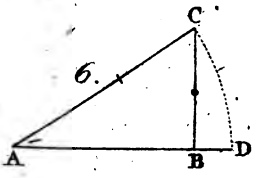

115.
E
h
g
m
F
N
E
F
M
120.
B
P
K
E
H
D
F
C
A
N
121
N
F
H
K
P
A
C
D
E
B
M
G
I
L
R
Q
B
c
b
a
d
122.
A
e
h
f
g
E

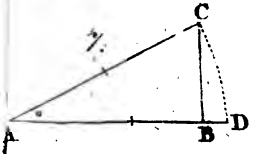
Tab: XIII.

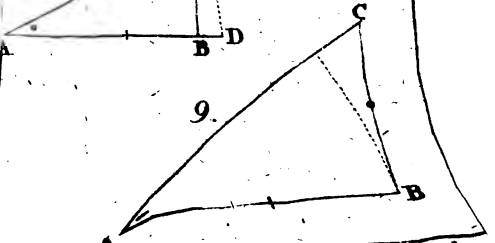

116.
H
G
d
c
C
B
117.
M
L
H
I
K
C
D
E
118.
L
M
N
O
A
B
C
D
E
a
c
e
Q
b
d
f
B
x
y
z
D
e
I
K
a
3
e
L
D
B
m
d
n
b



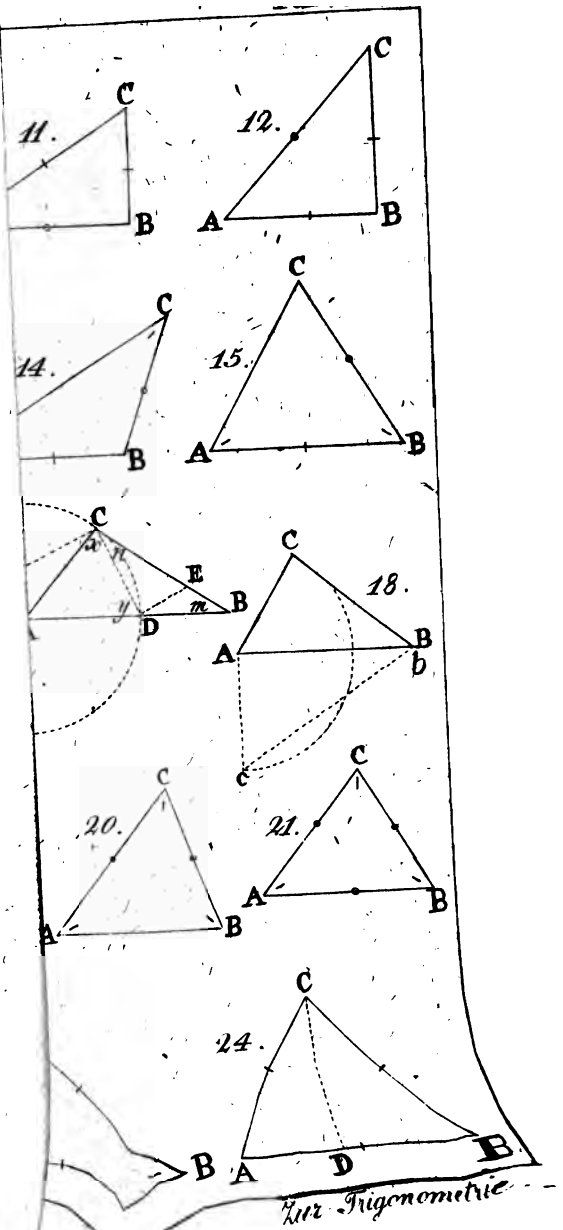




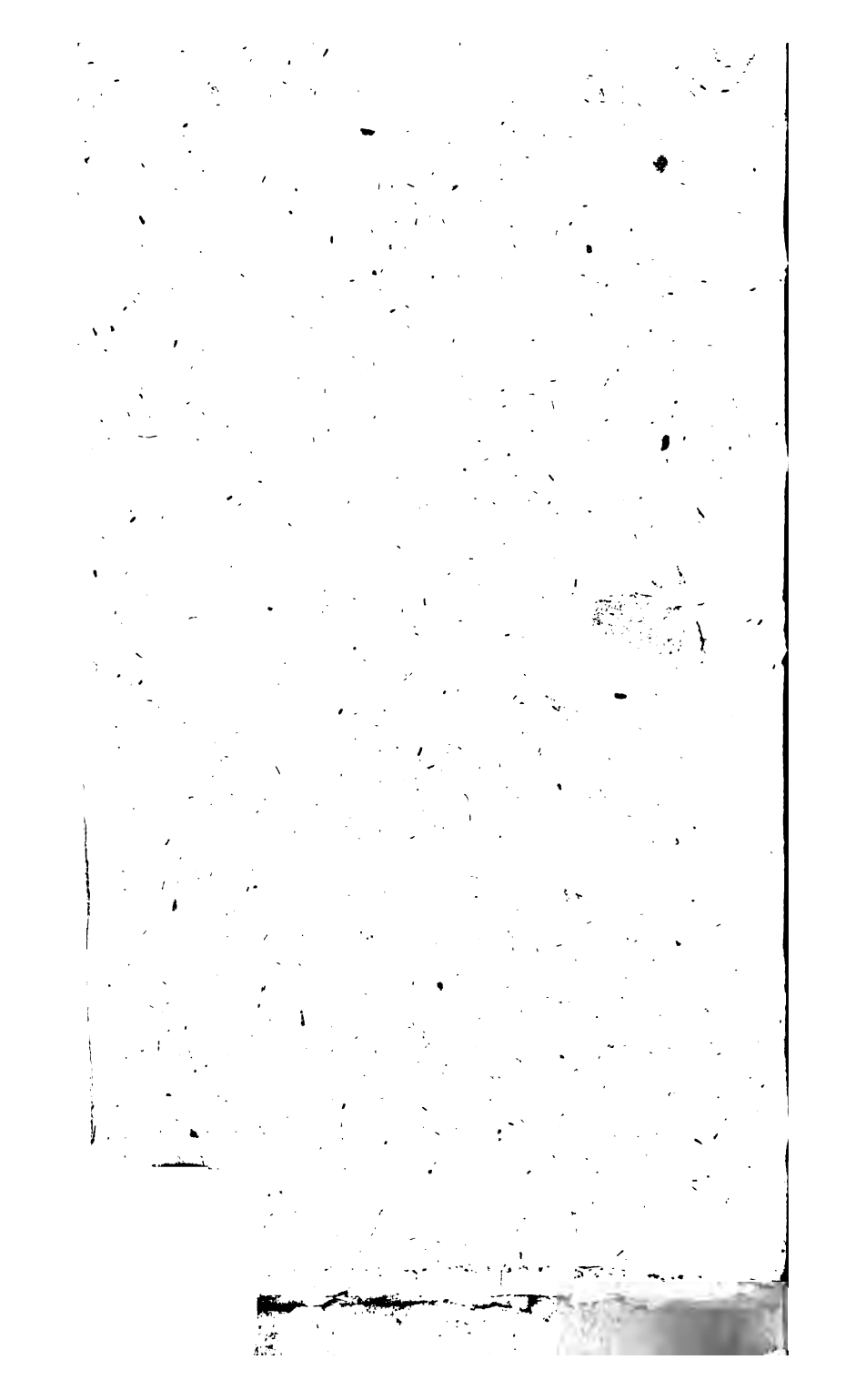


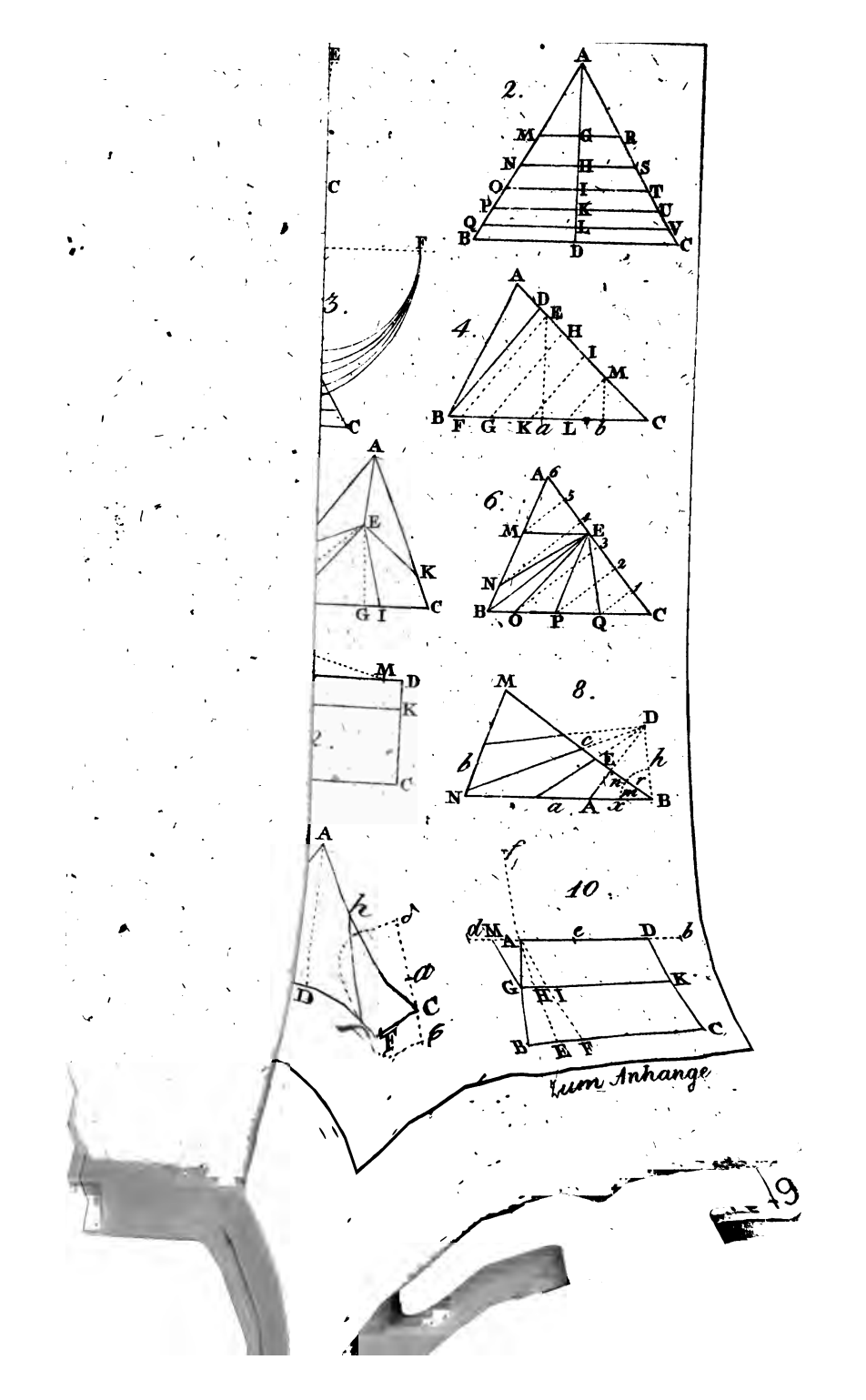


Zur Trigonometrie.



Zur Trigonometrie




2.
3.
4.
6.
8.
10.
zum Anhange
9